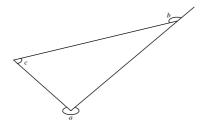
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Tratamento Matemático das Observações

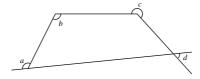
Ano de 2002/2003 Folha 8

1. Observaram-se os seguintes valores para os ângulos a, b e c do triângulo representados na figura: $a=320^o\,19'\,40"$, $b=129^o\,14'\,37"$ e $c=89^o\,34'\,20"$, sendo dado às observações os pesos $p_a=3$, $p_b=4$ e $p_c=2$. Supondo que as observações são não correlacionadas determine o valor ajustado dos três



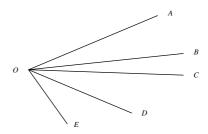
ângulos internos do triângulo e a matriz cofactor.

2. Mediram-se, independentemente e com a mesma precisão, os ângulos do quadrilátero dado na figura e obtiveram-se os valores: $a=122^{o}\,58'\,20"$, $b=97^{o}\,01'\,39"$ e $c=211^{o}\,57'\,59"$ e $d=58^{o}\,02'\,03"$. Determine os valores ajustados das amplitudes dos ângulos internos do quadrilátero, utilizando equa-



ções de condição e equações de condição apenas com observações.

- 3. Mediram-se, com a mesma precisão, os três ângulos internos de um triângulo tendo-se obtido $\alpha=40^{o}\,19'\,02"$, $\beta=70^{o}\,30'\,0"$ e $\gamma=69^{o}\,11'\,01"$. Supondo que as medições são não correlacionadas, calcule: (i) o valor ajustado dos três ângulos; (ii) a matriz cofactor; (iii) uma estimativa para a variância de referência.
- 4. Mediram-se os ângulos $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$, $\angle COD$ e $\angle COE$ indicados na figura obtendo-se os



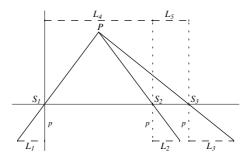
valores $\frac{\angle AOB}{30^o \, 15' \, 1"} \, \frac{\angle BOC}{20^o \, 00' \, 00"} \, \frac{\angle AOC}{50^o \, 15' \, 18"} \, \frac{\angle COD}{30^o \, 00' \, 00"} \, \frac{\angle COE}{70^o \, 00' \, 01"}$, não correlacionados e com igual peso. Determine os valores ajustados dos ângulos referidos, a matriz cofactor e uma estimativa para a variância de referência.

5. Para determinar a distância vertical ajustada dos pontos B, C e D a uma plataforma horizontal, situada abaixo destes, mediram-se as seguintes distâncias (em metros):

	A-B	A-C	A - D	B-C	C-D	
Distância vertical	10.216	12.384	15.869	2.138	3.453	
Distância horizontal	16	30	18	14	12	

Sabendo que a distância vertical do ponto A (ponto mais baixo) a essa plataforma é de 15.000 metros e que o peso de cada distância vertical medida é inversamente proporcional à distância horizontal entre os pontos, determine as distâncias pretendidas.

6. Considere o seguinte esquema que pode representar três câmeras fotográficas colocadas nas posições S_1 , S_1 e S_3 alinhadas sobre o eixo das abcissas e que fotografam um ponto P de coordenadas (x_1, x_2) . Determine os valores ajustados de x_1 e x_2 supondo que é conhecido p = 100 mm (sem erro) e ainda



as observações L_i , $i=1,\ldots,5$, supostas não correlacionadas, e os correspondentes desvios padrão e cujos valores são dados na seguinte tabela:

Observação	Valor	Desvio padrão
L_1	$16.5~\mathrm{mm}$	0.10 mm
L_2	$3.8 \mathrm{mm}$	0.10 mm
L_3	20.4 mm	0.10 mm
L_4	10.0 m	0.05 m
L_5	$8.0 \mathrm{m}$	$0.05 \mathrm{\ m}$

7. Num nivelamento fechado, ABCDA, mediram-se as seguintes diferenças de nível :

Calcule as cotas mais prováveis para B, C e D, sabendo que $N_A = 100.000m$ e considerando as seguintes condições alternativas :

- (a) Todas as observações têm igual precisão;
- (b) Os troços BC e CD têm o dobro do comprimento dos troços AB e DA;
- (c) Os troços BC e CD foram medidos duas vezes, sendo os valores dados as médias das diferenças de nível obtidas.
- 8. Por forma a estabelecer a cota de 3 marcos, B, C e D, fizeram-se dois nivelamentos, ABCDA e ABDA; foram registados os seguintes resultados (em metros):

nivelamento 1 :
$$dN_{AB} = +3.753$$
, $dN_{BC} = +5.548$, $dN_{CD} = +10.427$, $dN_{DA} = -19.721$;

nivelamento 2 :
$$dN_{AC} = +9.280$$
, $dN_{CB} = -5.540$, $dN_{BA} = -3.755$;

Determine os valores mais prováveis para as cotas dos marcos sabendo que $N_A = 169.721m$.