

1. Mediu-se várias vezes a altura de um poste com uma fita de aço obtendo-se os seguintes resultados:

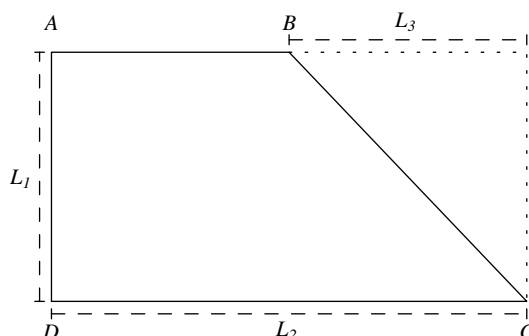
Nº da medição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor obtido	31.29	31.24	31.27	31.26	31.36	31.25	31.26	31.27	31.28	31.24

Determine a média da amostra recolhida bem como a sua variância e desvio padrão.

2. Determine a capacidade esperada de um depósito cilíndrico, sabendo que se fizeram várias medições, todas nas mesmas condições e independentes, da sua altura  $h$  e do raio da base  $r$ , tendo-se obtido os seguintes resultados (em metros):

altura $h$	10.30	10.33	10.31
raio da base $r$	3.62	3.60	3.64

3. (a) Indique como pode determinar o valor esperado da área do trapézio com vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , sabendo que se conhecem os comprimentos indicados na figura e que estes comprimentos são independentes.



- (b) Determine o valor esperado da referida área, sabendo que para se determinar os comprimentos  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  se fizeram várias observações, todas nas mesmas condições, tendo-se obtido os seguintes resultados (em metros):

$L_1$	$L_2$	$L_3$
31.68	35.24	10.12
31.59	35.26	10.10
31.62	35.21	10.15
31.64	35.21	10.13
31.62	35.20	10.11

4. Atendendo a que, para duas variáveis  $X$  e  $Y$ , são conhecidas as seguintes amostras

$X$	1.00	1.12	1.01	1.25	1.10
$Y$	3.00	3.36	3.03	3.75	3.20

determine: (a) o coeficiente de correlação e comente o resultado obtido; (b) a matriz cofactor.

5. Considere duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  que representam comprimentos e para as quais se conhecem a seguintes amostras (em metros):

$X$	2.15	2.21	1.95	2.10	2.15	2.1	2.14	1.89
$Y$	5.12	4.89	5.01	5.15	5.15	5.18	5.17	5.16

- (a) Determine a matriz de covariâncias das variáveis  $X$  e  $Y$ .  
 (b) Determine o coeficiente de correlação.  
 (c) Calcule a matriz cofactor.
6. Sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias. Seja  $Z = X - aX + Y - bY$ , em que  $a$  e  $b$  são constantes.
- (a) Determine o valor mais provável de  $Z$ .  
 (b) Suponha que foram obtidas independentemente as seguintes amostras:

$X$	10.01	9.97	9.98	9.96	10.01	10.02	9.96
$Y$	20.02	19.97	19.96	19.96	20.02	20.02	19.98

Determine uma estimativa para  $E(Z)$  e para  $\sigma_Z^2$ .

7. Para determinar a área de um terreno rectangular, e o respectivo desvio padrão, mediu-se o comprimento e a largura do terreno tendo-se obtido:
- comprimento = 100 m, desvio padrão = 0.50 m;
  - largura = 40 m, desvio padrão = 0.30 m.

Determine uma estimativa para as quantidades pretendidas considerando que o comprimento e a largura do terreno estão não correlacionados.

8. Mediram-se independentemente três distâncias adjacentes ao longo da mesma linha, tendo-se obtido os resultados:
- $x_1 = 51.00$  m,  $\sigma_1 = 0.05$  m;
  - $x_2 = 36.50$  m,  $\sigma_2 = 0.04$  m;
  - $x_3 = 26.75$  m,  $\sigma_3 = 0.03$  m.

Calcule uma estimativa para a distância total e o seu desvio padrão.

9. Considere um triângulo de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$  e seja  $\alpha$  o ângulo formado por  $a$  e  $b$ . Suponha que se mediram os comprimentos destes dois últimos lados (em centímetros) e a amplitude de  $\alpha$  tendo-se obtido os valores:

$a$	7.55	7.56	7.49	7.48	7.57	7.50
$b$	8.00	8.01	7.99	7.98	7.98	8.02
$\alpha$	$30^\circ$	$30.01^\circ$	$29.99^\circ$	$29.98^\circ$	$30^\circ$	$29.97^\circ$

Supondo que as observações são independentes determine uma estimativa para o valor mais provável do comprimento do lado  $c$  e uma estimativa para o desvio padrão para este valor (teorema de Carnot:  $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$ ).

10. Suponha que se mediram três ângulos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  e que os desvios padrão são, respectivamente,  $2''$ ,  $3''$  e  $5''$ . Determine a matriz de covariância dos ângulos  $\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$  e  $\beta_2 = \alpha_3 - \alpha_2$ .
11. Para determinar o comprimento de uma linha poligonal mediram-se independentemente os seus três segmentos tendo-se obtido os seguintes resultados (em metros):

$x_i$	1.00	1.12	1.01	1.25	1.10
$y_i$	3.00	3.36	3.03	3.75	3.50
$z_i$	4.00	4.36	4.03	4.75	4.50

Determine uma estimativa para o comprimento da linha poligonal e para o seu desvio padrão.