Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Tratamento Matemático das Observações

Projecto 1 — Ano de 1997/98

Uma das formas mais utilizadas na construção de curvas consiste em partir das respectivas equações paramétricas e proceder a uma interpolação apropriada.

Considere o caso das curvas planas dadas pelas equações paramétricas

$$\left.\begin{array}{rcl} x & = & p(t) \\ y & = & q(t) \end{array}\right\}, \qquad t \in [0,1],$$

em que p e q são polinómios.

1. Determine a forma desses polinómios de modo a que a curva passe pelos pontos $P_0 = (x_0, y_0)$ e $P_1 = (x_1, y_1)$ com tangentes T_0 e T_1, respectivamente (*curva de Fergunson-Coons*).

   Nota: A tangente é dada por $T(t) = \left(\dfrac{dp}{dt}(t), \dfrac{dq}{dt}(t)\right)$.

2. Em Computação Gráfica, a especificação das tangentes através de dois pontos auxiliares revela-se mais prática. Assim, sejam P_2 e P_3 dois pontos auxiliares tais que

   $$\begin{array}{rcl} T_0 & = & \lambda(P_2 - P_0), \\ T_1 & = & \lambda(P_3 - P_1), \end{array}$$

   em que λ é um factor de normalização à nossa disposição. Mostre que a curva de Fergunson-Coons se pode escrever na forma

   $$\begin{array}{rcl} x(t) & = & \phi_0(t)x_0 + \phi_1(t)x_1 + \phi_2(t)x_2 + \phi_3(t)x_3, \\ y(t) & = & \phi_0(t)y_0 + \phi_1(t)y_1 + \phi_2(t)y_2 + \phi_3(t)y_3 \end{array}$$

   e determine as funções ϕ_i, $i = 0, 1, 2, 3$.

3. Prove que a curva está contida na envolvente convexa dos pontos P_0, P_1, P_2 e P_3 se e só se $0 \leq \lambda \leq 3$. Esta propriedade é muito útil para o controlo da curva.

4. Obtenha, com $\lambda = 3$, o caso particular de cúbica de Bézier.