DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

TRATAMENTO MATEMÁTICO DAS OBSERVAÇÕES

PROJECTO 5 ANO DE 1997/98

Sejam $f \in C[a,b]$ e $x_0, x_1, \ldots, x_n$ valores distintos pertencentes ao intervalo $[a,b]$, com

$$f(x_i) = y_i, \qquad i = 0, \ldots, n.$$

Se esta função possuir inversa, como é o caso quando for estritamente monótona, podemos escrever $x = g(y)$, em que g denota a inversa de f.

Suponhamos que se pretende determinar o valor de x tal que $f(x) = c$, em que $c \in [a,b]$ é um valor dado, mas que não se conhece a expressão analítica de g. Uma forma de resolver o problema consiste em tentar obter uma aproximação para g por via da interpolação polinomial. Assim, escolhendo um conjunto de nós y_i, $i = 0, \ldots, n$, podemos determinar um polinómio p_n tal que

$$p_n(y_i) = g(y_i), \qquad i = 0, \ldots, n,$$

de modo a que se verifique, para uma precisão desejada, $p_n(y) \approx g(y)$, para todo o y. Assim sendo, o valor de x tal que $f(x) = c$ pode ser dado aproximadamente por $p_n(c)$. Este processo é conhecido por interpolação inversa.

1. Determine aproximadamente o zero da função:

   (a) f, no intervalo $[2,4]$, usando interpolação quadrática inversa, sabendo que

x_i	2	3	4
$f(x_i)$	-3	1	2

   ;

   (b) $f(x) = \ln(1 + x^2) - e^{-x}$, no intervalo $[0,1]$, usando interpolação cúbica inversa;

   (c) $f(x) = x - e^{-x}$, no intervalo $[0.3, 0.6]$, usando interpolação linear inversa.

2. Construa o algoritmo que pode ser usado para a interpolação inversa.

3. Compare o método da interpolação linear inversa para a aproximação de zeros de funções não lineares com o método de Newton e da bissecção estudados na âmbito da disciplina de Análise Numérica