Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Tratamento Matemático das Observações

Projecto 8 — Ano de 1997/98

1. Pretende-se efectuar um estudo sobre o efeito da escolha dos pontos de interpolação no intervalo $[0,1]$. Para isso consideram-se os seguintes conjuntos de pontos:

   - pontos igualmente distanciados
   $$x_i = \frac{i}{n}, \qquad i = 0, \ldots, n;$$
   - zeros dos polinómios de Chebyshev
   $$x_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{2i-1}{2n+2}\pi\right), \qquad i = 0, \ldots, n;$$
   - pontos "arco seno"
   $$x_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\arcsin\left(\frac{2i}{n} - 1\right), \qquad i = 0, \ldots, n.$$

   Para cada uma das funções no ponto seguinte, resolva as questões seguintes.

   (a) Calcule os polinómios interpoladores de grau $n = 1, 2, 3, 5, 8, 10, 15$ nos 3 conjuntos de pontos dados. Estime o erro máximo de interpolação no intervalo $[0,1]$.

   (b) Trace os gráficos dos erros e estime a ordem de convergência dos erros como função de n.

   (c) Discuta qual é a escolha mais eficiente.

2. Lista de funções

   (a) e^x;

   (b) $(1+x^2)^{-1}$;

   (c) $(1+40x^2)^{-1}$;

   (d) $(x-0.5)^2\text{sign}(x-0.5)$;

   (e) $|x-0.5|$;

   (f) $\sqrt{1-x^2}$;

   (g) $\pi^{-1}\arcsin(2x-1)$.