



Canguru sem fronteiras 2007

Categoria: Cadete

Duração: 1h15mn

Destinatários: alunos do 9º ano de Escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Qual é o valor de

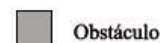
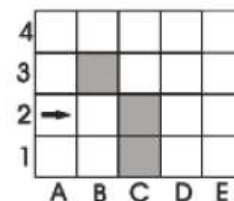
$$\frac{2007}{2+0+0+7}?$$

- (A) 1003 (B) 75 (C) 223 (D) 213 (E) 123

2. A Rita plantou roseiras de 2 em 2 metros em cada um dos lados de um caminho com 20 m de comprimento. Quantas roseiras é que foram plantadas?

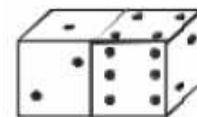
- (A) 22 (B) 20 (C) 12 (D) 11 (E) 10

3. Um robô começa a andar na posição $A2$ da tabela na direcção indicada pela seta (ver figura ao lado). O robô pode ir sempre em frente. Se encontrar uma dificuldade (obstáculo ou margem da tabela) ele vira à direita. O robô parará se não conseguir ir em frente após uma viragem à direita. O robô não pára ou parará em que posição?



- (A) $B2$ (B) $A1$ (C) $E1$ (D) $D1$ (E) Não pára.

4. Qual é a soma do número de pontos nas faces invisíveis dos dois dados?

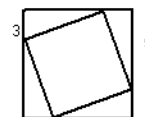


- (A) 15 (B) 12 (C) 7 (D) 27 (E) Outra resposta.

5. Os pontos $A = (2006, 2007)$, $B = (2007, 2006)$, $C = (-2006, -2007)$, $D = (2006, -2007)$ e $E = (2007, -2006)$ foram marcados num sistema de coordenadas cartesianas. Qual dos seguintes segmentos de recta é horizontal?

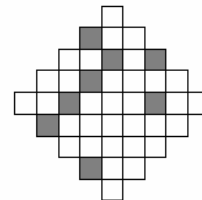
- (A) $[AD]$ (B) $[BE]$ (C) $[BC]$ (D) $[CD]$ (E) $[AB]$

6. Um quadrado menor está inscrito noutra quadrado, como é indicado na figura. Qual é a área do quadrado menor?



- (A) 16 (B) 28 (C) 34 (D) 36 (E) 49

7. Pelo menos quantos quadrados precisam de ser sombreados para se ter um eixo de simetria?

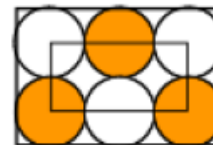


- (A) 4 (B) 6 (C) 5 (D) 2 (E) 3

8. Uma capicua é um número que se lê da mesma maneira, quer da esquerda para a direita, quer da direita para a esquerda. Por exemplo, 13931 é uma capicua. Qual é a diferença entre a maior capicua de 6 algarismos e a menor capicua de 5 algarismos?

- (A) 989989 (B) 989998 (C) 998998 (D) 999898 (E) 999988

9. Na figura estão representados seis círculos com o mesmo raio. Os círculos tocam-se entre si e tocam os lados do rectângulo maior. Os vértices do rectângulo menor coincidem com os centros de quatro desses círculos, como é indicado na figura. O perímetro do rectângulo menor é 60 cm. Qual é o perímetro do rectângulo maior?



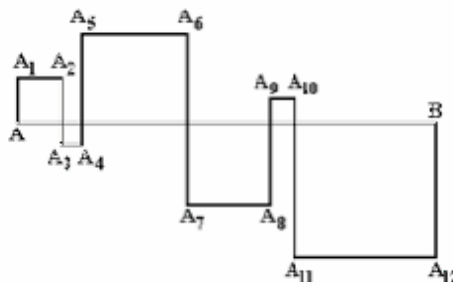
- (A) 160 cm (B) 140 cm (C) 120 cm (D) 100 cm (E) 80 cm

10. Seja x um inteiro negativo. Qual é o maior valor?

- (A) $x + 1$ (B) $2x$ (C) $-2x$ (D) $6x + 2$ (E) $x - 2$

Problemas de 4 pontos

11. Os quadrados da figura resultam da intersecção do segmento $[AB]$, de 24 cm, com a linha poligonal $[AA_1A_2 \cdots A_{12}B]$ (ver a figura).



Qual é o comprimento da linha poligonal $[AA_1A_2 \cdots A_{12}B]$?

- (A) 48 cm (B) 72 cm (C) 96 cm (D) 56 cm (E) 106 cm

12. O Gonçalo traçou duas rectas paralelas e marcou 6 pontos: 4 pontos numa recta e 2 pontos na outra recta. Quantos triângulos pode o Gonçalo traçar com vértices nesses pontos?

- (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 18

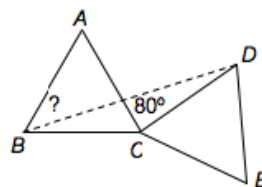
13. O António fez um estudo de mercado e concluiu que $\frac{2}{3}$ dos clientes compram calças da marca *A* e $\frac{1}{3}$ dos clientes compram calças da marca *B*. Depois de uma campanha publicitária para a marca *B*, o António fez um novo estudo de mercado e concluiu que $\frac{1}{4}$ dos clientes que preferiam a marca *A* passaram a comprar a marca *B*. Assim,

- (A) $\frac{5}{12}$ dos clientes compram marca *A* e $\frac{7}{12}$ dos clientes compram marca *B*;
 (B) $\frac{1}{4}$ dos clientes compram marca *A* e $\frac{3}{4}$ dos clientes compram marca *B*;
 (C) $\frac{7}{12}$ dos clientes compram marca *A* e $\frac{5}{12}$ dos clientes compram marca *B*;
 (D) $\frac{1}{2}$ dos clientes compram marca *A* e $\frac{1}{2}$ dos clientes compram marca *B*;
 (E) $\frac{1}{3}$ dos clientes compram marca *A* e $\frac{2}{3}$ dos clientes compram marca *B*.

14. Para se obter o valor 8^8 , temos de elevar o número 4^4 a:

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) 16

15. Na figura estão representados os triângulos equiláteros $[ABC]$ e $[CDE]$. Se $\widehat{ACD} = 80^\circ$, qual é o valor de \widehat{ABD} ?

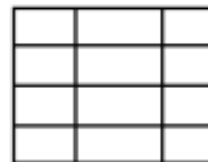


- (A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 40° (E) 45°

16. Considera os números 1, 2, 3, 4, ..., 10000. Que percentagem destes números é que são quadrados perfeitos?

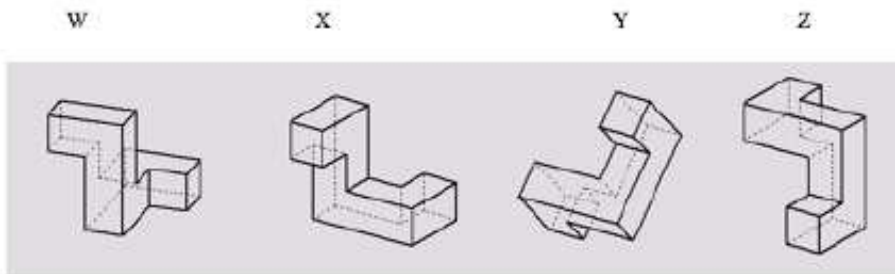
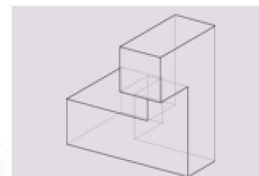
- (A) 1% (B) 1.5% (C) 2% (D) 2.5% (E) 5%

17. Desenhando 9 linhas (5 horizontais e 4 verticais) é possível construir uma tabela com 12 rectângulos pequenos. Se se tivessem usado 6 linhas horizontais e 3 linhas verticais, apenas se obteria um tabela com 10 rectângulos pequenos. Qual é o número máximo de rectângulos pequenos que se podem obter desenhando 15 linhas?



- (A) 22 (B) 30 (C) 36 (D) 40 (E) 42

18. Quais dos seguintes objectos é que podem ser obtidos pela rotação no espaço do objecto representado ao lado?



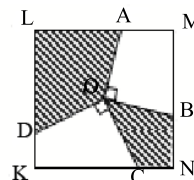
- (A) *W* e *Y* (B) *X* e *Z* (C) Apenas *Y* (D) *W*, *X* e *Y* (E) Nenhum destes objectos.

19. Se escolheres três números da tabela ao lado, de modo a que tenhas um número de cada linha e também um número de cada coluna, qual é o maior valor possível para a soma desses três números?

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

- (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21 (E) 24

20. Os segmentos $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$ e $[OD]$ são traçados desde o centro O do quadrado $[KLMN]$ para os seus lados de maneira a que $OA \perp OB$ e $OC \perp OD$ (como se mostra na figura). Se a medida do lado do quadrado for igual a 2, a área da região sombreada é igual a:



- (A) 1 (B) 2 (C) 2.5 (D) 2.25 (E) Depende da posição dos pontos *B* e *C*.

Problemas de 5 pontos

21. Uma calculadora avariada não mostra o algarismo 1. Por exemplo, se introduzirmos na máquina o número 3131, só aparecerá no mostrador o número 33 sem espaços entre os algarismos. O Miguel introduziu na máquina de calcular um número de 6 algarismos, mas só apareceu 2007 no mostrador. Quantas possibilidades diferentes existem para o número que o Miguel introduziu?

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

22. O Jorge fez um passeio de 2 horas que consistiu no seguinte: primeiro percorreu uma parte plana, seguida de uma parte a subir e, depois, regressou (primeiro descendo, depois percorrendo a parte plana). A velocidade do Jorge foi 4 km/h na parte plana, 3 km/h na subida e 6 km/h na descida. Que distância percorreu o Jorge?

- (A) 6 km (B) 10 km (C) 7.5 km (D) 8 km (E) Não é possível calcular.

23. O Alexandre e o Beto, em conjunto, pesam menos do que o Carlos e o Daniel juntos; o Carlos e o Eduardo, em conjunto, pesam menos do que o Francisco e o Beto juntos. Qual das seguintes frases é verdadeira?

- (A) O Alexandre e o Eduardo pesam juntos menos do que o Francisco e o Daniel juntos;
- (B) O Daniel e o Eduardo pesam juntos mais do que o Carlos e o Francisco juntos;
- (C) O Daniel e o Francisco pesam juntos mais do que o Alexandre e o Carlos juntos;
- (D) O Alexandre e o Beto pesam juntos menos do que o Carlos e o Francisco juntos;
- (E) O Alexandre, o Beto e o Carlos juntos pesam o mesmo que o Daniel, o Eduardo e o Francisco juntos.

24. O primeiro algarismo de um número com 4 algarismos é igual ao número de zeros que esse número tem, o segundo algarismo é igual ao número de algarismos iguais a 1 que esse número tem, o terceiro algarismo é igual ao número de algarismos iguais a 2 que esse número tem e o quarto algarismo é igual ao número de algarismos iguais a 3 que esse número tem. Quantos números de 4 algarismos existem com as propriedades descritas?

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

25. Um número natural n tem 2 divisores, enquanto que $n + 1$ tem 3 divisores. Quantos divisores tem $n + 2$?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) Depende do n .

26. A tabela da figura ao lado contém números naturais. O Nuno e o Pedro riscaram, cada um, 4 números da tabela de modo a que a soma dos números riscados pelo Nuno fosse três vezes a soma dos números riscados pelo Pedro. O número que não foi riscado é:

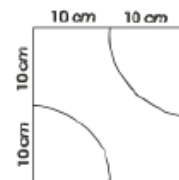
| | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 4 | 12 | 8 |
| 13 | 24 | 14 |
| 7 | 5 | 23 |

- (A) 4
- (B) 7
- (C) 14
- (D) 23
- (E) 24

27. O João escreveu 5 números inteiros à volta de um círculo, de modo a que não haja dois ou três números adjacentes com soma divisível por 3. Desses 5 números, quantos são divisíveis por 3?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) Impossível determinar.

28. A Susana tem azulejos como os da figura ao lado, com dimensões de $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$. A Susana pretende cobrir uma mesa, de dimensões $80\text{ cm} \times 80\text{ cm}$ com estes azulejos. A Susana dispôs os azulejos de modo a que as linhas curvas (um quarto de circunferência) dos azulejos se unissem. Qual será, no máximo, o comprimento da curva que é possível construir?



- (A) $75\pi\text{ cm}$
- (B) $100\pi\text{ cm}$
- (C) $105\pi\text{ cm}$
- (D) $110\pi\text{ cm}$
- (E) $525\pi\text{ cm}$

29. Um número natural de três algarismos foi dividido por nove. Como consequência, a soma dos algarismos decresceu em 9 unidades. Quantos números de três algarismos têm esta propriedade?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 11

30. Na calculadora do Pedro só se consegue fazer o seguinte: dado um número, pode multiplicar-se esse número por 2 ou por 3, ou elevar esse número a 2 ou a 3. Se o Pedro começar com o número 15 e usar 5 vezes consecutivas a sua calculadora, que número poderá o Pedro obter?

- (A) $2^8 \times 3^5 \times 5^6$ (B) $2^8 \times 3^4 \times 5^2$ (C) $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ (D) $2^6 \times 3^6 \times 5^4$ (E) $2 \times 3^2 \times 5^6$