

# Canguru Matemático sem Fronteiras 2009



Categoria: Cadete

Duração: 1h30min

Destinatários: alunos do 9º ano de Escolaridade

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**Não podes usar calculadora.** Há apenas uma resposta correcta em cada questão. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada és penalizado em  $1/4$  dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

## Problemas de 3 pontos

1. Qual dos números seguintes é par?

(A) 2009

(B)  $2 + 0 + 0 + 9$

(C)  $200 - 9$

(D)  $200 \times 9$

(E)  $200 + 9$

2. Estavam 4 rapazes e 4 raparigas numa festa. Os rapazes dançavam só com raparigas e as raparigas dançavam só com rapazes. Perguntámos depois a todos eles quantos parceiros de dança tinham tido. Os rapazes responderam: 3, 1, 2, 2. Três das raparigas responderam: 2, 2, 2. Que número disse a quarta rapariga?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

3. A estrela na figura é formada a partir de 12 pequenos triângulos equiláteros geometricamente iguais. A medida do perímetro da estrela é 36 cm. Qual é a medida, em cm, do perímetro do hexágono a sombreado?

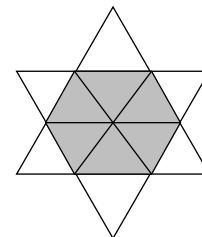
(A) 6

(B) 12

(C) 18

(D) 24

(E) 30



4. O Henrique distribui pastas na Avenida de Camões. Ele tem de entregar uma pasta em todas as casas com número ímpar. A primeira casa tem o número 15 e a última tem o número 53. Em quantas casas o Henrique entregou pastas?

(A) 19

(B) 20

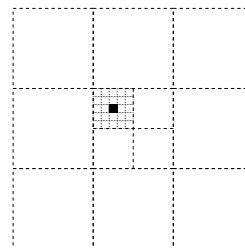
(C) 27

(D) 38

(E) 53

5. A medida da área do quadrado maior é 1. Qual é a medida da área do quadrado pequeno a preto?

- (A)  $\frac{1}{100}$     (B)  $\frac{1}{300}$     (C)  $\frac{1}{600}$     (D)  $\frac{1}{900}$     (E)  $\frac{1}{1000}$



6. O produto de quatro números inteiros positivos distintos é 100. Qual é a sua soma?

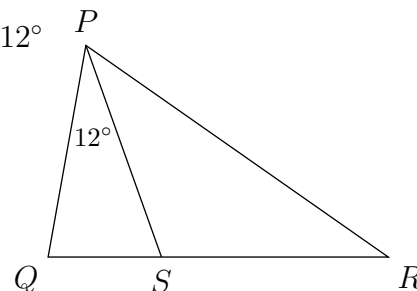
- (A) 10                      (B) 12                      (C) 15                      (D) 18                      (E) 20

7. Numa sala existem gatos e cães. O número de patas dos gatos é o dobro do número de narizes dos cães. Então o número de gatos é:

- (A) o dobro do número de cães                      (B) igual ao número de cães  
 (C) metade do número de cães                      (D) 1/4 do número de cães  
 (E) quatro vezes o número de cães

8. Na figura à direita,  $S$  pertence ao segmento de recta  $[QR]$ ,  $\widehat{QPS} = 12^\circ$  e  $\overline{PQ} = \overline{PS} = \overline{RS}$ . Qual é a medida da amplitude de  $\angle QPR$ ?

- (A)  $36^\circ$     (B)  $42^\circ$     (C)  $54^\circ$     (D)  $60^\circ$     (E)  $84^\circ$

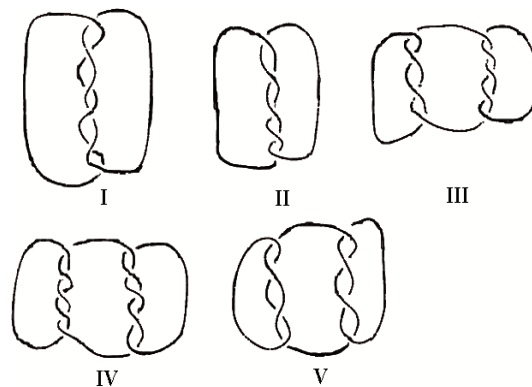


9. Um elevador pode levar 12 adultos ou 20 crianças. Quantas crianças, no máximo, poderiam subir com 9 adultos?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 8

10. Das ligações ao lado, quais é que são constituídas por mais do que um pedaço de corda?

- (A) I, III, IV e V  
 (B) III, IV e V  
 (C) I, III e V  
 (D) Todas elas  
 (E) Nenhuma das anteriores



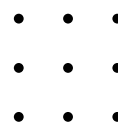
## Problemas de 4 pontos

11. Quantos números inteiros positivos têm igual número de algarismos na representação decimal do seu quadrado e do seu cubo?

- (A) 0                                      (B) 3                                      (C) 4  
 (D) 9                                      (E) Uma infinidade deles

12. Qual é o menor número de pontos na figura que é necessário retirar de modo que quaisquer 3 pontos dos restantes não sejam colineares?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 7

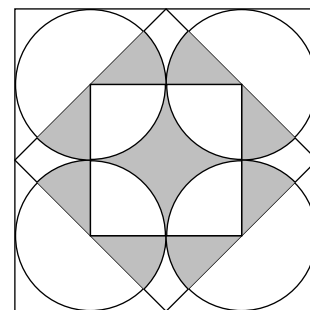


13. O Nuno mediu todos os 6 ângulos de dois triângulos - um deles tendo todos os ângulos agudos e o outro tendo um ângulo obtuso. Ele lembra-se da amplitude de quatro desses ângulos:  $120^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $55^\circ$  e  $10^\circ$ . Qual é a medida da amplitude do menor ângulo do triângulo que tem todos os ângulos agudos?

- (A)  $5^\circ$                                       (B)  $10^\circ$                                       (C)  $45^\circ$   
 (D)  $55^\circ$                                       (E) É impossível determinar

14. Sabendo que a medida da área do quadrado maior é  $1 \text{ cm}^2$ . Qual é a medida, em  $\text{cm}^2$ , da área da região a sombreado?

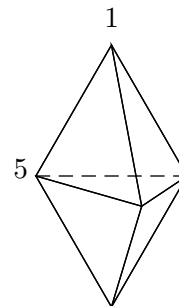
- (A)  $\frac{1}{4}$                       (B)  $\frac{\pi}{12}$                       (C)  $\frac{\pi + 2}{16}$                       (D)  $\frac{\pi}{4}$                       (E)  $\frac{1}{3}$



15. Na ilha dos honestos e mentirosos estão 25 pessoas numa fila. Todos, com exceção da primeira pessoa da fila, dizem que a pessoa que está à sua frente na fila é mentirosa e o primeiro indivíduo da fila diz que todas as pessoas que estão atrás de si são mentirosas. Quantos mentirosos existem na fila? (Os honestos dizem sempre a verdade e os mentirosos mentem sempre.)

- (A) 0                                      (B) 12                                      (C) 13  
 (D) 24                                      (E) Impossível determinar

16. A figura mostra um sólido formado por 6 faces triangulares. Em cada vértice existe um número. Para cada face consideramos a soma dos três números dos vértices dessa face. Se todas as somas forem iguais e dois dos números forem 1 e 5 como indicado na figura, qual é a soma de todos os 5 números?



- (A) 9                      (B) 12                      (C) 17                      (D) 18                      (E) 24

17. Na igualdade  $\frac{E \times I \times G \times H \times T}{F \times O \times U \times R} = T \times W \times O$ , letras diferentes representam algarismos diferentes enquanto que letras iguais representam o mesmo algarismo. Quantos valores diferentes pode tomar o produto  $T \times H \times R \times E \times E$ ?

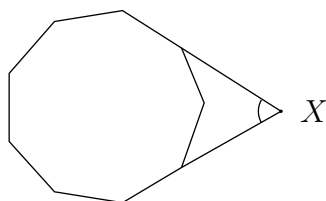
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

18. Pretendemos colorir os quadrados da tabela usando as cores  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$ , de tal forma que os quadrados vizinhos não tenham a mesma cor (os quadrados que partilham pelo menos um vértice são considerados vizinhos). Alguns dos quadrados foram coloridos como se mostra na figura. Quais são as possibilidades de colorir o quadrado a sombreado?

$P$	$Q$			
$R$	$S$			
		$Q$		
$Q$				

- (A) Apenas  $Q$                       (B) Apenas  $R$                       (C) Apenas  $S$   
 (D)  $R$  ou  $S$                       (E) Não é possível determinar

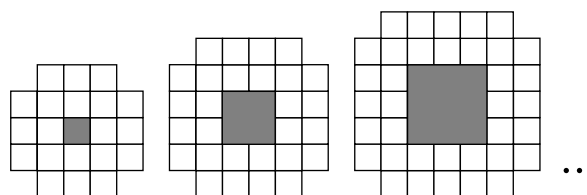
19. A figura mostra um eneágono (polígono com 9 lados) regular.



Qual é a medida da amplitude do ângulo assinalado em  $X$ ?

- (A)  $40^\circ$                       (B)  $45^\circ$                       (C)  $50^\circ$                       (D)  $55^\circ$                       (E)  $60^\circ$

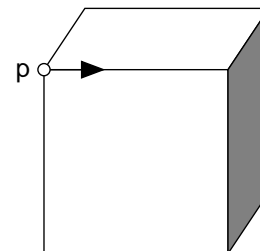
20. Os três primeiros padrões de construção são apresentados na figura. Não incluindo o quadrado a sombreado, quantos quadrados unitários serão necessários para construir o décimo padrão desta sucessão?



- (A) 76                      (B) 80                      (C) 84  
 (D) 92                      (E) 100

### Problemas de 5 pontos

21. A partir do ponto P, movemo-nos ao longo das arestas do cubo representado na figura, partindo no sentido da seta. No fim da aresta temos de escolher: se vamos para a direita ou para a esquerda. No final da segunda aresta temos de escolher novamente e assim sucessivamente. Escolhemos alternadamente direita e esquerda. Ao fim de quantas arestas voltamos a reencontrar pela primeira vez o ponto P?

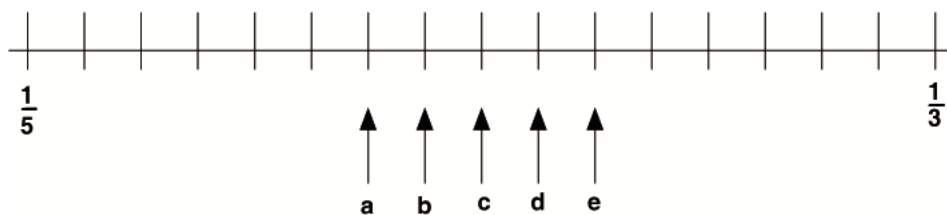


- (A) 2            (B) 4            (C) 6            (D) 9            (E) 12

22. Quantos números de dez algarismos existem, formados somente pelos algarismos 1, 2 ou 3, e de tal forma que a diferença entre dois algarismos vizinhos seja igual a 1?

- (A) 16            (B) 32            (C) 64            (D) 80            (E) 100

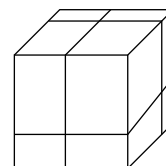
23. As fracções  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{5}$  estão colocadas na seguinte linha numerada.



Onde está a fracção  $\frac{1}{4}$ ?

- (A) a            (B) b            (C) c            (D) d            (E) e

24. São feitos três cortes num cubo obtendo-se oito paralelepípedos rectangulares menores. Qual é a razão entre a área *total* de superfície dos oito paralelepípedos e a área de superfície do cubo original?



- (A) 1 : 1            (B) 4 : 3            (C) 3 : 2            (D) 2 : 1            (E) 4 : 1

25. Todos os divisores do número natural  $N$ , diferentes de  $N$  e de 1, foram dispostos numa linha. Acontece que o maior dos divisores na linha é 45 vezes maior que o menor dos divisores. Quantos números  $N$  satisfazem esta condição?

- (A) 0            (B) 1            (C) 2  
 (D) Mais do que 2            (E) Impossível determinar

