Canguru sem fronteiras 2005

Categoria: Júnior — Duração: 1h30mn

Destinatários: alunos dos 10° e 11° anos de Escolaridade

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada, és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontuação!

Problemas de 3 pontos

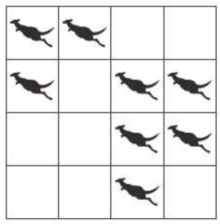
1. A Lígia vive em sua casa com o pai, a mãe, o irmão, um cão, dois gatos, dois papagaios e quatro peixes. Qual é o número total de pernas e patas que possuem em conjunto?

(A) 22 (B) 28 (C) 24 (D) 32 (E) 13

2. A Isabel teve o quinquagésimo melhor resultado e, ao mesmo tempo, o quinquagésimo pior resultado no último concurso do *Canguru* da sua escola. Quantos alunos da escola é que participaram no referido concurso?

(A) 50 (B) 75 (C) 99 (D) 100 (E) 101

3. Estão oito cangurus colocados nos quadrados da tabela, como mostra a figura. Cada canguru pode saltar directamente do seu quadrado para qualquer quadrado vazio. Descobre o menor número de cangurus que devem saltar de modo a que em cada linha e em cada coluna fiquem exactamente 2 cangurus.



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

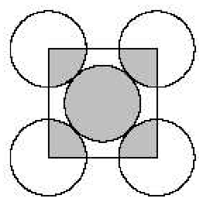
4. Dezoito alunos estão a atravessar uma estrada dois a dois. Os pares são etiquetados com os algarismos de 1 a 9. Os pares com os números pares são formados por um rapaz e por uma rapariga. Os pares com número ímpar são formados por dois rapazes. Quantos rapazes estão a atravessar a estrada?

(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 11 (E) 18

5. O Jorge enche 8 balões em cada três minutos. Quantos balões estão cheios ao fim de duas horas, se cada décimo balão rebentar imediatamente após o seu enchimento?

(A) 160 (B) 216 (C) 240 (D) 288 (E) 320

6. No diagrama, os cinco círculos têm o mesmo raio e tocam-se como indicado na figura. O quadrado tem os seus vértices coincidentes com os centros dos quatro círculos exteriores. A razão entre a área sombreada dos cinco círculos e a área da região não sombreada dos cinco círculos é

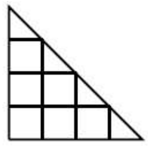


(A) 1:3 (B) 1:4 (C) 2:5 (D) 2:3 (E) 5:4

7. Uma companhia recebeu uma encomenda para construir blocos em forma de paralelepípedo com as dimensões $10\,cm \times 12\,cm \times 14\,cm$, mas por causa de um erro técnico foram contruídos com as dimensões $12\,cm \times 14\,cm \times 16\,cm$. Qual a percentagem de aumento do volume dos blocos construídos em relação aos blocos encomendados?

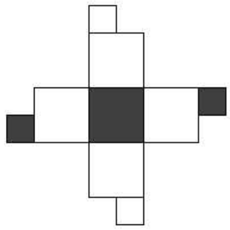
(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50 (E) 60

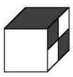
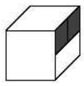
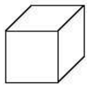
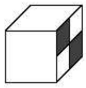
8. Existem 7 quadrados na figura. Quantos triângulos existem a mais do que quadrados nessa figura?



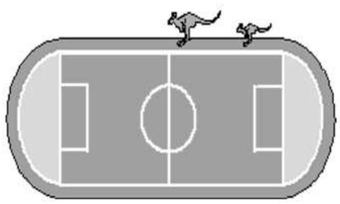
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) A mesma quantidade.

9. Qual dos seguintes cubos pode ser construído a partir da planificação apresentada à direita?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

10. Uma mãe canguru e o seu filho Saltador estão a saltar à volta de um estádio com perímetro de $330\,m$. Cada um deles dá um salto por segundo. Cada salto da mãe tem $5\,m$ de comprimento e cada salto do filho tem $2\,m$ de comprimento. Os dois começam a saltar ao mesmo tempo no mesmo ponto do estádio e movem-se na mesma direcção.



Passados 25 segundos, o Saltador fica cansado e pára, enquanto que a sua mãe continua a saltar. Ao fim de quanto tempo é que a mãe encontra de novo o Saltador?

(A) $15\,s$ (B) $24\,s$ (C) $51\,s$ (D) $66\,s$ (E) $76\,s$

Problemas de 4 pontos

11. Se colocarmos em cada um dos espaços vazios da tabela um número de modo a que os números em cada linha, em cada coluna e em cada diagonal formem uma progressão aritmética (isto é, aumentam pelo mesmo valor em cada passo), então o número x é:

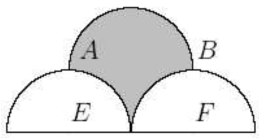
				21
	16			
		27		
				x

(A) 49 (B) 42 (C) 33 (D) 28 (E) 4

12. O António espera pela Susana 19 minutos numa paragem de autocarro. Os autocarros *Azuis* passam de 3 em 3 minutos e os autocarros *Verdes* passam de 5 em 5 minutos. Enquanto o António esperava, começou a contar as diferenças entre o número de autocarros *Azuis* e *Verdes* que passavam por ele. Quantos resultados diferentes poderão ocorrer?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

13. Na figura estão representadas 3 semi-circunferências. $[ABEF]$ é um rectângulo e os pontos E e F são os centros das duas semi-circunferências inferiores. Se o raio de cada uma das semi-circunferências for $2\,cm$, então a área, em cm^2, da região a sombreado é:

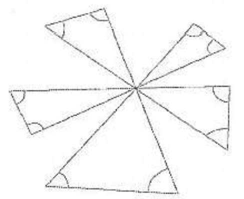


(A) 2π (B) 7 (C) $2\pi + 1$ (D) 8 (E) $2\pi + 2$

14. Duas garrafas de igual volume contêm, em simultâneo, água e sumo. A razão entre o volume de água e de sumo é $2:1$ e 4:1, respectivamente. Se misturarmos o conteúdo das duas garrafas numa garrafa maior, então a razão entre a água e o sumo nessa garrafa será:

(A) 3:1 (B) 6:1 (C) 11:4 (D) 5:1 (E) 8:1

15. Cinco linhas rectas intersectam-se num ponto comum formando a figura ao lado. Qual é o valor da soma da amplitude dos 10 ângulos marcados na figura?

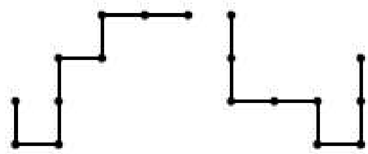


(A) 300° (B) 450° (C) 360° (D) 600° (E) 720°

16. A média de 16 números naturais diferentes é 16. Qual é o maior valor possível que um desses números pode tomar?

(A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 136 (E) 256

17. Na figura estão representadas duas peças de arame formadas pela união de 8 segmentos de uma unidade de comprimento. Uma dessas peças é colocada em cima da outra de modo a coincidirem parcialmente. Qual é a medida da maior porção de arame que é possível sobrepor?

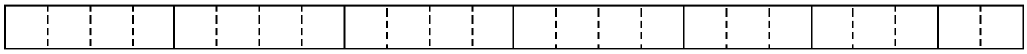


(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

18. Num saco existem 17 bolas numeradas de 1 a 17. Se retirarmos aleatoriamente do saco algumas bolas, quantas bolas é necessário retirar, no mínimo, de modo a garantir que entre as bolas retiradas exista, pelo menos, um par de bolas cuja soma seja igual a 18?

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11 (E) 17

19. Um rectângulo com $24\,m$ de comprimento e com $1\,m$ de largura é cortado em peças rectangulares mais pequenas, cada uma com $1\,m$ de largura. Existem quatro peças com $4\,m$ de comprimento, duas peças com $3\,m$ de comprimento e uma peça com $2\,m$ de comprimento. Estes pedaços são colocados juntos de maneira a formar um novo rectângulo. Qual é o menor valor possível para o perímetro do novo rectângulo?



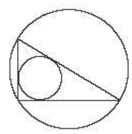
(A) $14\,m$ (B) $20\,m$ (C) $22\,m$ (D) $25\,m$ (E) $28\,m$

20. Um carro deslocava-se com velocidade constante de $90\,km/h$. Quando o relógio do carro marcava $21{:}00$, o conta quilómetros do carro marcava $116,0$, significando que até esse momento o carro já tinha percorrido $116,0\,km$. Mais tarde, nessa mesma noite, o conta quilómetros marcava um valor exactamente com a mesma sequência de algarismos que o relógio. A que horas é que isto aconteceu?

(A) 21 : 30 (B) 21 : 50 (C) 22 : 00 (D) 22 : 10 (E) 22 : 30

Problemas de 5 pontos

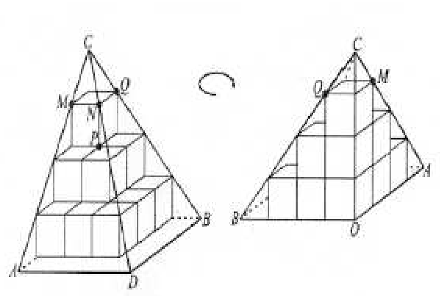
21. Sejam a e b as medidas de comprimento dos catetos do triângulo rectângulo da figura. Se d for o diâmetro do incírculo e D for o diâmetro do circuncírculo desse triângulo, então $d + D$ é igual a



(A) $a + b$ (B) $2(a + b)$ (C) $0.5(a + b)$ (D) $\sqrt{ab}$ (E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

22. Estão dispostos 14 cubos de volume unitário num canto e rodeados por uma pirâmide, como se mostra na figura. Qual o volume dessa pirâmide?

(A) $\dfrac{64}{3}$ (B) 64 (C) $\dfrac{64\sqrt{2}}{3}$ (D) $\dfrac{64\sqrt{2}}{2}$ (E) $\dfrac{32}{3}$



23. Dia sim, dia não, a Rita fala a verdade. Nos restantes dias mente sempre. Hoje ela proferiu quatro das seguintes frases. Qual das seguintes frases é que ele não pode ter dito hoje?

(A) Eu tenho um número primo de amigos.

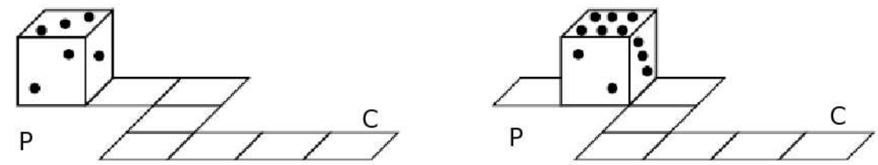
(B) Eu tenho tantos amigos rapazes como raparigas.

(C) O meu nome é Rita.

(D) Eu falo sempre a verdade.

(E) Três dos meus amigos são mais velhos do que eu.

24. A soma das pintas em faces opostas de um dado vale sempre 7. Um dado roda segundo o circuito representado na figura.



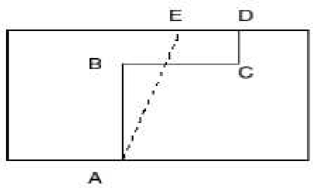
No ponto de partida (P), a face do topo tem 3 pintas. Quantas pintas terá a face do topo do dado quando este estiver no ponto de chegada (C)?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

25. Quantos números naturais n satisfazem a desigualdade $2000 < \sqrt{n(n+1)} < 2005$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Dois terrenos estão separados pelo muro $[ABCD]$, como indicado na figura. Os segmentos de recta $[AB]$, $[BC]$ e $[CD]$ são paralelos aos lados do rectângulo e têm medidas de comprimento $30\,m$, $24\,m$ e $10\,m$, respectivamente. Pretende-se construir o muro $[AE]$ em linha recta para separar os dois terrenos, de modo a que a medida da área de cada terreno não seja alterada. A que distância de D deve estar colocado E?

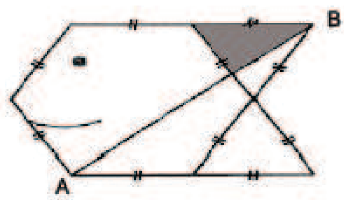


(A) $8\,m$ (B) $10\,m$ (C) $12\,m$ (D) $14\,m$ (E) $16\,m$

27. Quantos divisores com 4 algarismos tem o número 102^2?

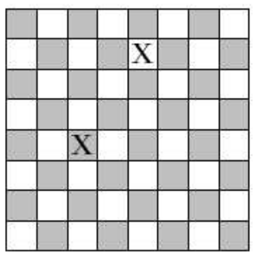
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. A figura do lado em forma de peixe foi construída com 10 fósforos e foi colocado um fio a ligar os pontos A e B. A medida da área de toda a região é 24. Qual é o valor da medida da área do triângulo a sombreado?



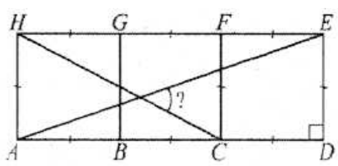
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$

29. De quantas maneiras se podem escolher uma casa branca e uma casa preta num tabuleiro de xadrez de 8×8 casas, de modo a que as casas escolhidas não estejam na mesma linha nem na mesma coluna?



(A) 56 (B) 5040 (C) 720 (D) 672 (E) 768

30. Três quadrados estão dispostos como indicado na figura. Os segmentos $[AE]$ e $[CH]$ intersectam-se no ponto P. Qual o valor de $C\widehat{P}E$?



(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 50° (E) 40°