



## Canguru sem fronteiras 2007

Categoria: Júnior

Duração: 1h15mn

Destinatários: alunos dos 10º e 11º anos de Escolaridade

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

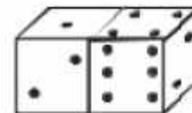
**Não podes usar calculadora.** Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada és penalizado em  $1/4$  dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

### Problemas de 3 pontos

1. O Afonso, o Beto e o Carlos têm em conjunto 30 bolas. Se o Beto der 5 bolas ao Carlos, o Carlos der 4 bolas ao Afonso e o Afonso der 2 bolas ao Beto, eles ficam com o mesmo número de bolas. Quantas bolas tinha o Afonso no início?

(A) 8                      (B) 9                      (C) 11                      (D) 13                      (E) 15

2. Qual é a soma do número de pontos nas faces invisíveis dos dois dados?



(A) 15                      (B) 12                      (C) 7                      (D) 27                      (E) Outra resposta.

3. Ao anunciar os resultados de um Sorteio na Escola, o Ivo disse: “*Os bilhetes vencedores são aqueles que têm um número com pelo menos 5 algarismos e com, no máximo, três algarismos maiores do que 2.*” Seguidamente, o Ivo retirou da tombola os bilhetes com os seguintes números: 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. Quantos são os bilhetes vencedores?

(A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

4. Num triângulo  $[ABC]$ ,  $D$  é o ponto médio de  $[AB]$ ,  $E$  é o ponto médio de  $[DB]$ ,  $F$  é o ponto médio de  $[BC]$ . Se a área de  $\triangle ABC$  for 96, então a área de  $\triangle AEF$  é

(A) 16                      (B) 24                      (C) 32                      (D) 36                      (E) 48

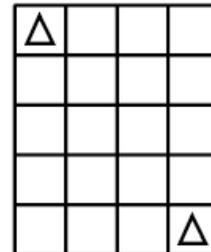
5. O Francisco dividiu os seus 2007 berlindes por três sacos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , de modo a que cada saco contenha exactamente o mesmo número de berlindes. Se o Francisco passar  $2/3$  dos berlindes do saco  $A$  para o saco  $C$ , a razão entre o número de berlindes no saco  $A$  e no saco  $C$  será

(A) 1 : 2                      (B) 1 : 3                      (C) 2 : 3                      (D) 1 : 5                      (E) 3 : 2

6. Uma organização internacional tem 32 membros. Quantos membros terá daqui a três anos, se o número de membros aumentar em cada ano 50% dos membros do ano anterior?

- (A) 182      (B) 128      (C) 108      (D) 96      (E) 80

7. Quantos caminhos possíveis existem, com o número mínimo de movimentos, para o rei se deslocar da casa no canto superior esquerdo para a casa no canto inferior direito do tabuleiro ao lado (o rei pode mover-se de cada vez para qualquer casa adjacente, incluindo casas na diagonal)?



- (A) 1      (B) 4      (C) 7      (D) 20      (E) 35

8. A tabela ao lado deve ter dois rectângulos vermelhos (V) e dois rectângulos azuis (A) em cada coluna e em cada linha. Que cores terão os rectângulos  $X$  e  $Y$  ( $XY =$  )?

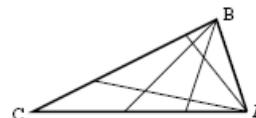
V		V	
		V	
	X		A
	Y		

- (A)  $XY = VV$     (B)  $XY = VA$     (C)  $XY = AV$     (D)  $XY = AA$     (E) Impossível

9. Sabendo que a letras diferentes correspondem algarismos diferentes, encontra o menor valor possível para a seguinte subtracção  $2007 - KAN - GA - ROO$ .

- (A) 100      (B) 110      (C) 112      (D) 119      (E) 129

10. Na figura ao lado está representado um triângulo  $[ABC]$  onde foram traçados dois segmentos de recta desde cada um de dois dos vértices do triângulo até aos lados opostos a esses vértices. Isto divide o triângulo em nove secções não sobrepostas. Se forem traçados oito segmentos de recta, quatro a partir de  $A$  e quatro a partir de  $B$  até aos lados opostos aos vértices, em quantas secções não sobrepostas é que ficará dividido o triângulo?



- (A) 16      (B) 25      (C) 36      (D) 42      (E) 49

**Problemas de 4 pontos**

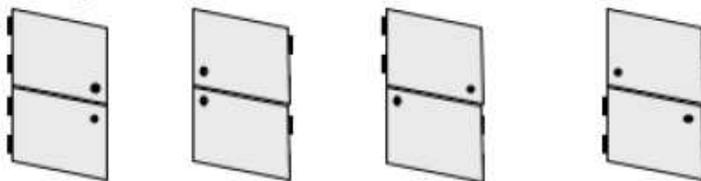
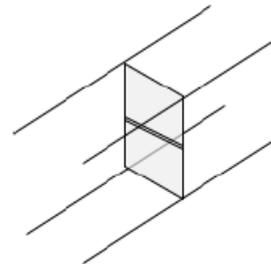
11. Uma ilha é habitada por pessoas honestas e por pessoas mentirosas (as pessoas honestas dizem sempre a verdade e as mentirosas mentem sempre). Hoje reuniram-se 12 habitantes da ilha, honestos e mentirosos, e fizeram alguns comentários. Duas pessoas disseram: “Exactamente duas pessoas das 12 aqui reunidas são mentirosas”. Outras quatro pessoas disseram: “Exactamente quatro pessoas das 12 aqui reunidas são mentirosas”. As restantes seis pessoas afirmaram: “Exactamente seis pessoas das 12 aqui reunidas são mentirosas”. Quantos mentirosos estavam reunidos?

- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 10

12. Para se obter o valor  $8^8$ , temos de elevar o número  $4^4$  a

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 8                      (E) 16

13. Um corredor é inclinado para a direita, sendo o chão mais alto à esquerda do que à direita. Conseqüentemente, o perfil do corredor não é um retângulo mas sim um paralelogramo. Colocou-se uma porta a meio do corredor. A porta está dividida ao meio em duas partes que deverão abrir separadamente (ver figura). Onde deverão ser colocadas as dobradiças?

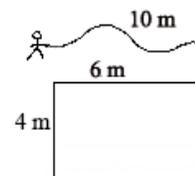


- (A) À esquerda nas duas portas.      (B) À direita nas duas portas.      (C) À esquerda na porta superior e à direita na porta inferior.      (D) À esquerda na porta inferior e à direita na porta superior.      (E) A porta nunca poderá abrir propriamente.

14. Os estudantes estiveram a resolver um problema interessante do “Concurso Canguru”. O número de rapazes que resolveram o problema é igual ao número de raparigas que não resolveram o problema. Quais é que estão em maior número: os estudantes que resolveram o problema ou as raparigas?

- (A) As raparigas;  
 (B) Os estudantes que resolveram o problema;  
 (C) Estão em igual número;  
 (D) Impossível calcular;  
 (E) A situação não é possível.

15. A extremidade de uma corda com 10 m de comprimento está presa a um dos vértices do retângulo da figura ao lado. A outra ponta da corda está livre. O João pega na ponta livre da corda e descreve uma região de área máxima. O perímetro dessa região é:



- (A)  $20\pi m$                       (B)  $22\pi m$                       (C)  $40\pi m$                       (D)  $88\pi m$                       (E)  $100\pi m$

16. São 21 : 00 horas. O Júlio está a conduzir a uma velocidade de  $100 \text{ km/h}$ . A esta velocidade, o Júlio tem gasolina suficiente para  $80 \text{ km}$ . A estação de serviço mais próxima fica a  $100 \text{ km}$  de distância. A quantidade de gasolina que o carro consome por  $\text{km}$  é directamente proporcional à velocidade do carro. O Júlio pretende chegar à estação de serviço o mais rapidamente possível. A que horas poderá o Júlio chegar à estação de serviço?

- (A) 22 : 12      (B) 22 : 15      (C) 22 : 20      (D) 22 : 25      (E) 22 : 30

17. O Pedro removeu um canto a um triângulo equilátero obtendo um trapézio. Depois, considerou duas cópias desse trapézio e colocou-as uma ao lado da outra de modo a formar um paralelogramo. O perímetro do paralelogramo excede o perímetro do triângulo original em  $10 \text{ cm}$ . Qual é o perímetro do triângulo original?

- (A)  $10 \text{ cm}$       (B)  $30 \text{ cm}$       (C)  $40 \text{ cm}$       (D)  $60 \text{ cm}$       (E) São necessários mais dados.

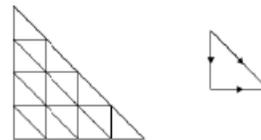
18. A sequência de letras  $KANGAROOKANGAROO \dots KANGAROO$  é construída ao se escrever 20 vezes a palavra  $KANGAROO$ . O Rui olhou para esta sequência e decidiu eliminar todas as letras correspondentes a posições ímpares. Depois, para a sequência obtida, decidiu remover mais uma vez todas as letras correspondentes a posições ímpares, e assim sucessivamente até chegar a uma sequência com apenas uma letra. Esta letra é:

- (A)  $K$       (B)  $A$       (C)  $N$       (D)  $G$       (E)  $O$

19. Duas escolas vão disputar um torneio de ténis de mesa. Cada escola é representada por cinco alunos. O torneio vai consistir apenas em jogos de equipas aos pares. Cada par de cada escola deverá jogar contra um par da outra escola e apenas uma vez. Então, cada aluno deverá jogar:

- (A) 10 jogos      (B) 20 jogos      (C) 30 jogos      (D) 40 jogos      (E) 50 jogos.

20. Quantos caminhos diferentes existem para se ir do ponto superior da hipotenusa do triângulo maior para o ponto inferior da hipotenusa do triângulo maior (ver figura), sabendo que apenas se pode ir para baixo, para a direita ou para baixo pelas hipotenusas dos triângulos?



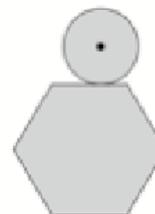
- (A) 16      (B) 27      (C) 64      (D) 90      (E) 111

**Problemas de 5 pontos**

21. Numa aldeia não existem duas pessoas com o mesmo número de cabelos. Na aldeia ninguém tem exactamente 2007 cabelos. O João é a pessoa da aldeia que tem mais cabelos e o número de habitantes é maior que o número de cabelos do João. Qual é o número máximo de habitantes da aldeia?

- (A) 0      (B) 2006      (C) 2007      (D) 2008      (E) 2009

22. Uma moeda com 1 cm de diâmetro roda à volta do hexágono regular com 1 cm de lado, como se pode ver na figura ao lado. Qual é o comprimento, em centímetros, do percurso descrito pelo centro da moeda?



- (A)  $6 + \frac{\pi}{2}$       (B)  $6 + \pi$       (C)  $12 + \pi$       (D)  $6 + 2\pi$       (E)  $12 + 2\pi$

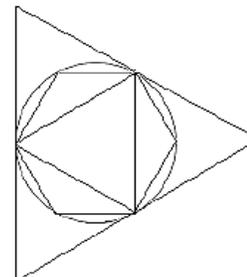
23. Seja  $a$  o menor número com a seguinte propriedade:  $10a$  é um quadrado perfeito e  $6a$  é um cubo perfeito. Quantos divisores positivos tem o número  $a$ ?

- (A) 30      (B) 40      (C) 54      (D) 72      (E) 96

24. No cofre de um Banco existem alguns colares. Os colares têm todos o mesmo número de diamantes (pelo menos dois diamantes em cada colar). Se soubermos o número de diamantes no cofre, também saberemos o número de colares no cofre com toda a certeza. Sabemos que o número de diamantes é maior do que 200 e menor do que 300. Quantos colares é que estão no cofre?

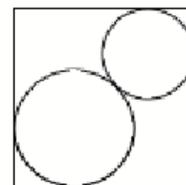
- (A) 16      (B) 17      (C) 19      (D) 25      (E) Outra resposta.

25. Um triângulo equilátero e um hexágono regular estão inscritos numa circunferência, que por sua vez está inscrita num triângulo equilátero (ver a figura). Sejam  $S_1$  a área do triângulo maior,  $S_2$  a área do triângulo menor e  $S_3$  a área do hexágono. Então,



- (A)  $S_3 = \sqrt{S_1 \times S_2}$ ;  
 (B)  $S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2}$ ;  
 (C)  $S_1 = S_2 + S_3$ ;  
 (D)  $S_3 = \sqrt{S_1^2 \times S_2^2}$ ;  
 (E)  $S_1 = S_3 + 3S_2$ .

26. Considera duas circunferências com os centros na diagonal de um quadrado, de modo a que cada uma toque os lados do quadrado (ver figura). O lado do quadrado mede 1 cm. Qual é o valor da soma das medidas dos raios das duas circunferências?



- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       (C)  $\sqrt{2} - 1$       (D)  $2 - \sqrt{2}$       (E) Depende das dimensões das circunferências.

27. Numa caixa estão três cartas de cada uma das seguintes cores: vermelho, verde, amarelo e azul. Para cada cor as cartas são numeradas com 1, 2 e 3. O Rui tira ao acaso três cartas da caixa. Qual dos seguintes eventos tem maior probabilidade?
- (A) As três cartas são da mesma cor;
  - (B) As três cartas, independentemente das suas cores, têm números 1, 2 e 3;
  - (C) As três cartas são de cores diferentes;
  - (D) As três cartas têm o mesmo número;
  - (E) Nenhum dos eventos anteriores, os quatro eventos anteriores têm a mesma probabilidade.
28. Na festa da Páscoa, cinco amigos vão trocar prendas de maneira a que cada um deles dê uma prenda e receba uma prenda (claro que ninguém deverá receber o seu próprio presente). De quantas formas é possível fazer esta troca de prendas?
- (A) 5                      (B) 10                      (C) 44                      (D) 50                      (E) 120
29. As soluções reais da equação  $x^2 - 3x + 1 = 0$  são  $a$  e  $b$ . Qual é o valor de  $a^3 + b^3$ ?
- (A) 12                      (B) 14                      (C) 16                      (D) 18                      (E) 24
30. Considera um tetraedro regular. A distância entre quaisquer duas arestas que não se intersectem num vértice é  $6\text{ cm}$ . Qual é o volume do tetraedro em  $\text{cm}^3$ ?
- (A) 18                      (B) 36                      (C) 48                      (D) 72                      (E) 144