

Canguru Matemático sem Fronteiras 2010



Categoria: Cadete

Duração: 1h30min

Destinatários: alunos do 9º Ano de Escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correcta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

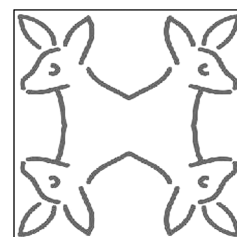
Problemas de 3 pontos

1. Qual é o valor de $12 + 23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89$?

- (A) 389 (B) 396 (C) 404 (D) 405 (E) Outra resposta

2. Quantos eixos de simetria tem a figura ao lado?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2
(D) 4 (E) Um número infinito



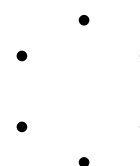
3. Numa caixa cúbica azul cabem exactamente oito caixas cúbicas vermelhas de iguais dimensões.

Quantas caixas vermelhas cabem no fundo da caixa azul?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

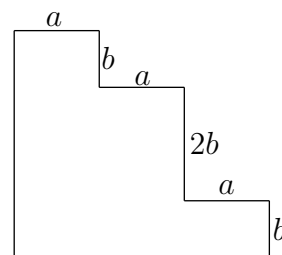
4. A Leonor desenha os seis vértices de um hexágono regular e uniu alguns dos seis pontos com linhas para obter uma figura geométrica. Essa figura não é, seguramente, um

- (A) trapézio (B) triângulo rectângulo
(C) quadrado (D) triângulo equilátero
(E) triângulo obtusângulo



5. O perímetro da figura ao lado é igual a

- (A) $3a + 4b$ (B) $3a + 8b$ (C) $6a + 4b$
 (D) $6a + 6b$ (E) $6a + 8b$



6. Se considerarmos sete números naturais consecutivos e a soma dos três números menores for igual a 33, qual é a soma dos três números maiores?

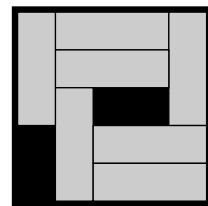
- (A) 39 (B) 37 (C) 42 (D) 48 (E) 45

7. O António guardou 72 pequenos pedaços de madeira depois de ter efectuado 53 cortes em troncos de maiores dimensões. Sabendo que com cada corte se obtêm exactamente dois pedaços de madeira, quantos troncos de madeira o António tinha no início?

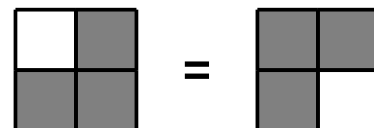
- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 21

8. Há sete barras do tipo 3×1 numa caixa do tipo 5×5 , como mostra a figura. Queremos deslizar algumas barras na caixa de modo a criar espaço para mais uma barra do mesmo tipo. No mínimo, quantas barras, de entre as sete que já se encontram na caixa, é preciso deslocar?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) É impossível



9. O Pedro dividiu um quadrado em 4 quadrados geometricamente iguais e pretende colorir os quadrados mais pequenos a branco ou a cinzento. A cada possível resultado chamamos coloração. As colorações obtidas por rotação de uma outra coloração representam um mesmo padrão. Por exemplo, as 2 colorações da figura representam o mesmo padrão. Quantos padrões diferentes podem ser obtidos pelo Pedro?



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

10. A diferença entre a soma dos primeiros cem números naturais pares e a soma dos primeiros cem números naturais ímpares é

- (A) 0 (B) 50 (C) 100 (D) 10100 (E) 15150

Problemas de 4 pontos

11. Qual dos seguintes é o menor número com dois algarismos que não é a soma de três números naturais diferentes de um algarismo?

- (A) 10 (B) 15 (C) 23 (D) 25 (E) 28

12. A avó do Rui fez um bolo para os seus netos que a visitarão à tarde. Infelizmente ela não sabe se 3, 5 ou todos os 6 netos estarão presentes. Ela quer ter a certeza de que cada neto fica com a mesma quantidade de bolo. Assim, para estar preparada para as três possibilidades, ela corta o bolo em

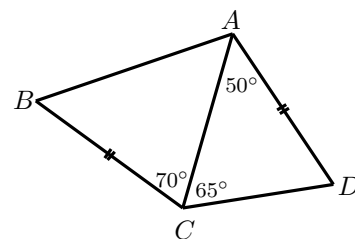
- (A) 12 fatias (B) 15 fatias (C) 18 fatias (D) 24 fatias (E) 30 fatias

13. A Cátia necessita de 18 minutos para construir uma longa corrente através da união de três correntes mais curtas. Utilizando o mesmo processo, quantos minutos precisa para construir uma corrente, unindo seis das correntes mais curtas?

- (A) 27 (B) 30 (C) 36 (D) 45 (E) 60

14. No quadrilátero $[ABCD]$ temos $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\widehat{CAD} = 50^\circ$, $\widehat{DCA} = 65^\circ$ e $\widehat{ACB} = 70^\circ$ (ver figura). O valor de \widehat{CBA} é

- (A) 50° (B) 55° (C) 60°
 (D) 65° (E) impossível de determinar



15. A Maria enrolou um pouco de corda em torno de uma peça de madeira, cuja face da frente está representada na figura.



Se a Maria rodar a peça 180° no sentido da seta, a face da frente passa a ser representada por

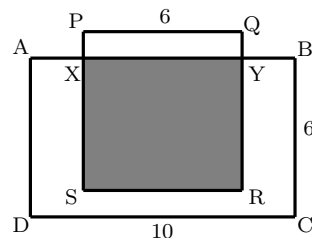
- (A) (B) (C)
 (D) (E)

16. Existem 50 tijolos de cor branca, azul e vermelha numa caixa e cada tijolo só tem uma cor. O número de tijolos brancos é onze vezes o número de tijolos azuis. Há menos tijolos vermelhos do que brancos, mas há mais tijolos vermelhos do que azuis. Quantos tijolos vermelhos existem a menos do que tijolos brancos?

- (A) 2 (B) 11 (C) 19 (D) 22 (E) 30

17. Na figura, $[ABCD]$ é um rectângulo e $[PQRS]$ é um quadrado. A área da região a cinzento é metade da área do rectângulo $[ABCD]$. Qual é o valor de \overline{PX} ?

- (A) 1 (B) 1,5 (C) 2
 (D) 2,5 (E) 4



18. Qual é o menor número de rectas necessárias para dividir um plano em exactamente cinco regiões?

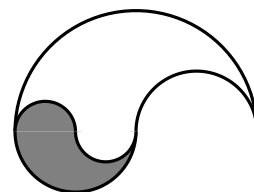
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) Outra resposta

19. Se $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4 = e - 5$, então qual dos números a, b, c, d, e é o maior?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

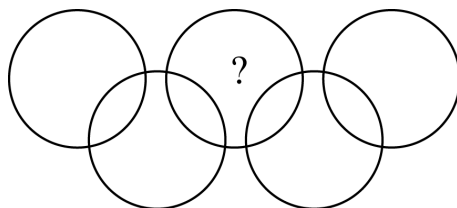
20. A figura apresentada é feita inteiramente de semicircunferências de raios 2 cm, 4 cm e 8 cm. Que fracção da figura está a cinzento?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{2}{3}$



Problemas de 5 pontos

21. Na figura existem nove regiões dentro dos círculos. Coloca todos os números de 1 a 9, exactamente um em cada região, de modo a que a soma dos números dentro de cada círculo seja 11.



Que número deve ser escrito na região, com o ponto de interrogação?

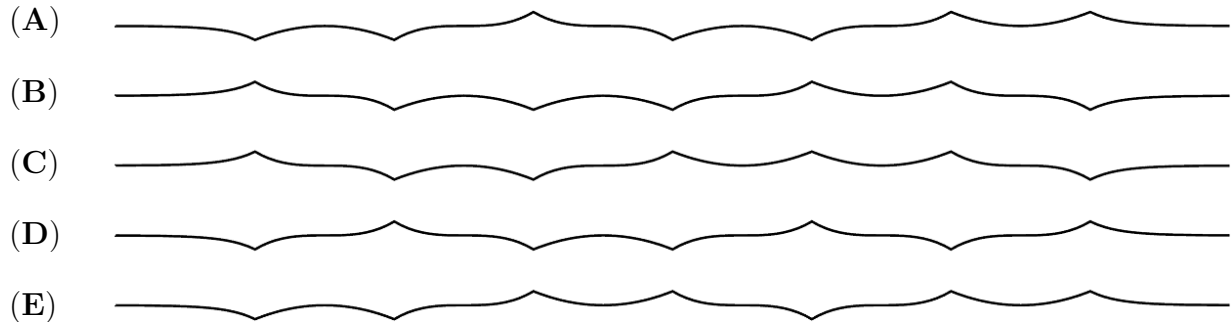
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

22. No mercado da Troca, as mercadorias devem ser trocadas de acordo com o indicado na tabela. No mínimo, quantas galinhas terá o Sr. João de levar para o mercado, para que possa levar para casa um ganso, um peru e um galo?

- (A) 36 (B) 35 (C) 34 (D) 30 (E) 28

TABELA DE TROCAS		
1 PERU	↔	5 GALOS
1 GANSO + 2 GALINHAS	↔	3 GALOS
4 GALINHAS	↔	1 GALO

23. Uma tira de papel foi dobrada ao meio, por três vezes, e depois desdobrada completamente de tal modo que ainda são visíveis as 7 dobras. Qual das seguintes vistas laterais não pode ser obtida por aquele processo?



24. Em cada um de 18 cartões está escrito um número: 4 ou 5. A soma de todos os números dos cartões é divisível por 17. Em quantos cartões está escrito o número 4?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

25. Os números naturais de 1 a 10 são escritos no quadro de uma sala de aula. Os alunos da turma jogam o jogo seguinte: um aluno apaga 2 dos números e, em vez deles, escreve no quadro a sua soma subtraída de 1; depois, outro aluno elimina 2 dos números e, em vez deles, escreve no quadro a sua soma subtraída de 1 e assim sucessivamente. O jogo continua até que apenas um número permaneça no quadro. O último número é

- (A) menor do que 11 (B) 11 (C) 46
(D) maior do que 46 (E) outra resposta

26. Numa cidade há apenas cidadãos honestos e mentirosos. Cada frase dita por um cidadão honesto é verdadeira, e cada frase pronunciada por um cidadão mentiroso é falsa. Certo dia, alguns cidadãos encontraram-se numa sala e três deles fizeram as seguintes afirmações.

- 1) O primeiro disse: “Não há mais do que três cidadãos na sala. Todos nós somos mentirosos”.
- 2) O segundo disse: “Não há mais do que quatro cidadãos na sala. Nem todos nós somos mentirosos”.
- 3) O terceiro disse: “Há cinco cidadãos na sala. Três de nós são mentirosos”.

Quantas pessoas estavam na sala e quantas delas são mentirosas?

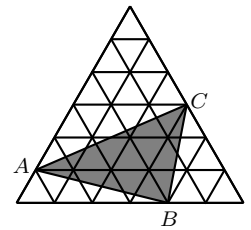
- (A) 3 pessoas, 1 delas é mentirosa (B) 4 pessoas, 1 delas é mentirosa
(C) 4 pessoas, 2 delas são mentirosas (D) 5 pessoas, 2 delas são mentirosas
(E) 5 pessoas, 3 delas são mentirosas

27. Um canguru tem uma grande colecção de pequenos cubos de dimensões $1 \times 1 \times 1$. Cada cubo é de uma única cor. O canguru quer usar 27 pequenos cubos para fazer um cubo de dimensões $3 \times 3 \times 3$, de modo a que quaisquer dois cubos com pelo menos um vértice comum sejam de cores diferentes. No mínimo, quantas cores têm de ser utilizadas?

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 27

28. O maior triângulo equilátero na figura é composto por 36 pequenos triângulos equiláteros, cada um com 1 cm^2 de área. Qual é a área do triângulo $[ABC]$?

- (A) 11 cm^2 (B) 12 cm^2 (C) 15 cm^2 (D) 9 cm^2 (E) 10 cm^2



29. O mínimo múltiplo comum entre 24 e x é menor do que o mínimo múltiplo comum entre 24 e y , onde x e y representam dois números naturais. Então $\frac{y}{x}$ não pode ser igual a

- (A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{6}{7}$ (E) $\frac{7}{6}$

30. Na figura, a amplitude do ângulo α é 7° , os segmentos $[OA_1]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, ... têm todos o mesmo comprimento e os sucessivos pontos A_1, A_2, A_3, \dots estão cada vez mais distantes do ponto O . Qual é o maior número de segmentos que podem ser desenhados desta forma?

- (A) 11 (B) 12 (C) 13
(D) 14 (E) Tantos quanto queiramos.

