Canguru Matemático sem Fronteiras 2013

http://www.mat.uc.pt/canguru/

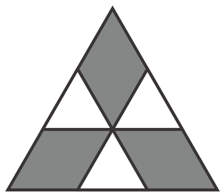
Categoria: Cadete | Duração: 1h 30min
Destinatários: alunos do 9.º ano de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. O maior triângulo da figura é um triângulo equilátero com medida de área igual a 9. As linhas no interior do triângulo são paralelas aos lados do triângulo e dividem os lados do triângulo em três partes iguais. Qual é a medida da área da região sombreada?



(**A**) 1 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

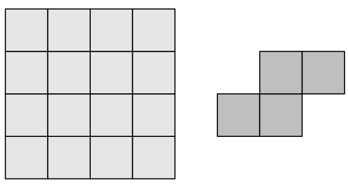
2. Sabendo que $\frac{1111}{101} = 11$, qual é o valor de $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

(**A**) 5 (**B**) 9 (**C**) 11 (**D**) 55 (**E**) 99

3. As massas de sal e de água doce na água do mar de Protaras (Chipre) estão na razão de 7 para 193. Quantos quilogramas de sal existem em 1000 kg de água do mar de Protaras?

(**A**) 35 (**B**) 186 (**C**) 193 (**D**) 200 (**E**) 350

4. A Ana tem uma folha quadrada de papel quadriculado (ver figura da esquerda) e resolveu cortá-la ao longo das linhas traçadas na folha, de modo a obter pedaços de papel com a forma representada na figura da direita.



Qual é o menor número de quadrículas que podem sobrar?

(**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 6 (**E**) 8

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FCTUC FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

5. O Rui quer dizer ao Cristiano um número natural em que o produto dos seus algarismos é igual a 24. Qual é a soma dos algarismos do menor número que o Rui pode dizer ao Cristiano?

(**A**) 6 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

6. Um saco contém bolas de cinco cores diferentes. Duas são vermelhas, três são azuis, dez são brancas, quatro são verdes e três são pretas. O João resolveu tirar bolas do saco sem olhar e sem as repor no saco. Qual é o menor número de bolas que o João terá de tirar para ter a garantia de que tira pelo menos duas bolas da mesma cor?

(**A**) 2 (**B**) 12 (**C**) 10 (**D**) 5 (**E**) 6

7. O Alexandre acende uma vela a cada dez minutos. Cada vela fica acesa exatamente durante 40 minutos. Quantas velas estão acesas 55 minutos após o Alexandre ter acendido a primeira vela?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

8. Qual dos seguintes valores não pode ser a média aritmética do número de filhos de cinco famílias?

(**A**) 0,2 (**B**) 1,2 (**C**) 2,2 (**D**) 2,4 (**E**) 2,5

9. O Marco e a Catarina estão em lados opostos de uma fonte circular. Eles decidiram correr no sentido dos ponteiros do relógio à volta da fonte. A velocidade do Marco é 9/8 da velocidade da Catarina. Quantas voltas tinha dado a Catarina à fonte quando o Marco a apanhou pela primeira vez?

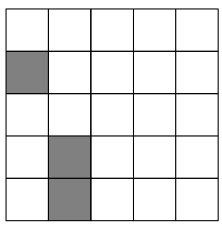
(**A**) 4 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 2 (**E**) 72

10. Os inteiros positivos x, y e z satisfazem as igualdades $x \times y = 14$, $y \times z = 10$ e $z \times x = 35$. Qual é o valor de $x + y + z$?

(**A**) 10 (**B**) 12 (**C**) 14 (**D**) 16 (**E**) 18

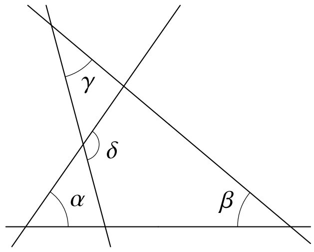
Problemas de 4 pontos

11. A Margarida e um amigo estão a jogar à "Batalha Naval" num tabuleiro de dimensões 5×5. A Margarida já colocou dois navios representados a sombreado na figura. Ela ainda tem de colocar um navio de dimensões 3×1 que ocupará exatamente três quadrículas. Os navios não podem ter pontos de contacto entre si. Quantas posições existem para ela colocar o navio de dimensões 3×1?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

12. Na figura estão representados os ângulos α, β, γ e δ. Sabendo que as amplitudes de α, β e γ são 55°, 40° e 35°, respetivamente, qual é a amplitude de δ?

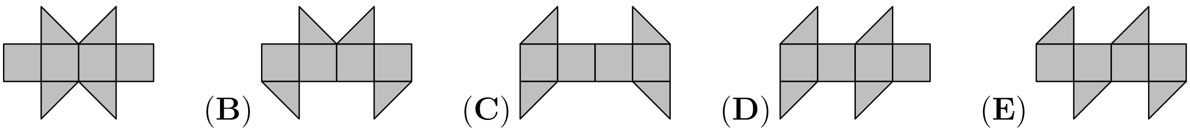


(**A**) 100° (**B**) 105° (**C**) 120° (**D**) 125° (**E**) 130°

13. A medida do perímetro de um trapézio é 5 e as medidas dos lados são números naturais. Quais são as duas menores amplitudes para dois dos ângulos do trapézio?

(**A**) 30° e 30° (**B**) 60° e 60° (**C**) 45° e 45°
(**D**) 30° e 60° (**E**) 45° e 90°

14. Qual dos seguintes moldes de papel, dobrado ao longo das linhas marcadas, nunca dá origem a um cubo?

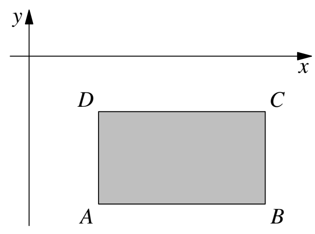


(**A**) (**B**) (**C**) (**D**) (**E**)

15. A Constança escreveu vários números naturais consecutivos numa folha em branco. Qual dos seguintes valores não pode ser a percentagem de números ímpares escritos nessa folha?

(**A**) 40 (**B**) 45 (**C**) 48 (**D**) 50 (**E**) 60

16. Os lados de um retângulo $[ABCD]$ são paralelos aos eixos das coordenadas do referencial xOy. O retângulo $[ABCD]$ está abaixo do eixo das abcissas e à direita do eixo das ordenadas, como representado na figura. Para cada um dos vértices do retângulo calculamos o valor da fração $\frac{\text{ordenada}}{\text{abcissa}}$. Qual é o vértice que dá origem ao menor valor?

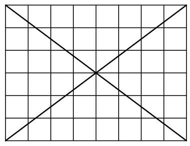


(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D
(**E**) Depende do retângulo

17. No quadro da escola, o Gonçalo escreveu todos os números de quatro algarismos, por ordem crescente, formados apenas com os algarismos do número 2013. Qual é o maior valor possível para a diferença entre dois dos números consecutivos escritos no quadro?

(**A**) 702 (**B**) 703 (**C**) 693 (**D**) 793 (**E**) 198

18. Na tabela 6×8, representada na figura, 24 das quadrículas não são intersetadas pelas diagonais da tabela. Se considerarmos uma tabela 6×10, quantas quadrículas da tabela é que não serão intersetadas pelas diagonais?



(**A**) 28 (**B**) 29 (**C**) 30 (**D**) 31 (**E**) 32

19. O André, a Beatriz, a Cátia, o Dinis e o Eduardo nasceram nas seguintes datas: 20/02/2001, 12/03/2000, 20/03/2001, 12/04/2000 e 23/04/2001 (dia/mês/ano).

O André e o Eduardo nasceram no mesmo mês. A Beatriz e a Cátia também nasceram no mesmo mês. O André e a Cátia nasceram no mesmo dia, mas de meses diferentes. O Dinis e o Eduardo também nasceram no mesmo dia, mas de meses diferentes. Qual é a criança mais nova?

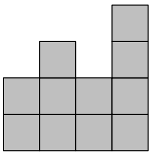
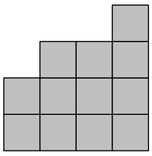
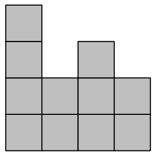
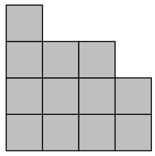
(**A**) O André (**B**) A Beatriz (**C**) A Cátia (**D**) O Dinis (**E**) O Eduardo

20. O João construiu 16 torres de cubos sobre um tabuleiro 4×4. Na tabela ao lado estão representados o número de cubos usados em cada torre. Quando o João olha para a construção da parte de trás, o que é que ele vê?

PARTE DE TRÁS

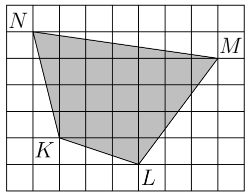
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

PARTE DA FRENTE

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

Problemas de 5 pontos

21. A Margarida desenhou numa folha de papel quadriculado o quadrilátero $[KLMN]$. Cada quadrícula do papel tem 2 cm de lado. Qual é a área de $[KLMN]$?



(**A**) 96 cm^2 (**B**) 84 cm^2 (**C**) 76 cm^2 (**D**) 88 cm^2 (**E**) 104 cm^2

22. O Afonso listou no seu computador todos os números de 1 a 2013^6. Seja S o número de quadrados perfeitos entre os números listados e seja Q o número de cubos perfeitos entre os mesmos números. Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

(**A**) $S = Q$ (**B**) $2S = 3Q$ (**C**) $3S = 2Q$ (**D**) $S = 2013Q$ (**E**) $S^3 = Q^2$

23. O Ivo escolheu um número inteiro positivo com 5 algarismos e resolveu eliminar um dos algarismos de modo a obter um número de 4 algarismos. A soma do número de 4 algarismos com o número inicial de 5 algarismos é 52713. Qual é a soma dos 5 algarismos do número inicial?

(**A**) 26 (**B**) 20 (**C**) 23 (**D**) 19 (**E**) 17

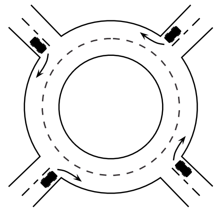
24. Um jardineiro quer plantar vinte árvores, carvalhos e tílias, ao longo de uma avenida. O número de árvores entre quaisquer dois carvalhos não pode ser três. Qual é o maior número de carvalhos que o jardineiro poderá plantar?

(**A**) 8 (**B**) 10 (**C**) 12 (**D**) 14 (**E**) 16

25. O André e o Daniel participaram recentemente numa maratona. Quando terminaram a maratona, verificou-se que o André ficou à frente do dobro do número de atletas que ficaram à frente do Daniel, e o Daniel ficou à frente de 1,5 vezes o número de atletas que terminaram à frente do André. O André terminou no vigésimo primeiro lugar. Quantos atletas participaram na maratona?

(**A**) 31 (**B**) 41 (**C**) 51 (**D**) 61 (**E**) 81

26. Na rotunda representada na figura entram, ao mesmo tempo, quatro carros vindos de direções distintas. Cada um dos carros dá menos de uma volta à rotunda e não há dois que saiam na mesma direção. De quantas maneiras distintas pode isto acontecer?



(**A**) 9 (**B**) 12 (**C**) 15 (**D**) 24 (**E**) 81

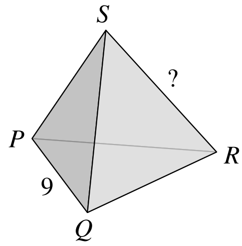
27. Uma sequência começa com os números 1, −1, −1, 1, −1. Depois do quinto termo, cada termo é o produto dos dois termos anteriores. Por exemplo, o sexto termo é igual ao produto do quarto termo com o quinto termo. Qual é a soma dos primeiros 2013 termos da sequência?

(**A**) −1006 (**B**) −671 (**C**) 0 (**D**) 671 (**E**) 1007

28. A Susana está a fazer 6 tartes de framboesa, umas a seguir às outras, ordenadas e numeradas de 1 a 6, sendo a primeira a ser cozinhada a número 1. Enquanto ela está a fazer as tartes, os seus filhos entram às vezes na cozinha e comem sempre a tarte mais quente. Qual das seguintes ordenações não pode representar a ordem em que as tartes são comidas?

(**A**) 1 2 3 4 5 6 (**B**) 1 2 5 4 3 6 (**C**) 3 2 5 4 6 1 (**D**) 4 5 6 2 3 1 (**E**) 6 5 4 3 2 1

29. Cada um dos quatro vértices e cada uma das seis arestas de um tetraedro estão marcados com um dos dez números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 11 (o número 10 não faz parte da lista). Cada número é usado apenas uma vez. O número marcado em cada aresta do tetraedro é a soma dos números marcados nos vértices unidos por esta aresta. A aresta $[PQ]$ está marcada com o número 9. Qual é o número que marca a aresta $[RS]$?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 8 (**E**) 11

30. Um número inteiro positivo N é menor do que a soma dos seus três maiores divisores (excluindo o próprio número N). Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(**A**) Todos os números N nessas condições são divisíveis por 4

(**B**) Todos os números N nessas condições são divisíveis por 5

(**C**) Todos os números N nessas condições são divisíveis por 6

(**D**) Todos os números N nessas condições são divisíveis por 7

(**E**) Não existe um número N nessas condições