Canguru Matemático sem Fronteiras 2014

http://www.mat.uc.pt/canguru/

Categoria: Cadete | Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos do 9.º ano de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

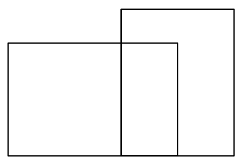
Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Em cada ano, o festival Canguru é realizado na terceira quinta-feira de março. Qual é a última data possível para a realização do festival?

(**A**) 14 de março (**B**) 15 de março (**C**) 20 de março (**D**) 21 de março (**E**) 22 de março

2. Quantos quadriláteros estão representados na figura ao lado?

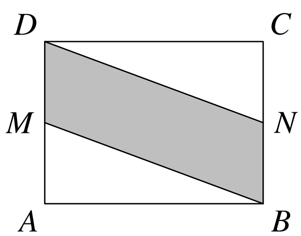


(**A**) 0
(**B**) 1
(**C**) 2
(**D**) 4
(**E**) 5

3. Qual é o valor de $2014 \times 2014 : 2014 - 2014$?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2013 (**D**) 2014 (**E**) 4028

4. A medida da área do retângulo $[ABCD]$ é 10. Os pontos M e N são os pontos médios dos lados $[AD]$ e $[BC]$, respetivamente. Qual é a medida da área do quadrilátero $[MBND]$?

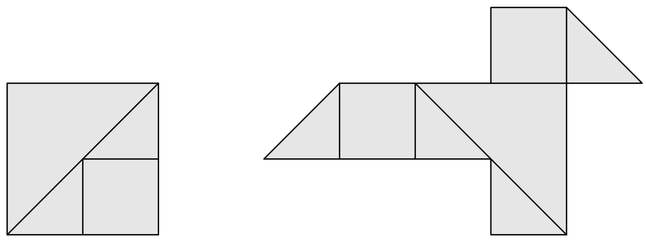


(**A**) 0,5
(**B**) 5
(**C**) 2,5
(**D**) 7,5
(**E**) 10

5. O produto de dois números é 36 e a sua soma é 37. Qual é o módulo da diferença entre esses dois números?

(**A**) 1 (**B**) 4 (**C**) 10 (**D**) 26 (**E**) 35

6. A Vanda tem várias folhas quadradas de papel com área de 4 cm^2. Ela corta as folhas em quadrados e triângulos retângulos, como se mostra na figura da esquerda. Com alguns dos pedaços de papel cortados ela faz um pássaro de papel, como se mostra na figura da direita. Qual é a área do pássaro?

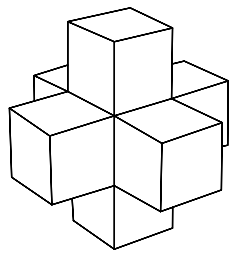


(**A**) 3 cm^2 (**B**) 4 cm^2 (**C**) 9/2 cm^2 (**D**) 5 cm^2 (**E**) 6 cm^2

7. Um depósito estava com metade da sua capacidade ocupada com água. O João colocou mais dois litros de água e o depósito ficou com três quartos da sua capacidade ocupada. Qual é a capacidade do depósito?

(**A**) 10 litros (**B**) 8 litros (**C**) 6 litros (**D**) 4 litros (**E**) 2 litros

8. O Martim construiu o sólido da figura ao lado com sete cubos unitários. Quantos cubos unitários é que o Martim precisa de adicionar ao sólido de modo a obter um cubo com medida de lado igual a 3?

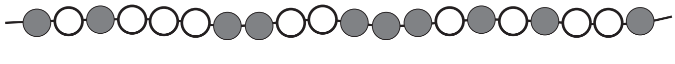


(**A**) 12 (**B**) 14 (**C**) 16
(**D**) 18 (**E**) 20

9. Qual dos cálculos seguintes dá o maior valor?

(**A**) 44×777 (**B**) 55×666 (**C**) 77×444
(**D**) 88×333 (**E**) 99×222

10. O colar de contas da figura tem contas brancas e cinzentas.



A Ana retira contas do colar, uma a uma. Ela retira sempre uma conta de uma das pontas do colar. Ela para de retirar contas assim que retira a quinta conta cinzenta. Qual é o maior número de contas brancas que ela pode retirar do colar?

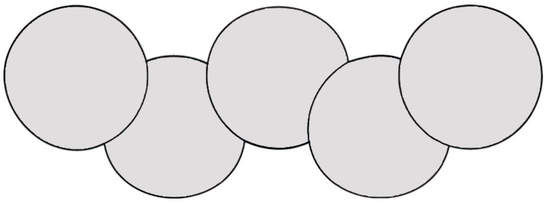
(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

Problemas de 4 pontos

11. O Gonçalo tem lições de piano duas vezes por semana. A Maria tem uma lição de piano semana sim semana não. Num dado período de tempo, o Gonçalo teve mais 15 lições de piano do que a Maria. De quantas semanas foi esse período?

(**A**) 30 (**B**) 25 (**C**) 20 (**D**) 15 (**E**) 10

12. A área de cada círculo, representado na figura, é 1 cm^2. A área da região comum a quaisquer dois círculos é $\frac{1}{8}$ cm^2. Qual é a área da região coberta pelos cinco círculos?

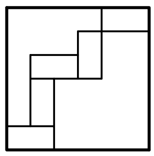


(**A**) 4 cm^2 (**B**) $\frac{9}{2}$ cm^2 (**C**) $\frac{35}{8}$ cm^2 (**D**) $\frac{39}{8}$ cm^2 (**E**) $\frac{19}{4}$ cm^2

13. Este ano, a avó Sara, a sua filha e a sua neta observaram que a soma das suas idades era de 100 anos. Cada uma das suas idades é uma potência de base 2. Qual é a idade da neta?

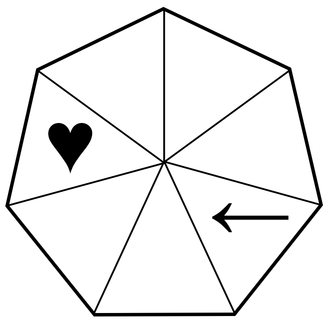
(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 8 (**E**) 16

14. Foram colocados 5 retângulos geometricamente iguais dentro de um quadrado de lado 24 cm, como está representado na figura. Qual é a área de cada um desses retângulos?



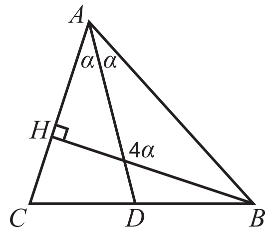
(**A**) 12 cm^2 (**B**) 16 cm^2 (**C**) 18 cm^2
(**D**) 24 cm^2 (**E**) 32 cm^2

15. O coração e a seta estão nas posições triangulares indicadas na figura e começam a mover-se ao mesmo tempo. A seta muda três posições no sentido dos ponteiros do relógio e o coração muda 4 posições no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio e depois param durante um segundo. Ao fim deste tempo, repetem o movimento indicado anteriormente. Depois de quantos movimentos é que o coração e a seta estarão no mesmo triângulo pela primeira vez?



(**A**) 7 (**B**) 8
(**C**) 9 (**D**) 10
(**E**) Nunca acontecerá

16. No triângulo $[CBA]$, da figura ao lado, $[BH]$ é uma altura do triângulo e $[AD]$ é a bissetriz interna do ângulo em A. A amplitude do ângulo obtuso entre $[BH]$ e $[AD]$ é quatro vezes a amplitude de $\angle DAB$. Qual é a amplitude de $\angle CAB$?



(**A**) 30° (**B**) 45° (**C**) 60°
(**D**) 75° (**E**) 90°

17. Seis jovens partilham o mesmo apartamento com dois chuveiros. Em cada manhã, a partir das 7 horas, todos usam um dos chuveiros e nunca está mais do que um jovem em cada chuveiro ao mesmo tempo. Os tempos de ocupação dos chuveiros pelos seis jovens são de 8, 10, 12, 17, 21 e 22 minutos, respetivamente. A que horas poderão eles libertar os chuveiros o mais cedo possível?

(**A**) 7h 45min (**B**) 7h 46min (**C**) 7h 47min (**D**) 7h 48min (**E**) 7h 50min

18. O Gonçalo desenhou um retângulo de dimensões 6 cm por 11 cm. Selecionou um dos lados maiores e traçou as bissetrizes dos ângulos internos do retângulo nas extremidades desse lado. Essas bissetrizes dividiram o outro lado maior do retângulo em três partes. Quais são as dimensões dessas três partes?

(**A**) 1 cm, 9 cm e 1 cm (**B**) 2 cm, 7 cm e 2 cm (**C**) 3 cm, 5 cm e 3 cm
(**D**) 4 cm, 3 cm e 4 cm (**E**) 5 cm, 1 cm e 5 cm

19. Os piratas do Aquém encontraram uma arca com moedas de ouro e repartiram entre si, em partes iguais, essas moedas. Se houvesse menos quatro piratas, cada pirata receberia mais dez moedas de ouro. No entanto, se houvesse menos 50 moedas na arca, cada pirata receberia menos 5 moedas de ouro. Quantas moedas havia inicialmente na arca?

(**A**) 80 (**B**) 100 (**C**) 120 (**D**) 150 (**E**) 250

20. A média de dois números positivos é 30% inferior a um dos números. Em que percentagem é a média maior do que o outro número?

(**A**) 75% (**B**) 70% (**C**) 30% (**D**) 25% (**E**) 20%

Problemas de 5 pontos

21. O Daniel escreveu os números naturais de 1 a 9 nas células de uma tabela 3×3. Ele começou por escrever os números 1, 2, 3 e 4 tal como na figura. Ao terminar, o Daniel observou que a soma dos números nas células que partilham um lado com a célula do 9 é 15. Qual é a soma dos números nas células que partilham um lado com a célula do 8?

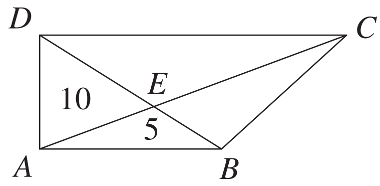
1		3
2		4

(**A**) 12 (**B**) 18 (**C**) 20 (**D**) 26 (**E**) 27

22. Uma balança antiga não está a funcionar em condições. Se um objeto pesar menos de 1000 g, a balança apresenta o valor correto. No entanto, se o peso de um objeto for maior ou igual a 1000 g, a balança pode apresentar um valor qualquer superior a 1000 g. O Pedro tem cinco objetos A, B, C, D e E todos com peso inferior a 1000 g. Quando o Pedro pesou os objetos aos pares na balança obteve os resultados seguintes: 1200 g para B e D; 2100 g para C e E; 800 g para B e E; 900 g para B e C; 700 g para A e E. Qual é o objeto mais pesado?

(**A**) A (**B**) B (**C**) C (**D**) D (**E**) E

23. O quadrilátero $[ABCD]$, da figura ao lado, tem ângulos retos apenas nos vértices A e D. O ponto E é o ponto de interseção das diagonais do quadrilátero e as medidas da área dos triângulos $[ABE]$ e $[AED]$ são 5 e 10, respetivamente. Qual é a medida da área de $[ABCD]$?



(**A**) 60 (**B**) 45
(**C**) 40 (**D**) 35
(**E**) 30

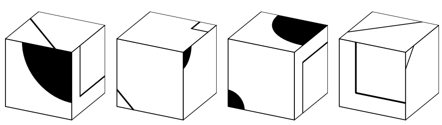
24. A Rita e a Maria gostam de competir a resolver problemas. Foi dada a cada uma delas uma lista com os mesmos 100 problemas. Para cada problema, a primeira a resolvê-lo obtém 4 pontos, enquanto que a segunda a resolvê-lo obtém 1 ponto. A Rita resolveu 60 problemas, a Maria também resolveu 60 problemas. Sabemos que em nenhum problema houve situação de empate e, em conjunto, elas obtiveram 312 pontos. Quantos problemas é que foram resolvidos por ambas?

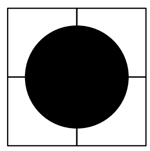
(**A**) 53 (**B**) 54 (**C**) 55 (**D**) 56 (**E**) 57

25. O António vai todos os dias de bicicleta de casa até à escola com hora prevista de chegada às 8h 30min. Certo dia, na primeira parte do trajeto, ele demorou 2/3 do tempo planeado a percorrer 3/4 da distância. Na outra parte do trajeto, ele reduziu a velocidade e chegou exatamente na hora prevista. Qual é a razão entre as velocidades médias da primeira parte e da segunda parte do trajeto?

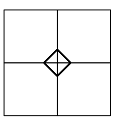
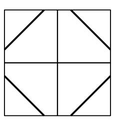
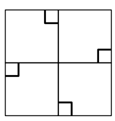
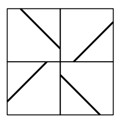
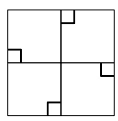
(**A**) 5 : 4 (**B**) 4 : 3 (**C**) 3 : 2 (**D**) 2 : 1 (**E**) 3 : 1

26. A Constança tem quatro cubos idênticos representados na figura abaixo.





Ela junta-os de maneira a formar um paralelepípedo com um grande círculo preto numa das faces, como se mostra na figura ao lado. Como será a face oposta do paralelepípedo?

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

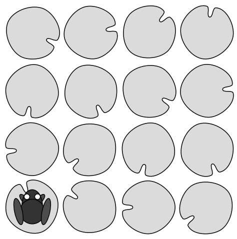
27. Um grupo de 25 pessoas era constituído por cavaleiros, servos e donzelas. Os cavaleiros diziam sempre a verdade e os servos mentiam sempre. Cada uma das donzelas alternava entre a verdade e a mentira. Quando se perguntou a cada um dos habitantes: "És um cavaleiro?", 17 habitantes responderam "Sim". Quando depois se perguntou a cada um dos habitantes: "És uma donzela?", 12 habitantes responderam "Sim". Quando se perguntou, por fim, a cada um dos habitantes: "És um servo?", 8 habitantes responderam "Sim". Quantos cavaleiros há no grupo?

(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 9 (**D**) 13 (**E**) 17

28. O Gonçalo escreveu vários números naturais, todos distintos, no quadro da sala de aula. Exatamente dois são divisíveis por 2 e exatamente treze são divisíveis por 13. Seja M o maior desses números. Qual é o menor valor possível para M?

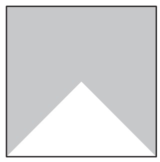
(**A**) 169 (**B**) 260 (**C**) 273 (**D**) 299 (**E**) 325

29. Num lago, existem 16 folhas de nenúfar dispostas num quadrado de 4 por 4, como indicado na figura ao lado. Uma rã salta para uma folha num dos cantos do quadrado. A rã salta entre folhas não vizinhas na horizontal ou na vertical e nunca saltando para a mesma folha duas vezes. Qual é o maior número possível de folhas que a rã pode pisar (incluindo a primeira folha onde a rã está)?



(**A**) 16 (**B**) 15 (**C**) 14 (**D**) 13 (**E**) 12

30. Um quadrado de dimensões 5×5 é construído por azulejos quadrados de dimensões 1×1 com o padrão indicado na figura ao lado. Quaisquer dois azulejos adjacentes têm a mesma cor no lado partilhado. As bordas do quadrado grande consistem em pequenos segmentos cinzentos e brancos de medida de comprimento 1. Qual é o menor número possível de tais segmentos cinzentos?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8