

Canguru Matemático sem Fronteiras 2020

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

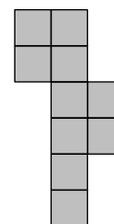
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Na figura ao lado está representado um diagrama que foi construído sobrepondo as arestas de dez quadrados cujos lados medem 1 cm. Qual é o perímetro deste diagrama?



- (A) 14 cm (B) 18 cm (C) 30 cm (D) 32 cm (E) 40 cm

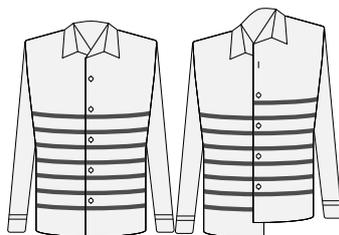
2. Quando os resultados das operações a seguir indicadas são ordenados do menor para o maior, o número na posição central é o resultado de que operação?

- (A) $1 + 2345$ (B) $12 + 345$ (C) $123 + 45$ (D) $1234 + 5$ (E) $0 + 12345$

3. Quem é a mãe da filha da mãe da mãe da Ana?

- (A) A irmã da Ana (B) A sobrinha da Ana (C) A mãe da Ana
(D) A tia da Ana (E) A avó da Ana

4. Quando o Carlos veste corretamente a sua camisa nova as listras horizontais desta formam sete curvas fechadas à sua volta, como se pode ver na figura da esquerda. Esta manhã, ele abotoou a camisa de maneira errada, como se pode ver na figura da direita. Quantas curvas fechadas formam as listras da camisa à volta do Carlos hoje de manhã?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4



5. Nas duas operações apresentadas na figura ao lado cada letra representa um algarismo. Com estes algarismos foram construídos números com dois algarismos cada. Sabendo que o resultado da operação mais à esquerda é 79, qual será o resultado da outra operação indicada?

$\begin{array}{r} \text{A B} \\ + \text{C D} \\ \hline 79 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{A D} \\ + \text{C D} \\ + \text{A B} \\ + \text{C B} \\ \hline ? \end{array}$
--	---

- (A) 79 (B) 158 (C) 869 (D) 1418 (E) 7979

6. A soma de quatro números inteiros consecutivos é 2. Qual é o menor desses números?

- (A) -3 (B) -2 (C) -1 (D) 0 (E) 1

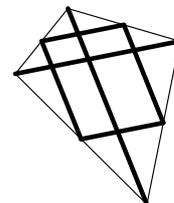
7. Os números 2020 e 1717 têm a particularidade de serem constituídos por um par de algarismos repetido duas vezes. No mínimo, quantos anos terão de passar até que voltemos a ter um ano em que o número que o representa tem a mesma propriedade?

- (A) 20 (B) 101 (C) 120 (D) 121 (E) 202

8. A Maria tinha dez pedaços de papel. Alguns tinham uma forma quadrangular e os outros tinham uma forma triangular. Ela cortou três dos pedaços quadrangulares segundo uma diagonal, desde um vértice até ao vértice oposto. Depois viu que o número total de vértices dos treze pedaços de papel com que ficou era igual a 42. Quantos pedaços de papel triangulares tinha a Maria antes de efetuar os cortes?

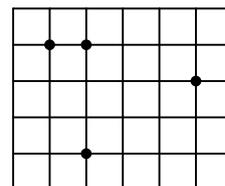
- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

9. O Martim fez a estrutura de um papagaio de papel cortando uma vara de madeira em 6 pedaços. Ele usou dois deles, de comprimentos 120 cm e 80 cm, como diagonais. As restantes quatro peças foram usadas para unir os pontos médios dos lados do papagaio, como se pode ver na figura ao lado. Qual era o comprimento da vara antes de ser cortada?



- (A) 300 cm (B) 370 cm (C) 400 cm (D) 410 cm (E) 450 cm

10. Num retângulo dividido em quadrados com lados de comprimento 1 foram assinalados quatro pontos, como se pode ver na figura ao lado. Usando quaisquer três desses pontos podem ser construídos triângulos. Qual é a menor área que pode ter um triângulo assim obtido?



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$
 (D) 2 (E) $\frac{5}{2}$

Problemas de 4 pontos

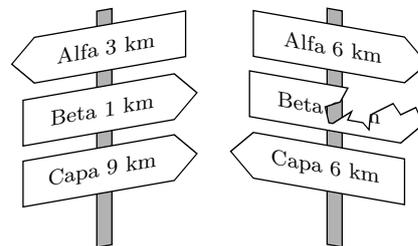
11. A Helena vai passar 18 dias consecutivos com a avó e sabe que a avó lhe vai ler uma história à terça-feira, outra ao sábado e outra ao domingo. Em que dia da semana deve a Helena começar a sua visita à avó para poder ouvir o maior número possível de histórias?

- (A) Segunda-feira (B) Terça-feira (C) Sexta-feira (D) Sábado (E) Domingo

12. Quatro números inteiros a , b , c e d são tais que $a \times b = 2 \times c \times d$. Qual dos números seguintes não pode ser o produto $a \times b \times c \times d$?

- (A) 50 (B) 100 (C) 200 (D) 450 (E) 800

13. O percurso mais curto entre a cidade Alfa e a cidade Capa passa pela cidade Beta. Quando fazemos este percurso desde a cidade Alfa até à cidade Capa encontramos primeiro a placa à esquerda, na figura ao lado. Mais à frente, encontramos a placa à direita, na mesma figura. Que distância estava escrita no sinal danificado?

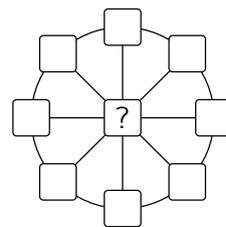


- (A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

14. Um triângulo isósceles tem um lado com 20 cm de comprimento. Relativamente aos outros dois lados sabe-se que o comprimento de um é igual a $\frac{2}{5}$ do comprimento do outro. Qual é o perímetro deste triângulo?

- (A) 36 cm (B) 48 cm (C) 60 cm (D) 90 cm (E) 120 cm

15. O Tomás quer escrever um número em cada uma das nove células, representadas na figura ao lado. Dessas células, oito foram desenhadas sobre a circunferência e uma sobre o seu centro. O Tomás quer que a soma dos três números em cada diâmetro seja igual a 13 e que a soma dos oito números sobre a circunferência seja 40. Qual é o número que o Tomás deve escrever na célula central?

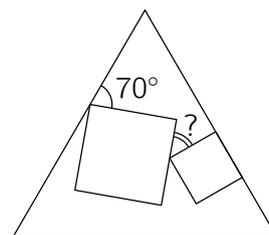


- (A) 3 (B) 5 (C) 8
(D) 10 (E) 12

16. A Marta colocou um sinal de multiplicação entre o segundo e o terceiro algarismos do número 2020 e observou que o produto resultante, 20×20 , é um quadrado perfeito. Quantos números entre 2010 e 2099 (incluindo 2020) têm esta propriedade?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. Dois quadrados não congruentes foram desenhados no interior de um triângulo equilátero. Um dos lados de um desses quadrados ficou sobre um dos lados do triângulo, como se pode ver na figura ao lado. Qual é a amplitude do ângulo assinalado com o ponto de interrogação?



- (A) 25° (B) 30° (C) 35°
(D) 45° (E) 50°

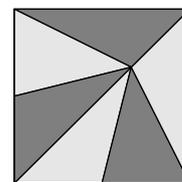
18. Se $17x + 51y = 102$, a que é igual $9x + 27y$?

- (A) 54 (B) 36 (C) 34 (D) 18
(E) Não é possível determinar

19. O Lucas está a fazer uma viagem de 520 km no seu automóvel. Ele começou a viagem com 14 litros de combustível no depósito e o carro consome 1 litro de combustível por cada 10 km. Depois de percorrer 55 km, ele vê um sinal de trânsito com as distâncias desde aquele ponto até aos cinco postos de gasolina mais à frente. Essas distâncias são 35 km, 45 km, 55 km, 75 km e 95 km. A capacidade do depósito de combustível do carro é de 40 litros e o Lucas só quer parar uma vez para abastecer o depósito. A que distância fica o posto de gasolina onde ele deve parar?

- (A) 35 km (B) 45 km (C) 55 km (D) 75 km (E) 95 km

20. Um vitral quadrado com área igual a 81 dm^2 é constituído por seis triângulos de igual área (ver figura ao lado). Uma mosca está exatamente no ponto onde os seis triângulos se interseam. A que distância da parte inferior do vitral está a mosca?



- (A) 3 dm (B) 5 dm (C) 5,5 dm
(D) 6 dm (E) 7,5 dm

Problemas de 5 pontos

21. Os algarismos de 1 a 9 são organizados aleatoriamente para formar um número de 9 algarismos. Qual é a probabilidade de o número resultante ser divisível por 18?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

22. Uma lebre e uma tartaruga fizeram uma corrida de 5 km ao longo de uma linha reta. A lebre é cinco vezes mais rápida do que a tartaruga. A lebre partiu, por engano, numa direção perpendicular ao percurso. Depois de um certo tempo ela percebeu o seu erro, mudou de direção e correu para a meta segundo uma linha reta, chegando ao mesmo tempo que a tartaruga. Qual é a distância entre o ponto de mudança de direção da lebre e o ponto de chegada?

- (A) 11 km (B) 12 km (C) 13 km (D) 14 km (E) 15 km

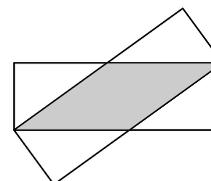
23. Sobre uma mesa estão alguns objetos. Uns têm uma forma quadrangular e os outros têm uma forma triangular. Alguns desses objetos são azuis e os restantes são vermelhos. Alguns objetos são grandes e os restantes são pequenos. Sabemos que as duas afirmações seguintes são verdadeiras:

- 1) se o objeto for grande, então é quadrangular; 2) se o objeto for azul, então é triangular.

Qual das afirmações seguintes tem de ser verdadeira?

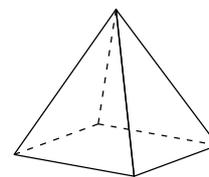
- (A) Todos os objetos quadrangulares são grandes (B) Todos os objetos vermelhos são quadrangulares
(C) Todos os objetos pequenos são azuis (D) Todos os objetos triangulares são azuis
(E) Todos os objetos azuis são pequenos

24. Dois retângulos congruentes com lados de comprimento 3 cm e 9 cm foram sobrepostos, como se pode ver na figura ao lado. Qual é a área da região comum aos dois retângulos?



- (A) 12 cm^2 (B) $13,5 \text{ cm}^2$ (C) 14 cm^2
(D) 15 cm^2 (E) 16 cm^2

25. O Pedro numerou os vértices de uma pirâmide quadrangular usando os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, sem repetição. De seguida, calculou as somas dos números nos vértices de cada uma das cinco faces da pirâmide. Quatro dessas somas são 7, 8, 9 e 10. Qual foi a outra soma obtida?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

26. Um cubo grande é construído usando 64 cubos geometricamente iguais mais pequenos. Três das faces do cubo grande foram pintadas. Qual é o número máximo possível de cubos pequenos com exatamente uma face pintada?

- (A) 27 (B) 28 (C) 32 (D) 34 (E) 40

27. A Ana quer escrever um número em cada uma das entradas de uma tabela 4×4 de tal modo que as somas dos quatro números de cada linha e as somas dos quatro números de cada coluna sejam todas iguais. Ela já escreveu alguns números, como se pode ver na tabela ao lado. Que número deve escrever no quadrado a cinzento?

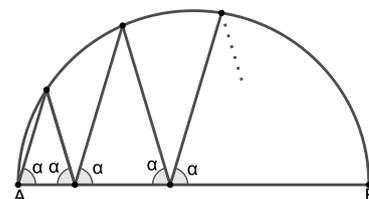
1		6	3
	2	2	8
	7		4
		7	

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

28. A Alice, a Berta e a Catarina fizeram uma competição de braço de ferro. Em cada jogo, duas das raparigas competiam, enquanto a terceira descansava. Após cada jogo, a vencedora jogava o jogo seguinte com a que tinha descansado. No total, a Alice jogou 10 vezes, a Berta 15 vezes e a Catarina 17 vezes. Quem perdeu o segundo jogo?

- (A) Alice
 (B) Berta
 (C) Catarina
 (D) Tanto a Alice como a Berta podem ter perdido o segundo jogo
 (E) Tanto a Berta como a Catarina podem ter perdido o segundo jogo

29. Uma linha em ziguezague começa no ponto A que é uma extremidade do diâmetro $[AB]$ de uma circunferência. A amplitude de cada um dos ângulos entre a linha em ziguezague e o diâmetro $[AB]$ é igual a α , como se pode ver na figura ao lado. Após quatro picos sobre a semi-circunferência, a linha em ziguezague termina no ponto B . Qual é o valor de α ?



- (A) 60° (B) 72° (C) 75° (D) 80° (E) Outra resposta

30. Oito números inteiros positivos, consecutivos e com três algarismos, têm a seguinte propriedade: cada um deles é divisível pelo seu último algarismo. Qual é a soma dos algarismos do menor dos oito números inteiros?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14