

# Canguru Matemático sem Fronteiras 2021

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**Não podes usar calculadora.** Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

## Problemas de 3 pontos

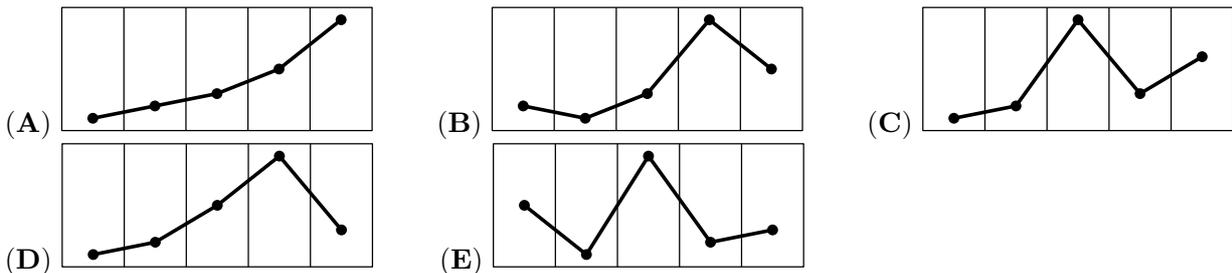
1. A terceira quinta-feira de março de cada ano é designada de Dia do Canguru Matemático. Entre as opções em baixo encontramos possíveis datas do Dia do Canguru Matemático para os próximos anos. Uma das datas não é válida. Qual é esta data?

- (A) 17 de março, 2022                      (B) 16 de março, 2023                      (C) 14 de março, 2024  
 (D) 20 de março, 2025                      (E) 19 de março, 2026

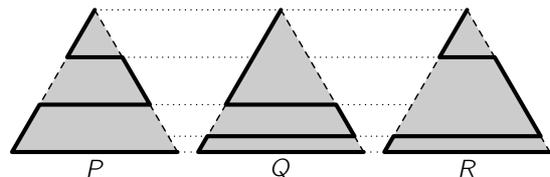
2. Na figura ao lado é-nos apresentada a previsão metereológica e de temperaturas máximas para cinco dias consecutivos.

-1°C	-2°C	0°C	6°C	2°C
Sexta	Sábado	Domingo	Segunda	Terça

Qual é o gráfico que representa as temperaturas máximas previstas?



3. Um gato caminha num parque com formato de triângulo equilátero. Na figura ao lado estão assinalados, em linha preta contínua, três caminhos possíveis entre os vértices superior e o inferior direito, com comprimentos  $P$ ,  $Q$  e  $R$ . Qual das seguintes relações de grandeza é verdadeira?

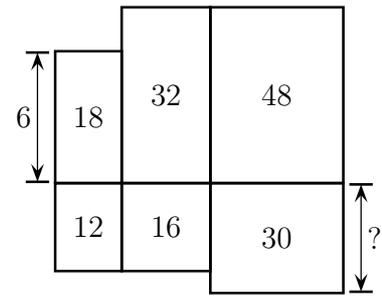


- (A)  $P < Q < R$       (B)  $P < R < Q$       (C)  $P < Q = R$       (D)  $P = R < Q$       (E)  $P = Q = R$





4. Seis retângulos estão dispostos como representado na figura ao lado. O retângulo do topo esquerdo tem 6 cm de altura. Os números dentro dos retângulos indicam as suas áreas em  $\text{cm}^2$ . Qual é a altura do retângulo inferior direito?

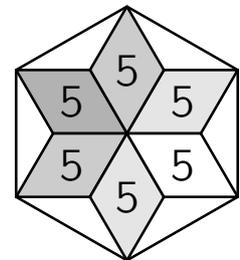


- (A) 4 cm (B) 5 cm  
(C) 6 cm (D) 7,5 cm  
(E) 10 cm

5. O resultado ao intervalo de um jogo de andebol era de 9 : 14, ou seja, a equipa visitante estava a ganhar por cinco golos. A equipa da casa dominou na segunda parte do jogo e marcou neste período o dobro dos golos que os seus adversários marcaram. No fim do jogo a equipa da casa ganhou por um golo. Qual foi o resultado final do jogo?

- (A) 20 : 19 (B) 21 : 20 (C) 22 : 21 (D) 23 : 22 (E) 24 : 23

6. Uma estrela é constituída por seis losangos congruentes de  $5 \text{ cm}^2$  de área, como ilustrado na figura ao lado. Os vértices da estrela definem um hexágono regular, como ilustrado. Qual é a área do hexágono?

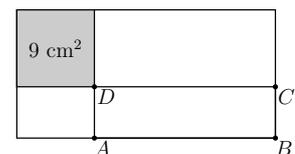


- (A)  $36 \text{ cm}^2$  (B)  $40 \text{ cm}^2$   
(C)  $45 \text{ cm}^2$  (D)  $48 \text{ cm}^2$   
(E)  $60 \text{ cm}^2$

7. Numa banda de jazz, o José toca saxofone, o Eder toca trompete e a Eliana canta. Todos eles têm a mesma idade. A banda de jazz tem mais três elementos que têm 19, 20 e 21 anos de idade, respetivamente. Sabemos também que a média de idades dos elementos da banda é 21. Qual é a idade da Eliana?

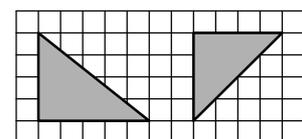
- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

8. Um retângulo com 30 cm de perímetro é dividido em quatro partes por uma linha vertical e uma linha horizontal. Uma das partes é um quadrado com  $9 \text{ cm}^2$  de área, como ilustrado na figura ao lado. Qual é o perímetro do retângulo  $[ABCD]$ ?



- (A) 14 cm (B) 16 cm (C) 18 cm (D) 21 cm (E) 24 cm

9. O Alexandre desenhou três triângulos numa grelha quadrangular. Sabemos que exatamente dois dos triângulos têm a mesma área, exatamente dois dos triângulos são isósceles e exatamente dois são triângulos retângulos. Dois dos três triângulos estão ilustrados na figura ao lado. Entre as opções seguintes, qual pode ser o terceiro triângulo?



- (A) (B) (C) (D) (E)



10. A Magda escolheu um número especial. Ela obtém o mesmo resultado quando subtrai  $\frac{1}{10}$  do número especial ou quando multiplica o número especial por  $\frac{1}{10}$ . Qual é o número especial que a Magda escolheu?

- (A)  $\frac{1}{100}$       (B)  $\frac{1}{11}$       (C)  $\frac{1}{10}$       (D)  $\frac{11}{100}$       (E)  $\frac{1}{9}$

### Problemas de 4 pontos

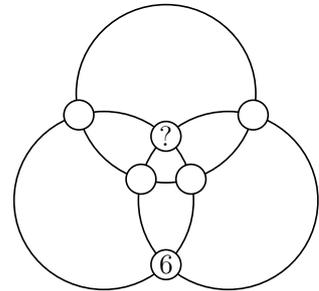
11. O Tomás tem dez velas do mesmo tamanho. Ele começa por acender apenas uma. Quando falta arder um décimo desta ele acende a segunda vela. De modo semelhante, quando falta arder um décimo da segunda vela ele acende a terceira vela. O Tomás continua deste modo: quando falta arder uma décimo da última vela que acendeu ele acende a seguinte. Sabemos que as velas ardem à mesma velocidade em todo o seu comprimento e que cada uma demora 2 minutos a arder completamente. Quanto tempo demorou para as 10 velas arderem totalmente?

- (A) 18 minutos e 20 segundos      (B) 18 minutos e 12 segundos      (C) 18 minutos  
(D) 17 minutos      (E) 16 minutos e 40 segundos

12. A Cátia sobe 8 degraus subindo 1 ou 2 degraus em cada passo. Há um buraco no sexto degrau e por isso a Cátia não pode usar este degrau. De quantas maneiras diferentes a Cátia consegue subir os 8 degraus?

- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10

13. Os números inteiros de 1 a 6 são colocados nos círculos correspondentes à interseção de três circunferências. A posição do número 6 está ilustrada na figura ao lado. Sabemos que a soma dos quatro números em cada uma das três circunferências é igual. Qual é o número que deve ser colocado no círculo com o ponto de interrogação?

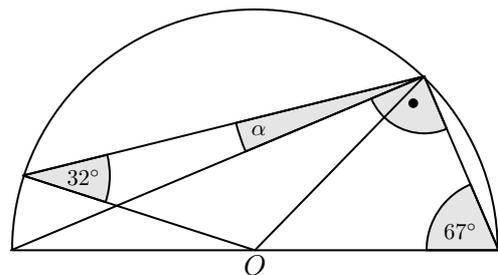


- (A) 1      (B) 2  
(C) 3      (D) 4  
(E) 5

14. O número 2021 tem resto 5 quando dividido por 6, por 7, por 8 e por 9. Quantos números inteiros positivos menores que 2021 têm esta propriedade?

- (A) 4      (B) 3      (C) 2      (D) 1      (E) Nenhum.

15. A figura mostra um semicírculo com centro  $O$ . Sejam  $A$  e  $B$  os pontos da base do semicírculo, com ponto médio  $O$ , e sejam  $P$  e  $Q$  dois pontos do arco do semicírculo. Sabemos que, em graus, a amplitude do ângulo  $PBO$  é  $67^\circ$  e que a amplitude do ângulo  $PQO$  é  $32^\circ$ , como ilustrado na figura. Qual é o valor, em graus, da amplitude do ângulo  $APQ$ , denotado na figura por  $\alpha$ ?



- (A)  $9^\circ$       (B)  $11^\circ$       (C)  $16^\circ$       (D)  $17,5^\circ$       (E)  $18^\circ$



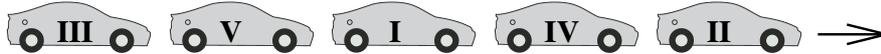
16. Numa competição participam cinco equipes, com 9, 15, 17, 19 e 21 elementos. Cada equipe é constituída apenas por rapazes ou apenas por raparigas. As equipes entram em competição uma de cada vez. Logo após todos os elementos da primeira equipa terem começado a competir, o número de raparigas que ainda não começou é o triplo do número de rapazes que ainda não começou. Quantos membros estão na primeira equipa?

- (A) 9                      (B) 15                      (C) 17                      (D) 19                      (E) 21

17. Cinco carros participam numa corrida começando pela ordem ilustrada na figura seguinte.



Cada vez que um carro ultrapassa outro, recebe um ponto. Os carros terminaram na seguinte ordem:



Qual é o menor número total de pontos atribuído?

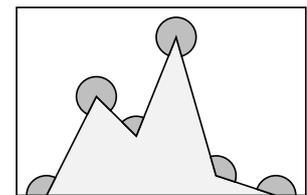
- (A) 10                      (B) 9                      (C) 8                      (D) 7                      (E) 6

18. Uma tabela  $3 \times 3$  tem inicialmente o número 0 em cada uma das suas células. Em cada passo, os números de cada célula de uma sub-tabela  $2 \times 2$ , como o ilustrado à esquerda na figura, são aumentados em uma unidade. Esta operação é repetida várias vezes até se obter a disposição apresentada na tabela na direita da figura. Infelizmente, algumas das células têm os seus números escondidos. Qual é o número na célula com o ponto de interrogação?

0	0	0		18	
0	0	0		47	
0	0	0	13		?

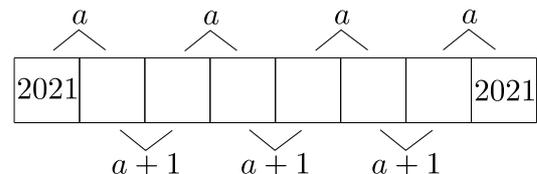
- (A) 14                      (B) 15                      (C) 16                      (D) 17                      (E) 19

19. Qual é a soma das amplitudes dos seis ângulos externos da curva poligonal, representados na figura ao lado?



- (A)  $360^\circ$                       (B)  $900^\circ$   
 (C)  $1080^\circ$                       (D)  $1120^\circ$   
 (E)  $1440^\circ$

20. Temos uma sequência de oito números dispostos em fila, como ilustrado na figura ao lado. Números adjacentes têm somas  $a$  ou  $a + 1$ , como indicado na figura. Os números nas posições 1 e 8 são 2021 em ambas. Qual é o valor de  $a$ ?



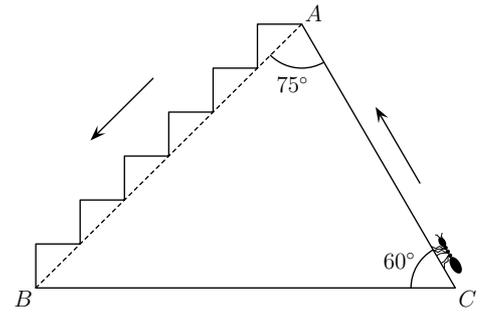
- (A) 4041                      (B) 4042                      (C) 4043                      (D) 4044                      (E) 4045



## Problemas de 5 pontos

21. Numa estrutura triangular, como ilustrada na figura ao lado, uma formiga sobe de  $C$  para  $A$  pelo segmento  $[CA]$  e desce por degraus de  $A$  para  $B$ . Qual é a razão entre os comprimentos dos percursos de  $C$  para  $A$  e de  $A$  para  $B$  percorridos pela formiga?

- (A) 1  
(B)  $1/2$   
(C)  $1/3$   
(D)  $\sqrt{2}/2$   
(E)  $\sqrt{3}/3$



22. Os números  $a$ ,  $b$  e  $c$  satisfazem  $a + b + c = 0$  e  $a \times b \times c = 78$ . Qual é o valor de  $(a + b)(b + c)(c + a)$ ?

- (A)  $-156$   
(B)  $-39$   
(C)  $78$   
(D)  $156$   
(E) Nenhum dos anteriores

23. Seja  $N$  o menor número inteiro positivo cuja soma dos seus algarismos é 2021. Qual é a soma dos algarismos de  $N + 2021$ ?

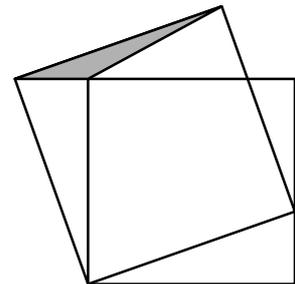
- (A) 10  
(B) 12  
(C) 19  
(D) 28  
(E) 2021

24. Três pessoas jogaram um jogo de palavras no qual cada uma escreveu 10 palavras. Na atribuição de pontos, um jogador ganha três pontos por palavra se nenhum dos restantes jogadores escolhe essa mesma palavra. Um jogador ganha um ponto por palavra se apenas um dos restantes jogadores escolhe essa mesma palavra. Nenhum ponto é atribuído por palavras que todos escolheram. Quando os três jogadores somaram os seus pontos descobriram que todos tinham uma pontuação diferente. O jogador com a pontuação mais baixa teve 19 pontos. Quantos pontos teve o jogador com maior pontuação?

- (A) 20  
(B) 21  
(C) 23  
(D) 24  
(E) 25

25. O quadrado mais pequeno da figura ao lado tem medida da área 16 e o triângulo sombreado tem medida da área 1. Qual é a medida da área do quadrado maior?

- (A) 17  
(B) 18  
(C) 19  
(D) 20  
(E) 21



26. Cada um dos números  $a$  e  $b$  é um quadrado de um inteiro. A diferença  $a - b$  é um número primo. Qual dos seguintes números pode ser  $b$ ?

- (A) 100  
(B) 144  
(C) 256  
(D) 900  
(E) 10000



27. Na tabela  $4 \times 4$  ao lado algumas células têm de ser pintadas a preto. Os números no lado direito e em baixo da tabela mostram quantas células nessa linha ou coluna devem ser pretas, respetivamente. De quantas maneiras diferentes podemos pintar a tabela?

				2
				0
				2
				1
2	0	2	1	

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 5                      (E) Mais do que 5

28. Quantos números inteiros positivos de cinco algarismos têm produto dos seus algarismos igual a 1000?

- (A) 10                      (B) 20                      (C) 30                      (D) 40                      (E) 60

29. A Cristina tem oito moedas cujos pesos, em gramas, são números inteiros positivos diferentes. Quando a Cristina coloca quaisquer duas moedas num dos lados de uma balança e outras duas no outro lado da balança, o lado que tem a moeda mais pesada é sempre o lado mais pesado. No mínimo, quantas gramas tem a moeda mais pesada?

- (A) 8                      (B) 12                      (C) 34                      (D) 128                      (E) 256

30. Numa fila estão dispostas 2021 bolas numeradas de 1 a 2021. Cada bola é de uma das seguintes quatro cores: verde, vermelho, amarelo ou azul. Em cada sequência de cinco bolas consecutivas existe exatamente uma vermelha, uma amarela e uma azul. A bola a seguir a uma bola vermelha é amarela. As bolas numeradas com 2, 20 e 202 são verdes. Que cor tem a bola com o número 2021?

- (A) Verde                      (B) Vermelho                      (C) Amarelo                      (D) Azul  
(E) É impossível determinar