

Canguru Matemático sem Fronteiras 2023

Categoria: Cadete

Duração: 1h 30min

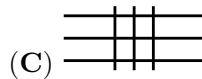
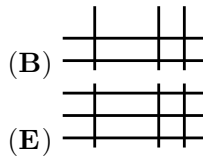
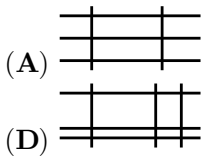
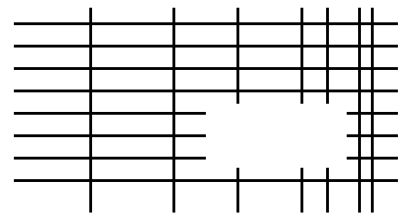
Destinatários: alunos do 9.º ano de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

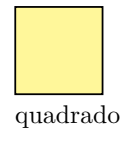
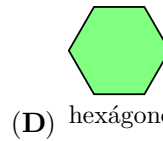
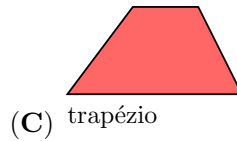
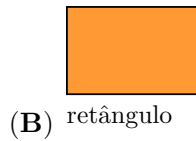
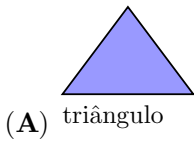
Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada resposta correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada resposta errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

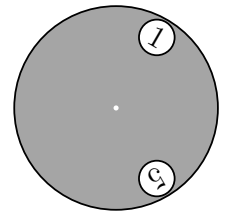
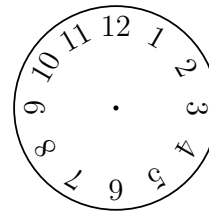
1. Desenharam-se várias linhas horizontais e várias linhas verticais num papel. Depois recortou-se uma parte retangular, conforme se ilustra na figura ao lado. Qual é a parte recortada?



2. Qual das figuras abaixo é que não pode ser dividida em dois trapézios por meio de uma única linha reta?

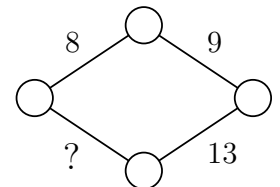


3. Um círculo de papel cinzento com dois buracos circulares foi colocado sobre o relógio indicado à esquerda na figura, ficando o relógio como representado à direita na figura. O círculo cinzento é girado em torno do seu centro de modo a ser visível o número 8 através de um dos buracos. Quais são os dois números que poderão ser visíveis através do outro buraco?



(A) 4 ou 12 (B) 1 ou 5 (C) 1 ou 4 (D) 7 ou 11 (E) 5 ou 12

4. O Gonçalo pretende escrever um número em cada vértice e em cada aresta do losango ao lado. Ele pretende que a soma dos números em cada dois vértices adjacentes seja igual ao número escrito na aresta que liga esses vértices. Que número é que ele deverá escrever na aresta indicada pelo ponto de interrogação?

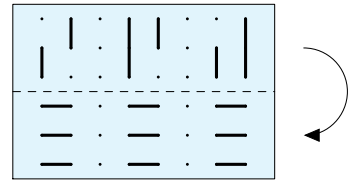


(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15



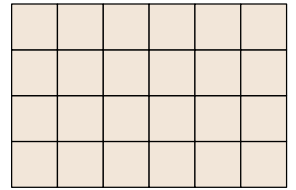


5. A Constança desenhou a preto alguns segmentos de reta numa folha de papel transparente, como indicado na figura ao lado. Depois ela dobrou a folha ao longo da linha a tracejado. O que é que ela poderá agora observar?



- (A) (B)
 (C) (D)
 (E)

6. O Pedro quer cobrir o painel ao lado, de dimensões 4×6 , com azulejos idênticos. Não são admitidas sobreposições nem espaços por cobrir. Qual dos seguintes azulejos não pode ser usado pelo Pedro?

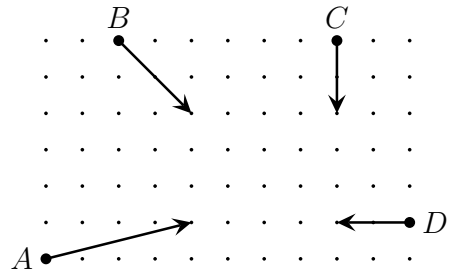


- (A) (B) (C)
 (D) (E)

7. O João tem 150 moedas. Quando as atira ao ar e estas caem na mesa 40% mostram cara e 60% mostram coroa. Quantas moedas que mostram coroa é que ele terá de virar ao contrário para que tenha o mesmo número de moedas a mostrar cara e a mostrar coroa?

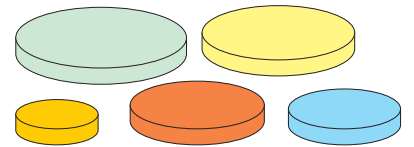
- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

8. O diagrama ao lado mostra as posições iniciais, as direções e sentidos de movimento e as distâncias que quatro carrinhos de choque percorrem durante 5 segundos. Nestas condições, quais são os carrinhos de choque que irão colidir?



- (A) A e B (B) A e C (C) A e D
 (D) B e C (E) C e D

9. A Ana tem cinco discos, todos de tamanhos diferentes, tal como ilustrado na figura ao lado. Ela pretende construir uma torre usando três discos, de modo a que cada disco na torre seja mais pequeno que o disco imediatamente abaixo. Quantas torres diferentes é que a Ana poderá construir?



- (A) 5 (B) 6 (C) 8
 (D) 10 (E) 15

10. A Rita pretende escrever os números de 1 a 8 nas quadrículas da tabela ao lado, de modo a que as somas dos números nas quadrículas de cada linha sejam iguais e que as somas dos números nas quadrículas em cada coluna sejam iguais. Ela já colocou os números 3, 4 e 8, como indicado. Que número é que ela terá de colocar na quadrícula assinalada com o ponto de interrogação?

	4		?
3		8	

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 6 (E) 7

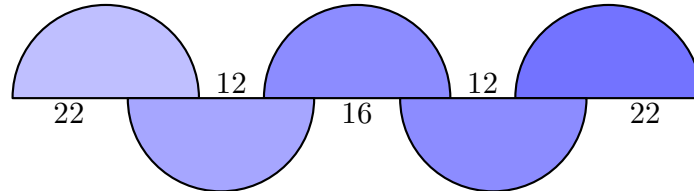


Problemas de 4 pontos

11. A Francisca escreveu três números naturais consecutivos, na sua ordem natural, mas em vez de algarismos usou símbolos: $\square\diamond\diamond$, $\heartsuit\triangle\triangle$, $\heartsuit\triangle\square$. Qual será o número seguinte?

- (A) $\heartsuit\heartsuit\diamond$ (B) $\square\heartsuit\square$ (C) $\heartsuit\triangle\diamond$ (D) $\heartsuit\diamond\square$ (E) $\heartsuit\triangle\heartsuit$.

12. A figura abaixo mostra 5 semicírculos geometricamente iguais e as medidas de alguns segmentos de reta.



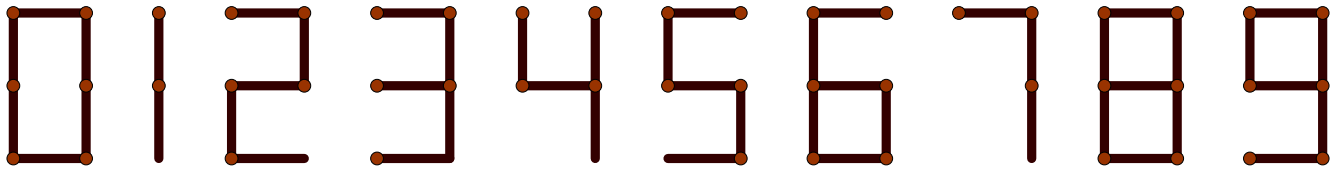
Qual é a medida do raio dos semicírculos?

- (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 22 (E) 36

13. O Jorge pretende colorir de vermelho algumas arestas de um cubo, de modo a que cada face desse cubo tenha pelo menos uma aresta a vermelho. Qual é o menor número possível de arestas que ele terá de colorir a vermelho?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. Podemos usar fósforos para construir algarismos, conforme se ilustra abaixo.



Quantos números inteiros positivos diferentes é que podem ser construídos dessa forma usando exatamente seis fósforos?

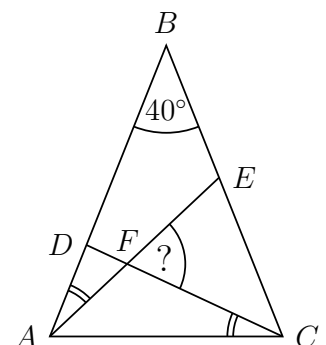
- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

15. Os lados de um quadrado medem 1 cm. Quantos pontos do plano estão exatamente a 1 cm de distância de dois vértices do quadrado?

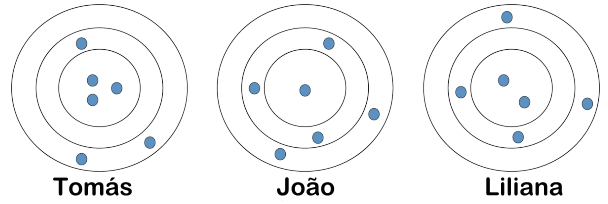
- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

16. O triângulo $[ABC]$ é isósceles, com $\widehat{ABC} = 40^\circ$. Os dois ângulos assinalados, $\angle EAB$ e $\angle DCA$, têm a mesma amplitude. Qual é a amplitude de $\angle CFE$?

- (A) 55°
 (B) 60°
 (C) 65°
 (D) 70°
 (E) 75°

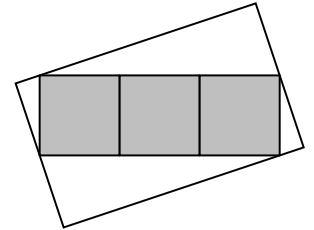


17. O Tomás, o João e a Liliana atiraram, cada um, seis setas a um alvo, como se mostra na figura. Setas que fiquem dentro do mesmo anel ou no círculo central valem o mesmo número de pontos. O Tomás marcou 46 pontos e o João marcou 34 pontos. Quantos pontos marcou a Liliana?



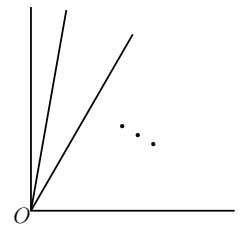
- (A) 37 (B) 38 (C) 39 (D) 40 (E) 41

18. A figura ao lado mostra um retângulo cinzento formado por três quadrados, também cinzentos, cada um dos quais com 25 cm^2 de área, dentro de um retângulo branco. Dois dos vértices do retângulo cinzento coincidem com os pontos médios dos lados menores do retângulo branco e os outros dois vértices estão sobre os outros dois lados do retângulo branco, como indicado na figura. Qual é a área, em cm^2 , do retângulo branco?



- (A) 125 (B) 136 (C) 149 (D) 150 (E) 172

19. A Ângela desenhou duas semirretas com a mesma origem O e formando um ângulo reto. Qual é o menor número de semirretas, com origem O , que a Ângela poderá desenhar no interior do ângulo reto, como indicado, de modo a que para cada valor 10° , 20° , 30° , 40° , 50° , 60° , 70° e 80° seja possível encontrar duas semirretas em que o ângulo formado por elas tenha uma amplitude igual a esse valor?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

20. A soma de 2023 números inteiros consecutivos é 2023. Qual é a soma dos algarismos do maior desses números?

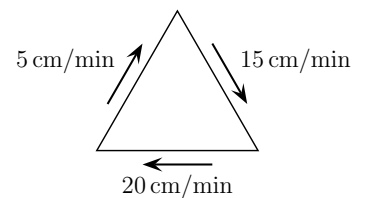
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Problemas de 5 pontos

21. Alguns castores e alguns cangurus estão dispostos em círculo. No total há três castores no círculo e não há dois castores juntos. Só há três cangurus que estão juntos a pelo menos outro canguru. Qual é o maior número possível de cangurus no círculo?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

22. Uma formiga caminha ao longo de um triângulo equilátero. As velocidades a que ela caminha ao longo dos três lados são 5 cm/min , 15 cm/min e 20 cm/min , como indicado na figura. Qual é a velocidade média, em cm/min , a que a formiga caminha ao longo de todo o triângulo?



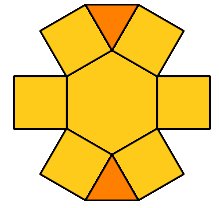
- (A) 10 (B) $\frac{80}{11}$ (C) $\frac{180}{19}$ (D) 15 (E) $\frac{40}{3}$

23. Durante uma semana a Branca de Neve organizou um torneio de xadrez para os sete anões (o Sabichão, o Tímido, o Atchim, o Feliz, o Mudo, o Soneca e o Zangado), em que cada anão jogou um jogo com cada um dos outros anões. No primeiro dia do torneio, o Zangado jogou 1 jogo, o Atchim jogou 2 jogos, o Soneca jogou 3 jogos, o Tímido jogou 4, o Feliz jogou 5 e o Sabichão jogou 6 jogos. Quantos jogos jogou o Mudo no primeiro dia?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



24. A Isabel quer escrever os algarismos de 1 a 9 nas regiões da figura ao lado, um número por região, de modo a que o produto dos algarismos em duas regiões adjacentes não seja superior a 15 (duas regiões são ditas adjacentes se tiverem uma aresta em comum). De quantas maneiras diferentes é que a Isabel pode fazer isso?

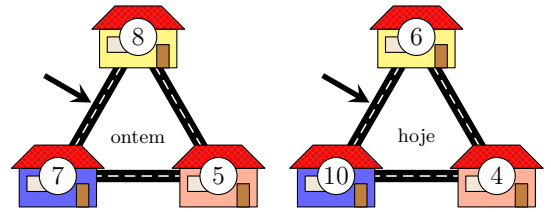


- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 32

25. O Martim está numa fila. O número de pessoas na fila é um múltiplo de 3. Ele observa que há tantas pessoas à sua frente como atrás de si. Ele repara que na fila estão dois amigos seus, ambos atrás de si. Um está na 19.^a posição e o outro na 28.^a posição. Em que posição está o Martim?

- (A) 14.^a (B) 15.^a (C) 16.^a (D) 17.^a (E) 18.^a

26. Nas três casas vizinhas representadas na figura vivem alguns ratos. Ontem à noite, cada rato saiu da sua casa e mudou-se para uma das casas vizinhas pelo caminho mais curto. Os números apresentados nas casas indicam o número de ratos nessa casa. A figura da esquerda apresenta os números de ontem e a figura da direita apresenta os números de hoje. Quantos ratos é que usaram o caminho indicado pela seta para mudarem de casa?



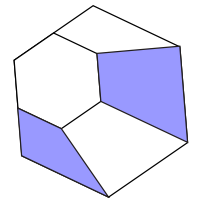
- (A) 9 (B) 11 (C) 12 (D) 16 (E) 19

27. O Bruno escreveu o número 1015 como a soma de números que usam apenas o algarismo 7. Ele usou o algarismo 7 num total de 10 vezes, como indicado na figura. Agora, ele pretende escrever o número 2023 como a soma de números que usem apenas o algarismo 7, usando o algarismo 7 num total de 19 vezes. Quantos desses números são iguais a 77?

$$\begin{array}{r} 777 \\ 77 \\ + 77 \\ 77 \\ 7 \\ \hline 1015 \end{array}$$

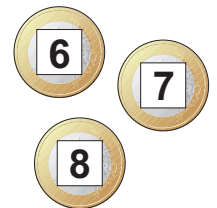
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. Um hexágono regular foi decomposto em quatro quadriláteros e num hexágono regular mais pequeno, como se mostra na figura. A área da região a sombreado e a área do hexágono mais pequeno estão na razão de $\frac{4}{3}$. Qual é a razão entre as áreas do hexágono pequeno e do hexágono maior?



- (A) $\frac{3}{11}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

29. O António escreveu seis números naturais consecutivos em seis pedaços de papel, um número por pedaço de papel. Depois colou os papéis nas faces de três moedas, um papel por face. De seguida atirou as três moedas ao ar três vezes. Na primeira ronda, ficaram visíveis os números 6, 7 e 8, como indicado na figura. Na segunda ronda, a soma dos números visíveis foi igual a 23 e na terceira ronda a soma dos números visíveis foi igual a 17. Qual é a soma dos três números que não estão visíveis?



- (A) 18 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 30

30. Uma equipa de rãguebi marcou 24 pontos, 17 pontos e 25 pontos no sétimo, no oitavo e no nono jogos da época de 2022, respetivamente. A sua média por jogo é maior ao fim dos 9 jogos do que ao fim dos seus primeiros 6 jogos. A média por jogo ao fim de 10 jogos é maior do que 22. Qual é o menor número de pontos que eles poderão ter marcado no décimo jogo?

- (A) 22 (B) 23 (C) 24 (D) 25 (E) 26