

Canguru Matemático sem Fronteiras 2023

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

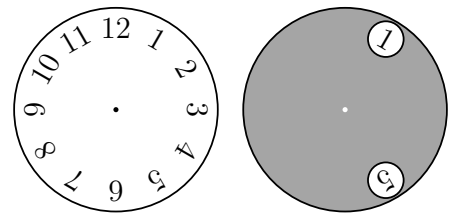
Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada resposta correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada resposta errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

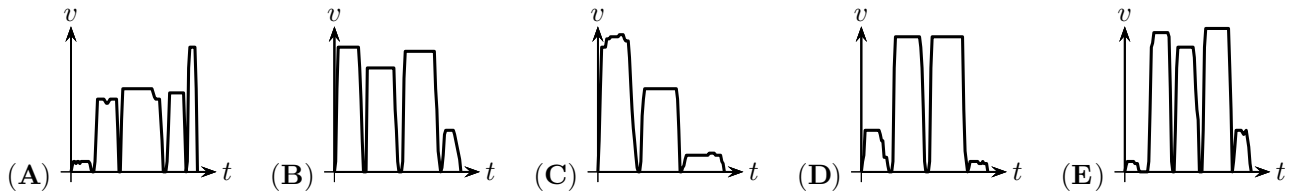
Problemas de 3 pontos

1. Um disco cinzento com dois buracos circulares é colocado sobre a face do relógio ilustrado à esquerda na figura ao lado, ficando o relógio como ilustrado à direita na figura. O disco cinzento é rodado em torno do seu centro até que o número 10 aparece em um dos buracos. Quais são os dois números que poderão ser visíveis no outro buraco?



- (A) 2 e 6 (B) 3 e 7 (C) 3 e 6 (D) 1 e 9 (E) 2 e 7

2. No seu percurso para a escola, a Maria correu para apanhar o autocarro, saiu na segunda paragem e fez a última parte do percurso caminhando. Qual dos seguintes gráficos de velocidade melhor representa a sua viagem para a escola?

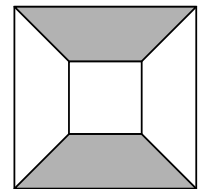


3. Sendo os números inteiros positivos m e n ambos ímpares, qual dos seguintes números também é ímpar?

- (A) $m \times (n + 1)$ (B) $(m + 1) \times (n + 1)$ (C) $m + n + 2$
(D) $m \times n + 2$ (E) $m + n$

4. Um quadrado de lado 10 cm contém um quadrado de lado 4 cm, como ilustrado na figura ao lado. Os lados correspondentes dos quadrados são paralelos. Qual é a percentagem da área do quadrado maior que está sombreada?

- (A) 25% (B) 30% (C) 40%
(D) 42% (E) 45%



5. Sendo hoje quinta-feira, qual dia da semana será daqui a 2023 dias?

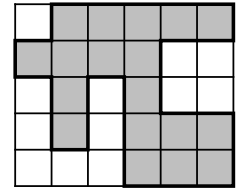
- (A) Terça-feira (B) Quarta-feira (C) Quinta-feira (D) Sexta-feira (E) Sábado





6. Um retângulo está dividido em 30 quadrados geometricamente iguais, como ilustrado na figura ao lado. Sabemos que o perímetro da região dos quadrados a sombreado é 240 cm. Qual é a área do retângulo?

- (A) 480 cm² (B) 750 cm² (C) 1080 cm²
(D) 1920 cm² (E) 2430 cm²



7. A soma das idades dos cinco membros de uma família é 80 anos. Os dois membros mais novos da família têm 6 e 8 anos. Qual foi a soma das idades dos membros da família há sete anos?

- (A) 35 (B) 36 (C) 45 (D) 46 (E) 66

8. Uma cerca de madeira consiste numa sequência de placas de madeira verticais em que cada par consecutivo está ligado por quatro placas de madeira horizontais. A primeira e a última placa de madeira da cerca são verticais. Qual dos seguintes números pode ser o número total de placas de madeira na cerca?

- (A) 95 (B) 96 (C) 97 (D) 98 (E) 99

9. Quantos pares de números inteiros positivos a e b são solução da equação $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. Depois de ter competido em 200 jogos de xadrez, a taxa de vitórias do Lucas é de 49%. Qual é o menor número de jogos extra em que o Lucas precisa de participar de modo a aumentar a taxa de vitórias para exatamente 50%?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

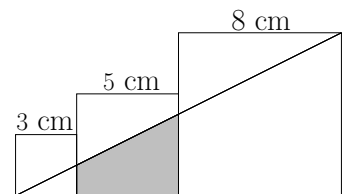
Problemas de 4 pontos

11. O David resolveu poupar água. Com esse fim, ele reduziu o tempo que usava a tomar banho em um quarto. Para além disso, o David também diminuiu a pressão da água do chuveiro para reduzir o volume de água que sai do chuveiro por unidade de tempo em um quarto. Qual é a fração da quantidade de água consumida no banho que o David conseguiu reduzir?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{5}{12}$ (E) $\frac{7}{16}$

12. Na figura ao lado vemos ilustrados três quadrados de lados 3 cm, 5 cm e 8 cm, justapostos e ordenados do menor para o maior. Na figura, une-se o ponto inferior esquerdo ao ponto superior direito por um segmento. Qual é a área, em cm², do trapézio a sombreado?

- (A) 13 (B) $\frac{55}{4}$ (C) $\frac{61}{4}$ (D) $\frac{65}{4}$ (E) $\frac{69}{4}$

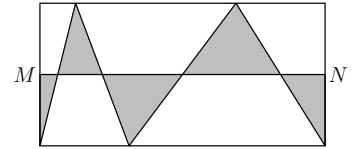


13. Um fio de 95 m é cortado em três partes, tal que cada parte é 50% mais comprida do que a parte anterior. Qual é o comprimento da parte mais comprida?

- (A) 36 m (B) 42 m (C) 45 m (D) 46 m (E) 48 m

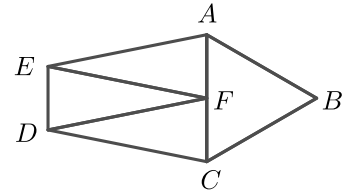


14. Na figura ao lado, os pontos M e N são os pontos médios de dois lados opostos do retângulo. Qual é a fração da área do retângulo que está a sombreado?



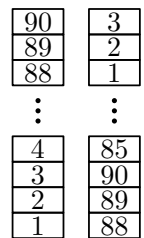
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

15. O pentágono $[ABCDE]$ está dividido em quatro triângulos de igual perímetro. O triângulo $[ABC]$ é equilátero e os triângulos $[AFE]$, $[DEF]$ e $[CDF]$ são três triângulos isósceles congruentes. Qual é a razão entre o perímetro do pentágono $[ABCDE]$ e o perímetro do triângulo $[ABC]$?



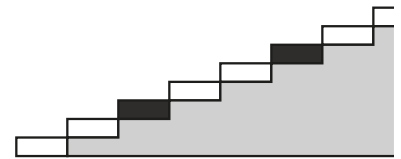
- (A) 2/1 (B) 3/2 (C) 4/3 (D) 5/3 (E) 5/2

16. Numa mesa está uma torre com blocos numerados de 1 a 90, como ilustrado na parte esquerda da figura ao lado. O Marcelo vai tirando blocos do topo da torre, três de cada vez, para construir uma nova torre, como ilustrado na parte direita da figura. Após terminar o processo da construção da nova torre, quantos blocos estão entre os blocos numerados por 39 e 40?



- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3
(E) 4

17. Numa escadaria com 2023 degraus, de três em três degraus há um pintado de preto, começando no terceiro a contar de baixo. Os restantes degraus estão pintados de branco. Os primeiros sete degraus estão ilustrados na figura ao lado. A Ana sobe a escadaria um degrau de cada vez, começando ou com o pé direito ou com o esquerdo, alternando em cada passo. Qual é o número mínimo de degraus pretos que a Ana vai pisar com o pé direito?

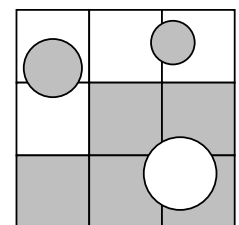


- (A) 0 (B) 333 (C) 336 (D) 337 (E) 674

18. Designamos um número com dois algarismos de *raso* se nenhum dos seus algarismos for uma potência de um número inteiro com expoente superior a 1. Por exemplo, 53 é um número raso, mas 54 não é um número raso uma vez que $4 = 2^2$. Qual dos seguintes números é um divisor do maior e do menor número raso?

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11 (E) 13

19. Um quadrado com 30 cm de lado está dividido em 9 quadrados geometricamente iguais, como ilustrado na figura ao lado. O quadrado maior contém três círculos com raios de 5 cm, à direita em baixo, de 4 cm, à esquerda em cima, e de 3 cm, à direita em cima, como ilustrado. Qual é a área da região a sombreado?



- (A) 400 cm^2 (B) 500 cm^2 (C) $(400 + 50\pi) \text{ cm}^2$
(D) $(500 - 25\pi) \text{ cm}^2$ (E) $(500 + 25\pi) \text{ cm}^2$

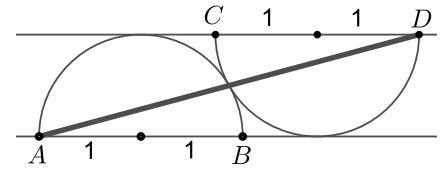
20. O Timóteo calculou a média de cinco números primos diferentes e obteve um número inteiro. Qual é o menor número que ele pode ter obtido?

- (A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 12 (E) 30



Problemas de 5 pontos

21. O diagrama mostra dois semicírculos tangentes de raio 1 e diâmetros paralelos $[AB]$ e $[CD]$, respectivamente. Qual é o quadrado da distância de A a D ?



- (A) 16 (B) $8 + 4\sqrt{3}$ (C) 12 (D) 9 (E) $5 + 2\sqrt{3}$

22. A partir de uma sequência inicial de quatro números, um algoritmo continua a lista escolhendo para o número seguinte o menor número inteiro não-negativo diferente dos quatro anteriores, e o mesmo processo é repetido sucessivamente. Com a sequência inicial 2, 0, 2, 3 introduzida no algoritmo, qual é o número na posição 2023 da lista resultante?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

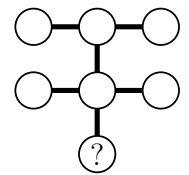
23. Seja R a região no retângulo do plano coordenado com vértices $(0, 0)$, $(100, 0)$, $(100, 50)$ e $(0, 50)$ e no exterior do círculo de centro $(75, 30)$ e raio 10. Qual é o declive da reta que passa por $(75, 30)$ e que divide a região R em duas regiões com a mesma área?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{2}{3}$

24. Com o telemóvel do Martim completamente carregado é possível usá-lo durante 32 horas apenas em chamadas telefónicas, ou durante 20 horas apenas em navegação na *internet*, ou tê-lo ligado 80 horas mas sem ser utilizado. O Martim entra num comboio com a bateria do seu telemóvel carregada até metade. Durante a viagem de comboio o telemóvel do Martim esteve, por iguais períodos de tempo, a ser usado em chamadas, na *internet* e ligado sem ser utilizado. O telemóvel fica sem bateria exatamente quando o comboio chega ao destino. Quantas horas durou a viagem de comboio?

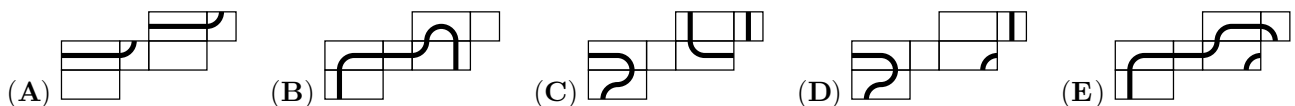
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18

25. Sete algarismos diferentes são colocados nos discos da figura ao lado, um em cada disco. O produto dos três números em cada sequência conexa horizontal ou vertical de três discos é igual. Qual é o número que está escrito no disco com o ponto de interrogação?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

26. O Leonardo desenhou uma curva fechada num paralelepípedo. Ele planificou o paralelepípedo com os traços da curva desenhada voltados para cima. Qual das seguintes planificações de um paralelepípedo não pode de certeza ser a que o Leonardo obteve?



27. Quantos números inteiros positivos x de três algarismos existem, tais que, se subtrairmos de x a soma dos algarismos de x obtemos um número de três algarismos com os algarismos todos iguais?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 20 (E) 30

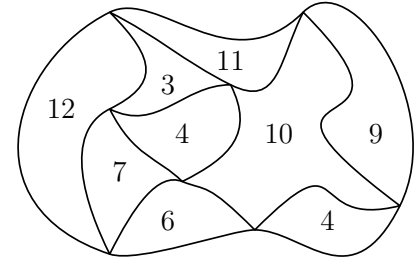


28. Na figura ao lado, um quadrado está dividido em nove quadrículas, cada uma com uma letra B, A ou N. De quantas maneiras diferentes é possível ler a palavra BANANA, sendo permitido passar de uma quadrícula para uma outra quadrícula com uma aresta em comum? A mesma quadrícula pode ser visitada mais do que uma vez na mesma leitura.

B	A	N
A	N	A
N	A	N

- (A) 14 (B) 28 (C) 56 (D) 84 (E) Outro valor

29. O diagrama da figura ao lado mostra o mapa de um parque que está dividido em regiões. O número dentro de cada região do parque corresponde ao seu perímetro em km. Qual é o perímetro exterior do parque?



- (A) 22 km (B) 26 km
(C) 28 km (D) 32 km
(E) Nenhuma das opções anteriores

30. A Maria quer escrever os números inteiros de 1 a 9 nas nove quadrículas da figura ao lado, um em cada quadrícula, de modo que a soma dos números em quaisquer três quadrículas adjacentes seja um múltiplo de 3. Nestas condições, de quantas maneiras é possível a Maria distribuir os números pelas quadrículas?



- (A) 6^4 (B) 6^3 (C) 2^9
(D) $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ (E) $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$