

3. Representação diédrica de pontos, rectas e planos

Geometria Descritiva
2006/2007

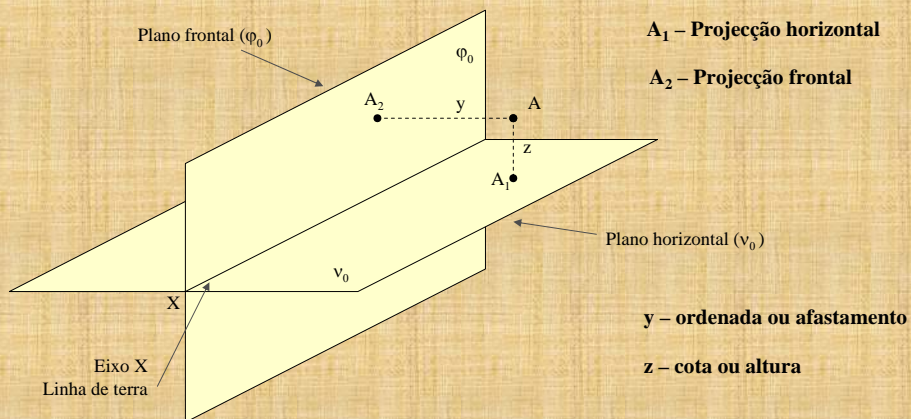
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Geometria de Monge

- Utilizam-se simultaneamente dois sistemas de projecção paralela ortogonal.
- Os planos de projecção são **perpendiculares**.

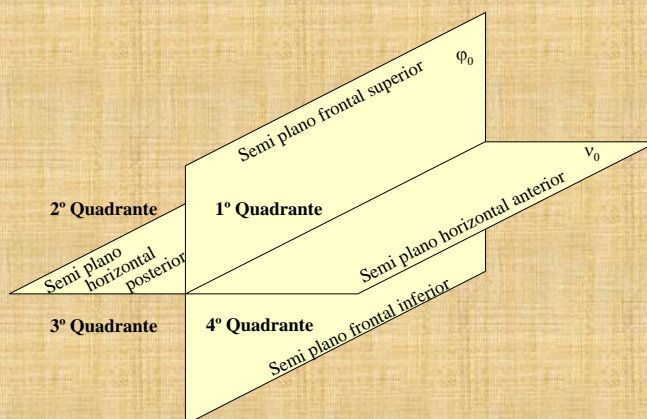
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Planos de projecção



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Semi-planos de projecção

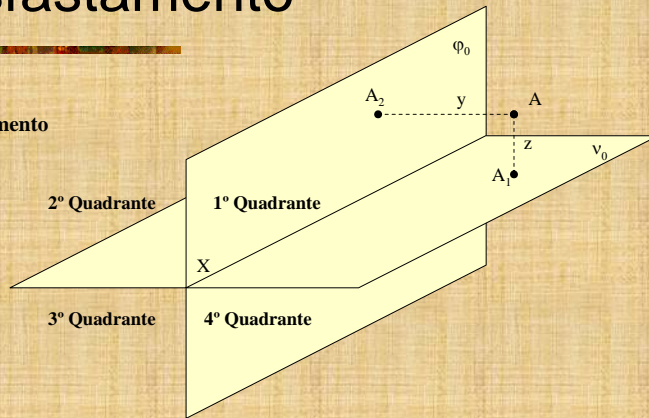


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Cota e afastamento

y – ordenada ou afastamento

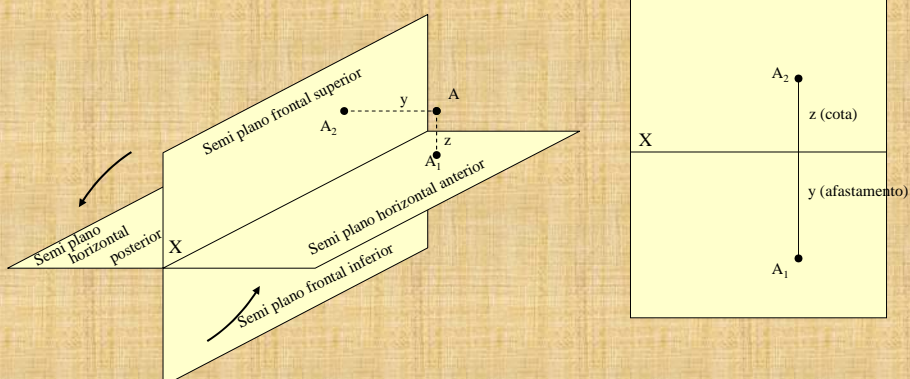
z – cota ou altura



	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Cota	+	+	-	-
Afastamento	+	-	-	+

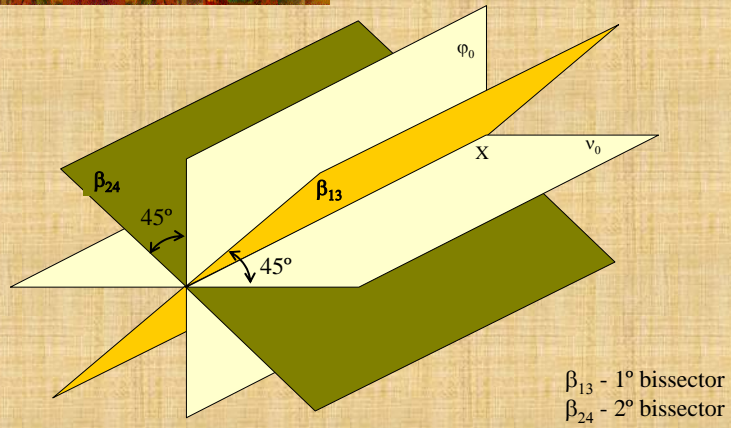
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação num plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

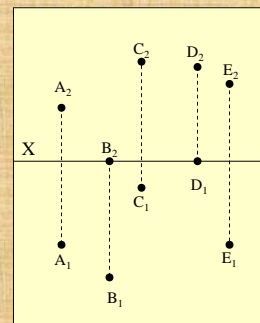
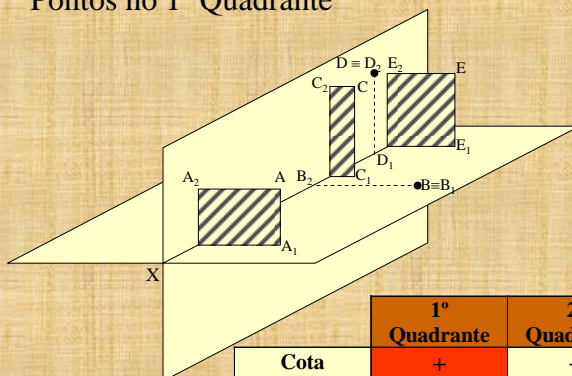
Planos bissectores



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do ponto

Pontos no 1º Quadrante

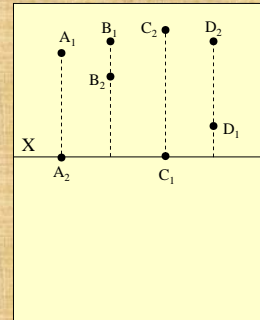
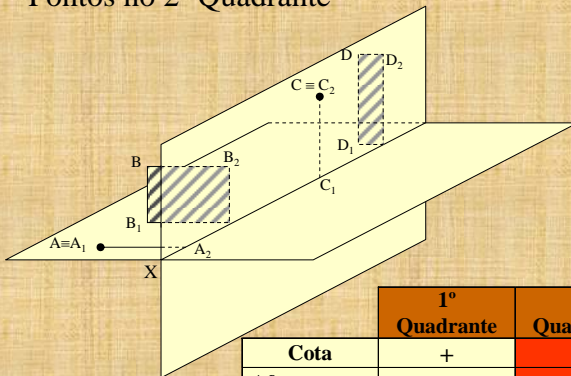


	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Cota	+	+	-	-
Afastamento	+	-	-	+

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do ponto

Pontos no 2º Quadrante

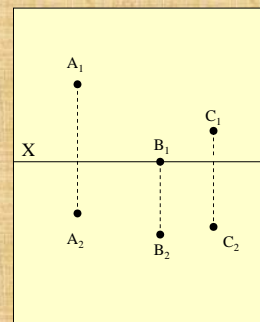
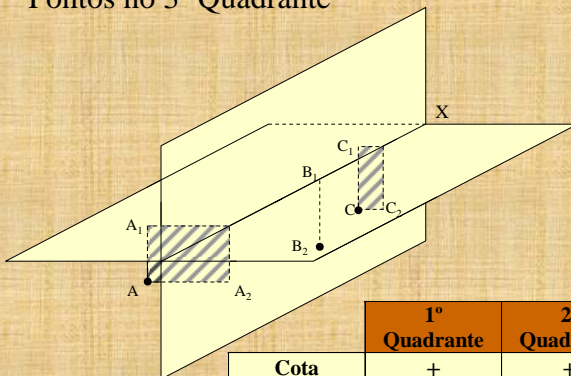


	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Cota	+	+	-	-
Afastamento	+	-	-	+

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do ponto

Pontos no 3º Quadrante

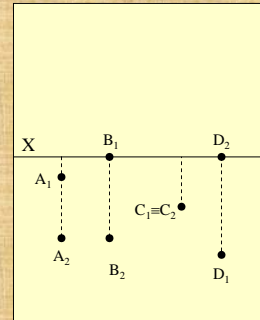
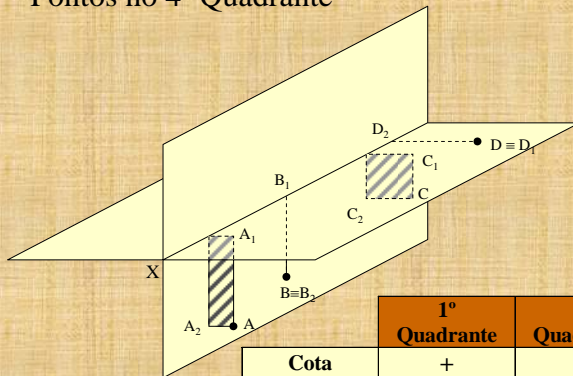


	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Cota	+	+	-	-
Afastamento	+	-	-	+

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do ponto

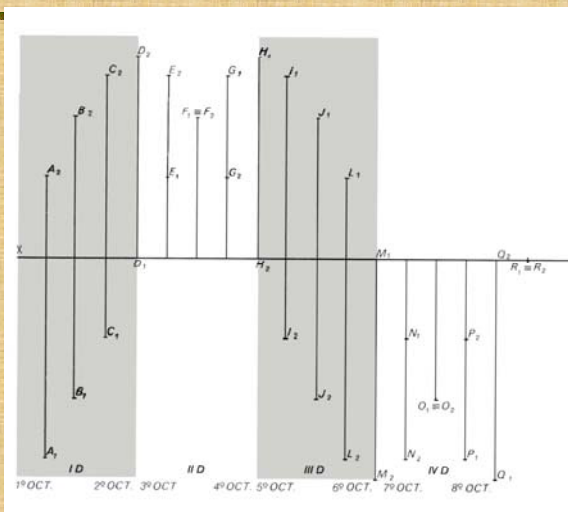
Pontos no 4º Quadrante



	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Cota	+	+	-	-
Afastamento	+	-	-	+

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do ponto



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

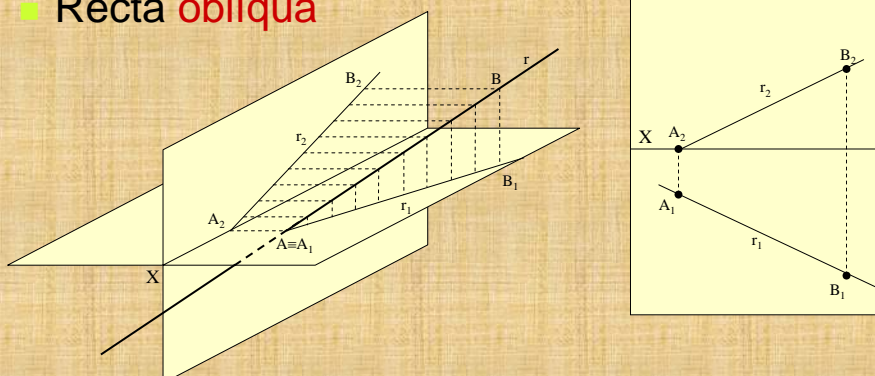
Representação da recta

- As projectantes dos vários pontos da recta definem **planos projectantes**
- A intersecção dos planos projectantes com os planos de projecção são as **projectões da recta**.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

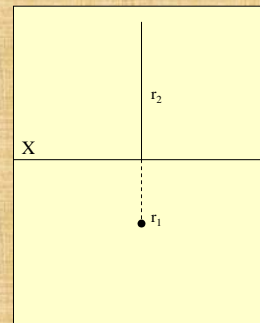
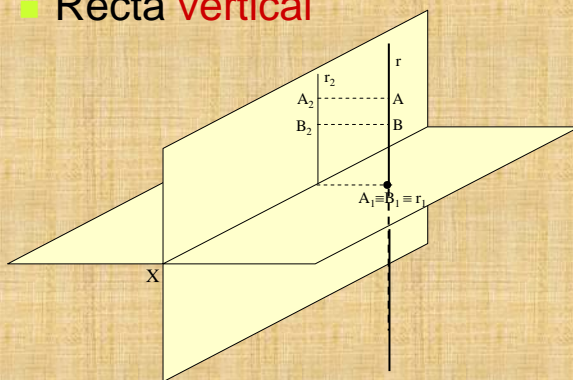
- Recta **oblíqua**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

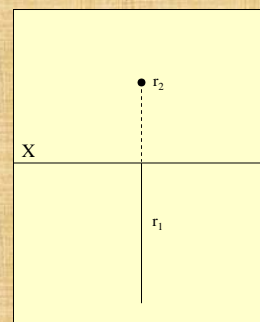
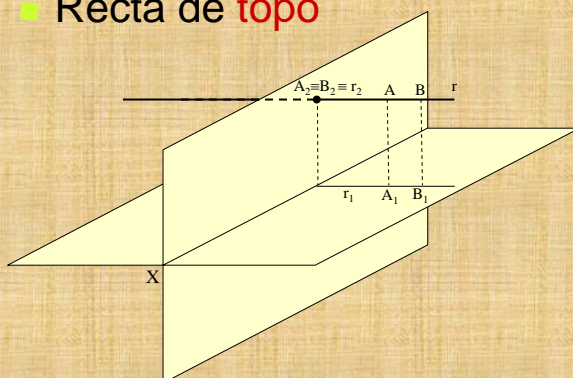
■ Recta vertical



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

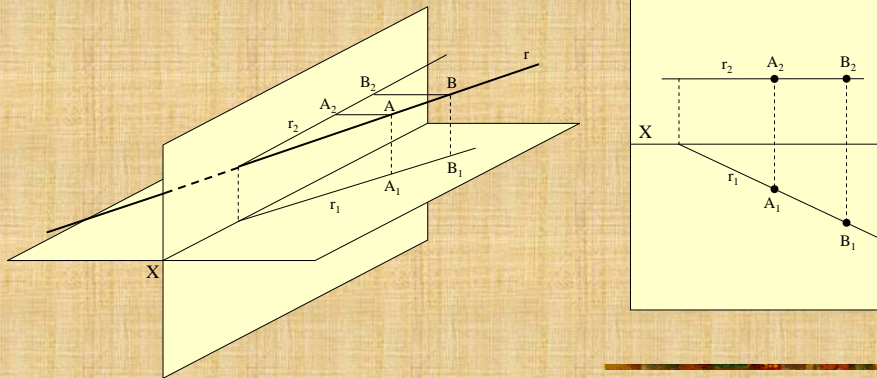
■ Recta de topo



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

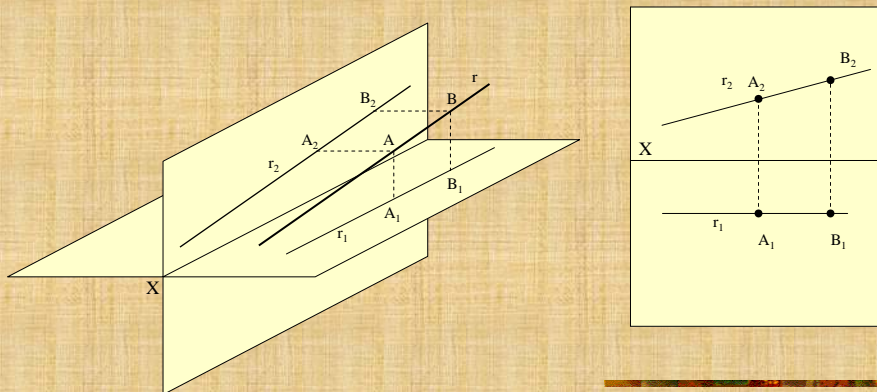
- Recta **horizontal** ou recta de **nível**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

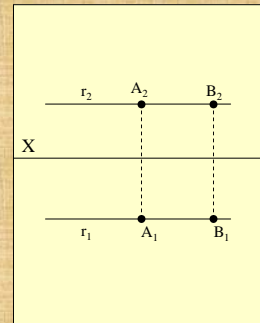
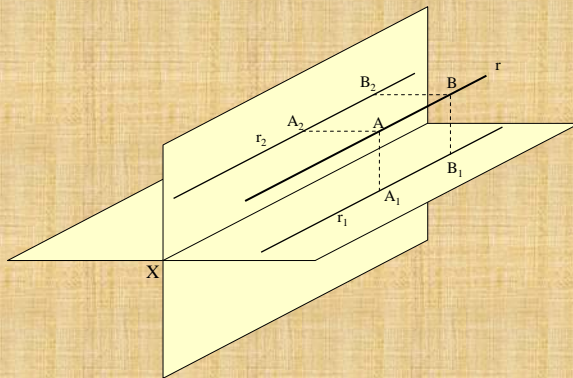
- Recta **frontal** ou de **frente**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

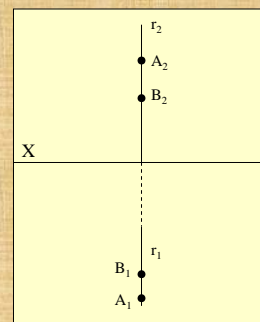
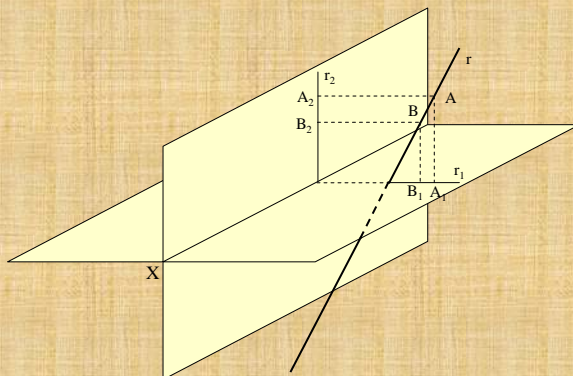
■ Recta horizontal de frente



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

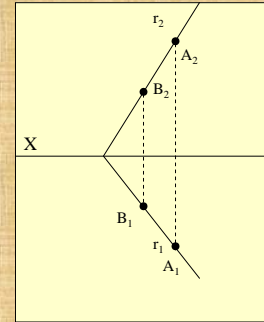
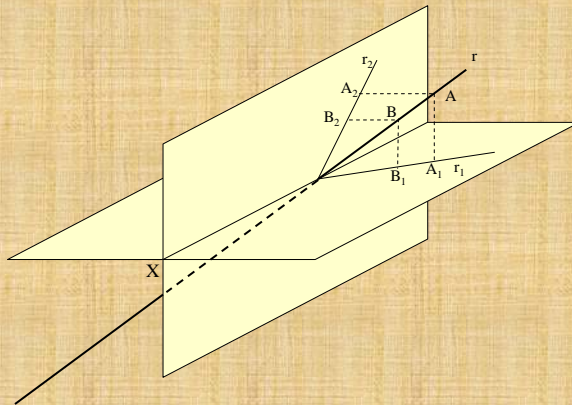
■ Recta de perfil



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

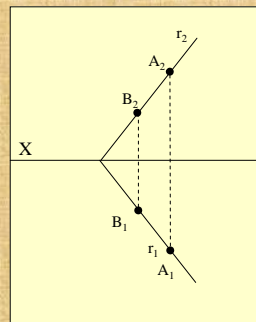
- Recta **passante**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

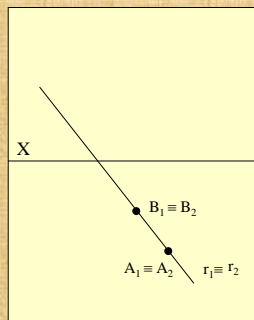
- Uma recta do **1^o** **bisector** terá projecções **simétricas** em relação ao eixo X .



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação da recta

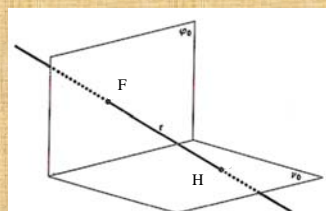
- Uma recta do 2º bissector terá projecções coincidentes.



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Traços de uma recta

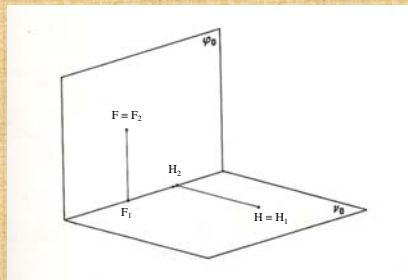
- Traço de uma recta num plano é o ponto de intersecção da recta com o plano.
- Traços de uma recta nos planos de projecção:
 - Traço horizontal da recta (H)
 - Intersecção da recta com o plano horizontal de projecção
 - Traço frontal da recta (F)
 - Intersecção da recta com o plano frontal de projecção



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Traços de uma recta

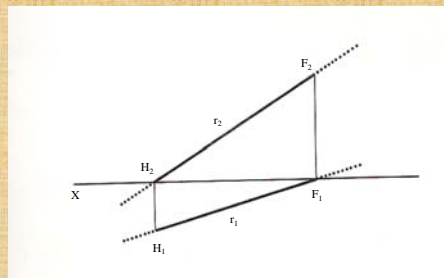
- Traço horizontal da recta tem **cota nula**
- Traço frontal da recta tem **afastamento nulo**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

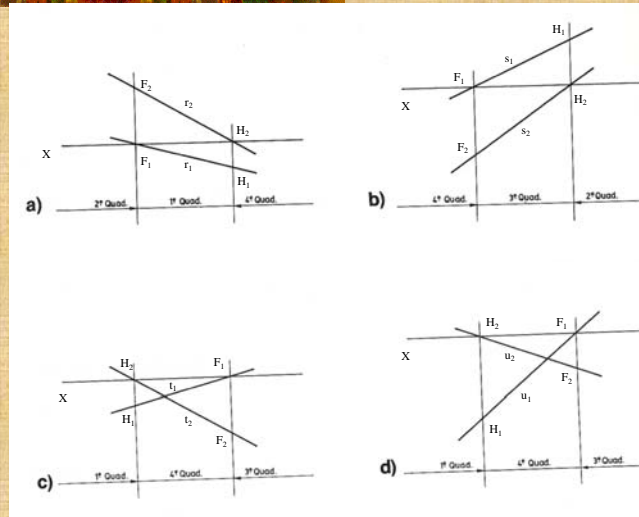
Traços de uma recta

- Para encontrar os **traços frontal** e **horizontal** de uma recta procuram-se os pontos da recta que têm respectivamente **afastamento** e **cota nulas**.



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

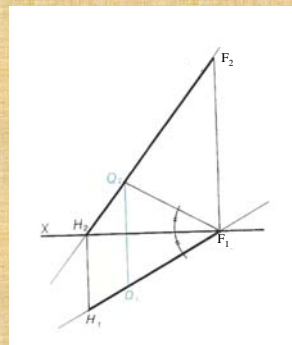
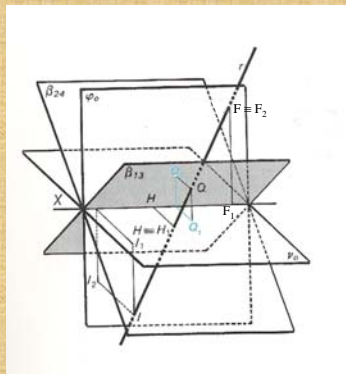
Traços de uma recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Traços de uma recta

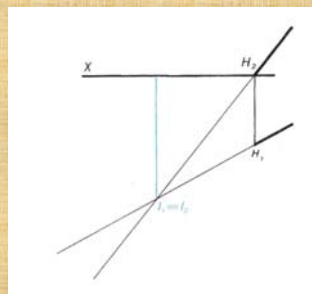
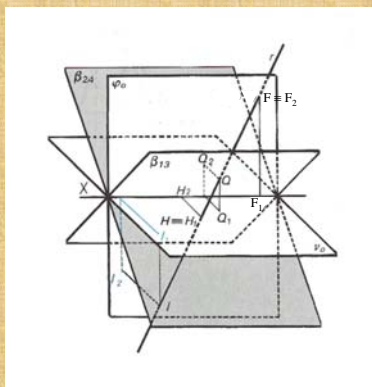
- Traços de uma recta no plano bissector β_{13}



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Traços de uma recta

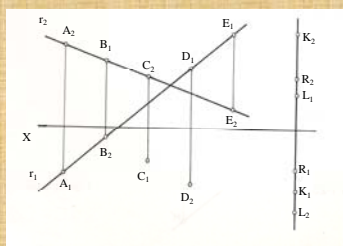
- **Traços** de uma recta no plano bissector β_{24}



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ponto pertencente a uma recta

- Um ponto pertence a uma recta se e só se as **projecções do ponto** estiverem **sobre as projecções homónimas da recta** (excepto no caso da recta ser de perfil)



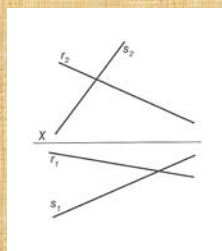
Apenas A e E pertencem à recta r

O ponto R poderá pertencer ou não à recta definida pelos pontos K e L

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Posição relativa de duas rectas

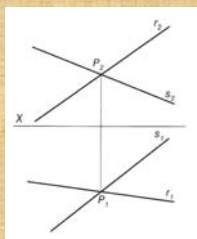
- Rectas **complanares** (rectas situadas sobre o mesmo plano)
 - **Concorrentes**: têm um e um só ponto comum
 - **Paralelas**: não têm nenhum ponto comum
- Rectas **enviesadas**
 - Não existe um plano que contenha ambas as rectas



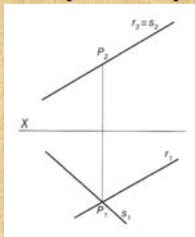
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Posição relativa de duas rectas

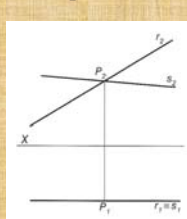
- Representação de rectas **concorrentes**:
 - O ponto comum às duas rectas tem as suas **projecções situadas sobre as projecções homónimas das rectas** e sobre a **mesma** linha de referência.



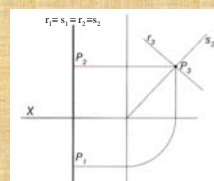
Rectas pertencentes a um plano de topo



Rectas pertencentes a um plano frontal



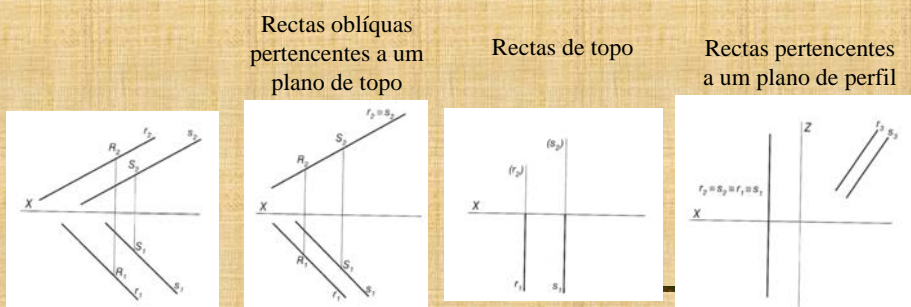
Rectas pertencentes a um plano de perfil



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Posição relativa de duas rectas

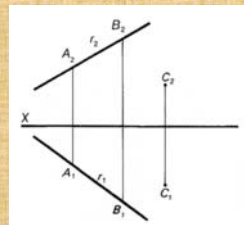
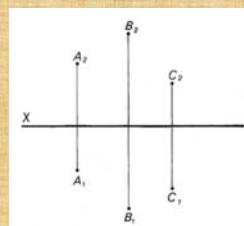
- Representação de rectas **paralelas**:
 - Duas rectas paralelas, não de perfil, têm as suas **projeções** homónimas **paralelas**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

- Um **plano** é definido por:
 - Três **pontos** não colineares
- Uma **recta** e um **ponto** exterior à recta

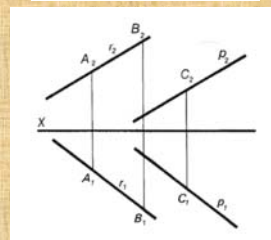
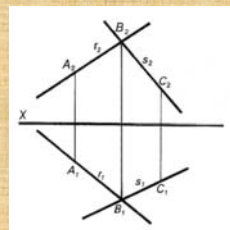


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

- Um **plano** é definido por:
 - Duas **rectas concorrentes**

- Duas **rectas paralelas**
 - rectas concorrentes num ponto impróprio (no infinito)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

- Qualquer uma das formas apresentadas serve para definir e representar um plano em Geometria de Monge
- No entanto, **não dão uma ideia imediata da posição do plano**
- Assim, recorre-se habitualmente à sua representação pelos seus **traços** (duas rectas concorrentes especiais)

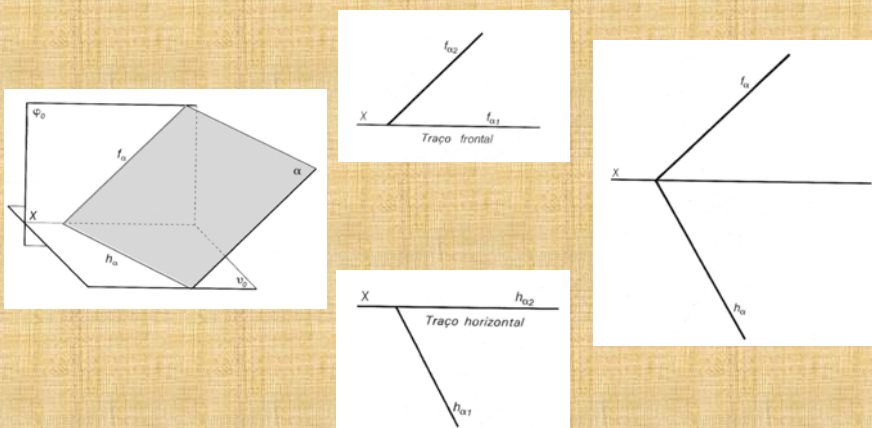
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

- **Traço de um plano noutro plano** é a recta de intersecção dos dois planos
 - **Traço horizontal** do plano
 - Recta de intersecção do plano com o plano horizontal de projecção
 - **Traço frontal** do plano
 - Recta de intersecção do plano com o plano frontal de projecção

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

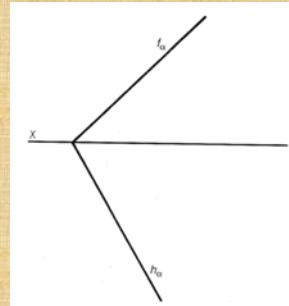
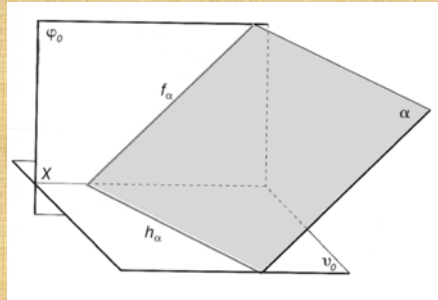
Representação do plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

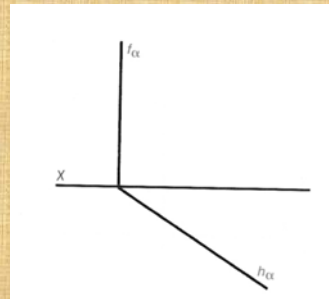
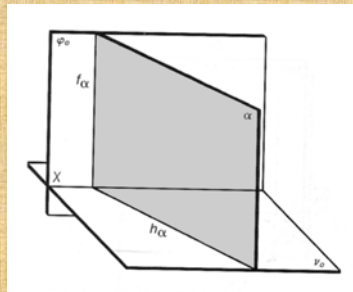
- Plano **oblíquo**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

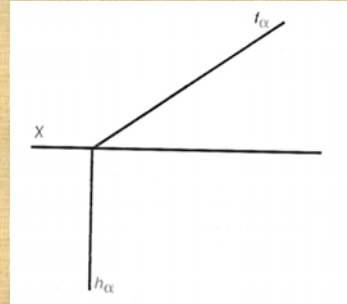
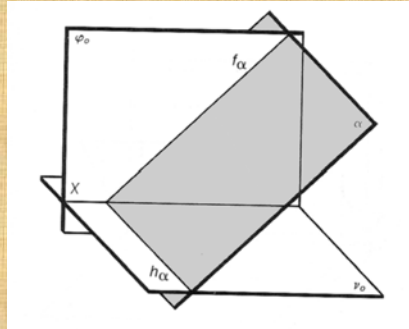
- Plano **vertical** ou **projectante horizontal**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

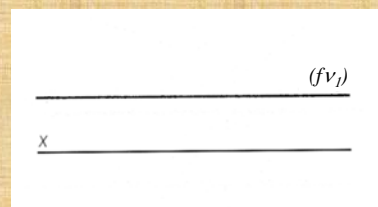
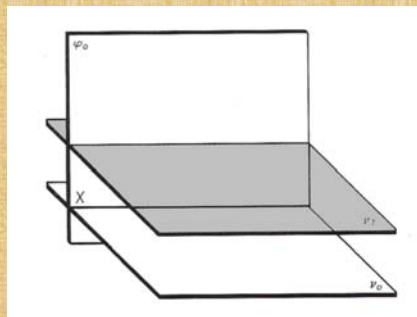
- Plano de **topo** ou **projectante frontal**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

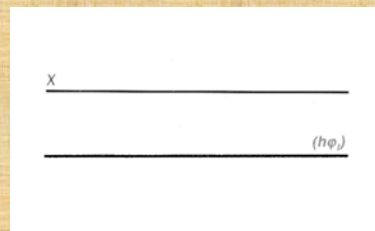
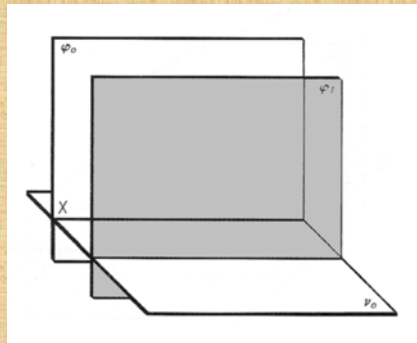
- Plano **horizontal** ou **de nível**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

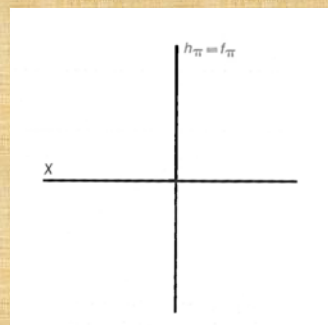
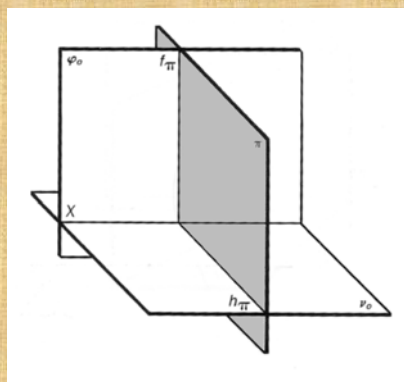
- Plano **frontal** ou **de frente**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

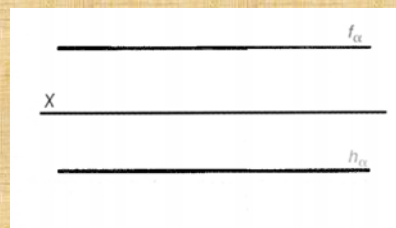
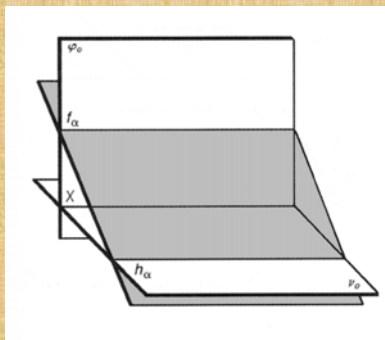
- Plano de **perfil**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

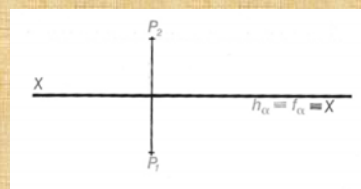
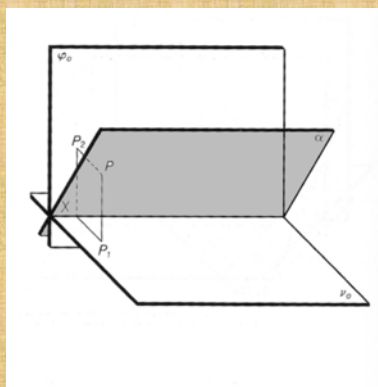
- Plano de **rampa**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Representação do plano

- Plano **passante**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

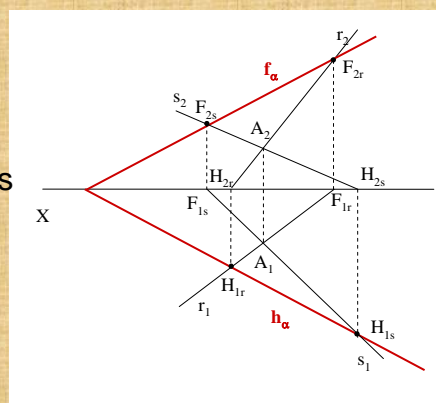
Determinar os traços de um plano

- Definido por **duas rectas**
 - Se uma recta pertence a um plano os seus traços encontram-se sobre os traços do mesmo nome do plano.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Determinar os traços de um plano

- Determinam-se os **traços da recta**
- Faz-se passar:
 - pelas projecções frontais dos traços frontais das rectas o traço frontal do plano
 - pelas projecções horizontais dos traços horizontais das rectas o traço horizontal do plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Determinar os traços de um plano

- Definido por **três pontos** não colineares
 - Pelos três pontos passam-se **duas rectas**
 - Procede-se de acordo com o procedimento indicado para determinar o traço de um plano definido por duas rectas

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

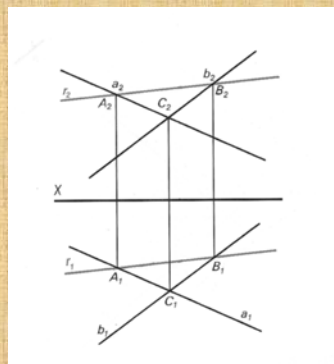
Rectas pertencentes a planos

- Determinar se uma recta pertence a um plano
 - Uma recta pertence a um plano se contiver **dois pontos** desse plano
 - Toda a recta que é **concorrente** com **duas rectas** de um dado **plano** em pontos diferentes é também recta do plano
 - Toda a recta que é **concorrente** com uma **recta do plano** e **paralela** a outra **recta desse plano** é também recta do plano

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

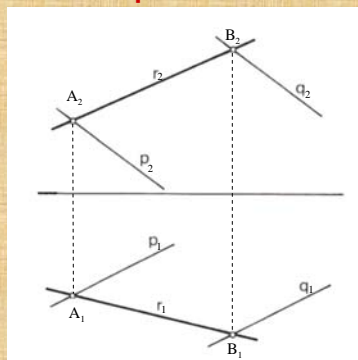
- Determinar uma recta pertencente a um plano definido por duas **rectas concorrentes**
 - Determina-se uma recta **concorrente** com ambas as rectas que definem o plano
 - Ou determina-se uma recta **concorrente** a uma das rectas e **paralela** à outra



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

- Determinar uma recta pertencente a um plano definido por duas **rectas paralelas**
 - Determina-se uma recta **concorrente** com ambas as rectas que definem o plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

- Determinar uma recta pertencente a um plano definido por uma **recta** e um **ponto**
 - Converte-se num dos problemas anteriores
 - Passando pelo ponto uma recta concorrente ou paralela à recta dada.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

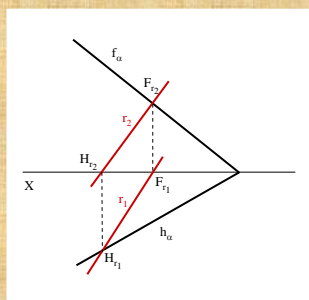
Rectas pertencentes a planos

- Determinar se uma recta pertence a um plano
 - Uma **recta pertence a um plano** (não paralelo nem a v_0 nem a φ_0) se tiver os **seus traços** situados sobre os **traços homónimos do plano**
 - Uma recta **frontal** pertence a um plano frontal se o seu único traço pertencer ao único traço (horizontal) do plano
 - Uma recta **horizontal** pertence a um plano horizontal se o seu único traço pertencer ao único traço (frontal) do plano

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

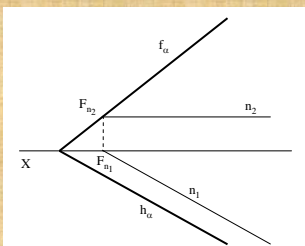
- Determinar uma recta pertencente a um plano definido pelos seus **traços**
 - Determina-se a **projectão frontal** do **traço frontal** da **recta** sobre o traço frontal do plano
 - Determina-se a sua **projectão horizontal**
 - Analogamente para o traço horizontal



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

- Determinação das **rectas horizontais** de um plano
 - Uma recta horizontal é uma recta cujos pontos têm todos a **mesma cota**
 - Uma recta horizontal de um plano com determinada cota é o conjunto de todos os **pontos do plano com a essa cota**
 - Todas as rectas horizontais de um plano são paralelas entre si, logo são **paralelas ao traço horizontal** do plano

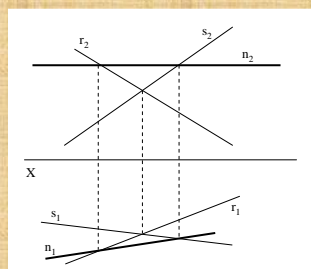


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

- Determinação das **rectas horizontais** (com uma cota dada) de um plano dado por duas rectas concorrentes

- Marca-se a **projecção frontal** da recta em função da cota dada (paralela ao eixo X)
- Os pontos de intersecção com as rectas que definem o plano determinam a posição da projecção frontal de dois pontos
- A **projecção horizontal** desses pontos determina a **projecção horizontal da recta**

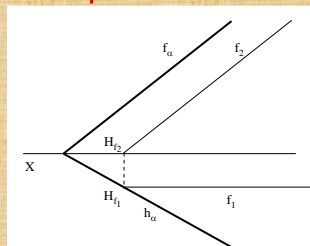


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

- Determinação das **rectas frontais** de um plano

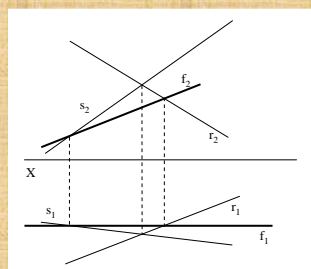
- Uma recta frontal é uma recta cujos pontos têm todos o **mesmo afastamento**
- Uma recta frontal de um plano com determinado afastamento é o conjunto de todos os **pontos do plano com a esse afastamento**
- Todas as rectas frontais de um plano são paralelas entre si, logo são **paralelas ao traço frontal** do plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Rectas pertencentes a planos

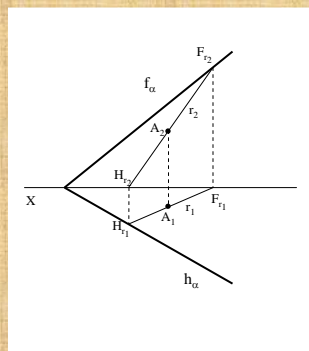
- Determinação das **rectas frontais** (com um afastamento dado) de um plano dado por duas rectas concorrentes
 - Marca-se a **projecção horizontal** da recta em função do afastamento dado (paralela ao eixo X)
 - Os **pontos de intersecção** com as rectas que definem o plano determinam a posição da projecção horizontal de dois pontos
 - A projecção frontal desses pontos determina a **projecção frontal** da recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Pontos pertencentes a planos

- Determinar um ponto (de que se conhece uma das projecções) pertencente a um plano dado pelos seus traços
 - **Um ponto pertence a um plano se pertencer a uma recta desse plano**
 - Determine uma recta do plano que contém o ponto
 - Determine a posição da outra projecção do ponto



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

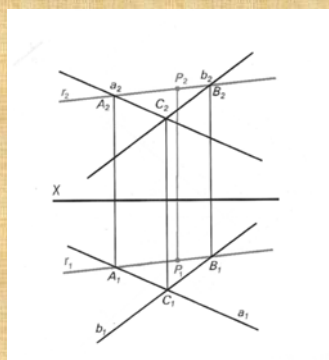
Pontos pertencentes a planos

- Determinar um ponto pertencente a um plano definido pelos seus **traços**
 - Escolha a posição de uma das projecções do ponto
 - Identifique a posição da outra projecção do ponto utilizando o procedimento indicado no acetato anterior

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Pontos pertencentes a planos

- Determinar um ponto pertencente a um plano definido por rectas **concorrentes**
 - Determina-se uma recta pertencente ao plano
 - Qualquer ponto dessa recta pertence ao plano (por exemplo o ponto P)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Pontos pertencentes a planos

- Determinar se um dado **ponto pertence** a um **plano**
 - Parte-se de uma das projecções do ponto
 - Aplicam-se os métodos anteriores para verificar se a sua outra projecção corresponde ou não à projecção que o ponto deveria ter para pertencer ao plano