

3.5 Posições relativas

Geometria Descritiva
2006/2007

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

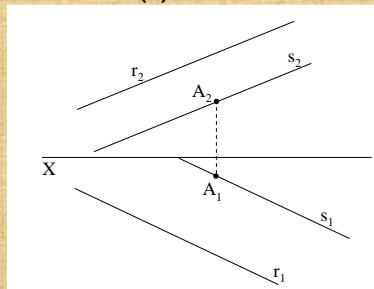
Paralelismo

- Paralelismo de **duas rectas**
 - É condição necessária e suficiente para que duas rectas, não de perfil, sejam paralelas que as suas **projeções homónimas** sejam **paralelas**.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- Paralelismo de **duas rectas**
 - Conduzir por um ponto (A) uma recta paralela a uma recta dada (r)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- Paralelismo de **dois planos**
 - É condição necessária e suficiente para que dois planos sejam paralelos que num deles existam duas **rectas concorrentes paralelas** a duas **rectas concorrentes** do outro.
 - É condição necessária e suficiente para que dois planos sejam paralelos que tenham **traços homónimos paralelos**

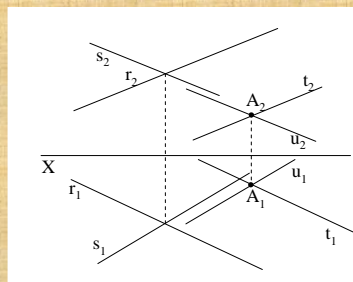
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

■ Paralelismo de dois planos

- Dado um plano por duas rectas concorrentes (r e s) e um ponto que não lhe pertence (A), fazer passar pelo ponto um plano paralelo ao plano dado.

- Consideram-se duas rectas (t e u) paralelas às rectas dadas passando pelo ponto dado
- Essas duas rectas definem um plano paralelo ao plano dado



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

■ Paralelismo entre uma recta e um plano

- É condição necessária e suficiente para que uma recta seja paralela a um plano que ela seja **paralela a uma recta do plano**.
- Para uma recta ser paralela simultaneamente a dois planos, não paralelos entre si, ela terá de ser **paralela à intersecção dos mesmos**.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- Paralelismo entre uma **recta** e um **plano**
 - Rectas paralelas a planos projectantes
 - Qualquer **recta paralela** a um **plano vertical** tem a sua projecção **horizontal paralela** às projecções **horizontais** (coincidentes) das rectas que definem o plano
 - Qualquer **recta paralela** a um **plano de topo** tem a sua projecção **frontal paralela** às projecções **frontais** (coincidentes) das rectas que definem o plano

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- Paralelismo entre uma **recta** e um **plano**
 - Rectas paralelas aos planos bissectores
 - Uma recta r é **paralela** ao β_{13} se r_1 for paralela à imagem de r_2 obtida como a imagem num espelho relativamente a qualquer perpendicular às linhas de referência
 - Num plano dado existem infinitas rectas paralelas a β_{13}
 - Se o plano não for paralelo a β_{13} essas rectas são paralelas entre si

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

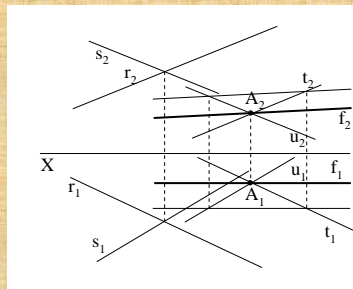
Paralelismo

- Paralelismo entre uma **recta** e um **plano**
 - Rectas paralelas aos planos bissectores
 - Uma recta r é **paralela** ao β_{24} se r_1 for paralela a r_2
 - Num plano dado existem infinitas rectas paralelas a β_{24}
 - Se o plano não for paralelo a β_{24} essas rectas são paralelas entre si

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- Paralelismo entre uma **recta** e um **plano**
 - Dado um plano por duas rectas concorrentes (r e s) e um ponto que não lhe pertence (A), fazer passar pelo ponto uma recta frontal paralela ao plano dado.
 - Considera-se um **plano paralelo** ao plano dado a passar pelo **ponto** dado
 - Considera-se uma **recta frontal** desse plano
 - Considera-se uma **recta paralela** à **recta frontal** obtida a **passar pelo ponto** dado



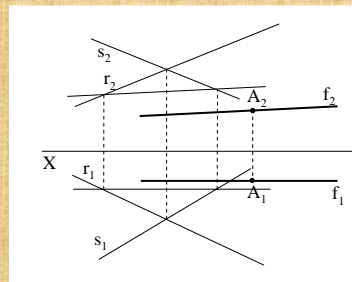
OU

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Paralelismo

- **Paralelismo entre uma recta e um plano**
 - Dado um plano por duas rectas concorrentes (r e s) e um ponto que não lhe pertence (A), fazer passar pelo ponto uma recta frontal paralela ao plano dado.

- Considera-se uma **recta frontal** do plano dado
- Considera-se uma **recta frontal paralela** à recta considerada a **passar pelo ponto** dado



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade de rectas e planos

- Teorema da Monge: Quando duas rectas são **perpendiculares** entre si no espaço, sendo uma delas **paralela a um plano** dado, sem que a outra seja perpendicular ao plano, a **projecção ortogonal** destas duas rectas sobre esse plano são rectas **perpendiculares** entre si.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade de rectas e planos

- 1º lema do ângulo recto: Se um **ângulo recto** não estiver num plano projectante e um dos seus lados for **paralelo** ao plano de projecção, a projecção ortogonal do ângulo é um **ângulo recto**.
- 2º lema do ângulo recto: Se um **ângulo recto** for projecção ortogonal de um ângulo que tenha um dos seus lados **paralelo** ao plano de projecção, então esse ângulo é **recto**.
- 3º lema do ângulo recto: Se um **ângulo recto** for projecção ortogonal de um **ângulo recto**, este terá um lado **paralelo** ao plano de projecção.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

- Perpendicularidade de **dois planos**
 - É condição necessária e suficiente para que dois planos sejam perpendiculares que exista num deles uma **recta perpendicular** ao **outro**.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

- Perpendicularidade entre uma **recta** e um **plano**
 - Para que uma recta seja perpendicular a um plano é necessário e suficiente que ela seja **perpendicular** a **duas rectas concorrentes** do plano
 - É condição necessária e suficiente de perpendicularidade entre uma recta e um plano que a projecção **horizontal da recta** seja **perpendicular** à projecção **horizontal** de qualquer **horizontal do plano** e que a projecção **frontal da recta** seja **perpendicular** à projecção **frontal** de qualquer **recta frontal do plano**.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

- Perpendicularidade entre uma **recta** e um **plano**
 - Quando uma recta é perpendicular a um plano, a sua projecção sobre um plano qualquer, não paralelo àquele, é **perpendicular ao traço do plano** dado neste plano de projecção.

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

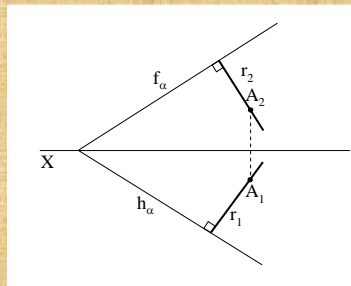
Perpendicularidade de rectas e planos

- Uma recta perpendicular a um plano é perpendicular a **todas** as rectas do plano
- Três planos perpendiculares cada um a cada um intersectam-se segundo rectas perpendiculares cada uma a cada uma

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

- Perpendicularidade entre uma **recta** e um **plano**
 - Conduzir por um ponto (A) uma recta perpendicular a um plano α definido pelos seus traços



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

■ Perpendicularidade entre uma **recta** e um **plano**

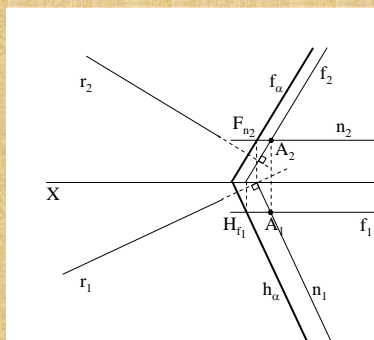
- Conduzir por um ponto (A) um plano **perpendicular** a uma recta (r)

- Conduz-se pelo ponto uma **recta frontal perpendicular** a r e uma **recta de nível** também **perpendicular** a r

- Estas duas rectas (concorrentes no ponto A) definem um plano **perpendicular** a r

- O **traço frontal** deste plano será paralelo à projecção frontal da recta de frente e passará pelo traço frontal da recta de nível

- O **traço horizontal** deste plano será paralelo à projecção horizontal da recta de frente e passará pelo traço horizontal da recta de nível



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Perpendicularidade

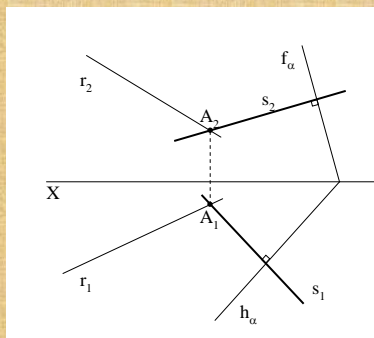
■ Perpendicularidade entre uma **recta** e um **plano**

- Conduzir por uma recta (r) o plano (β) perpendicular a um plano dado (α)

- O plano que se pretende (β) tem de conter uma recta perpendicular ao plano α .

- Por um ponto da recta r traça-se uma recta s perpendicular ao plano α .

- As rectas r e s definem o plano β



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra