

3.7. Métodos auxiliares

Geometria Descritiva
2006/2007

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Métodos auxiliares

- Para a resolução de vários problemas (por exemplo problemas métricos e problemas associados a rectas de perfil) é necessário colocar os elementos geométricos em **posições mais convenientes**
 - Recorre-se para isso aos **métodos auxiliares**:
 - Método da **mudança de planos**
 - Método das **rotações**
 - Método dos **rebatimentos**
-

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

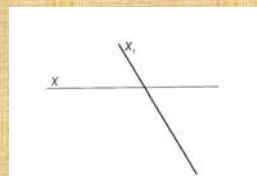
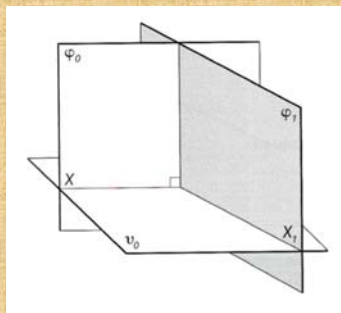
Método da mudança de planos

- Substitui-se um dos planos de projecção por outro, também perpendicular ao plano de projecção que permanece inalterado
- Podem fazer-se mudanças sucessivas de planos de projecção, acabando por se mudar ambos os planos iniciais de projecção

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

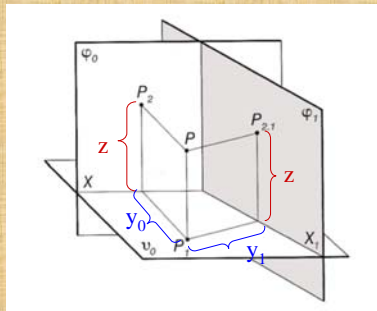
- Mudança do plano frontal de projecção
 - O novo plano frontal de projecção é φ_1
 - Este plano define sobre v_0 um novo eixo X_1



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

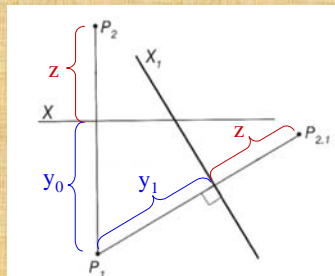
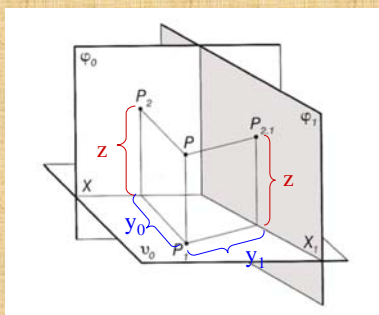
- Mudança do **plano frontal** de projecção
 - As **projecções horizontais** de qualquer ponto no novo diedro ficam **inalteradas**
 - As **cotas z** mantêm-se **inalteradas**
 - O valor do **afastamento y** **altera-se**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

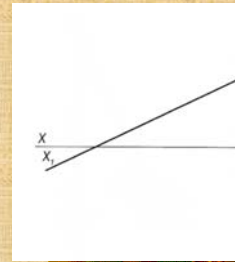
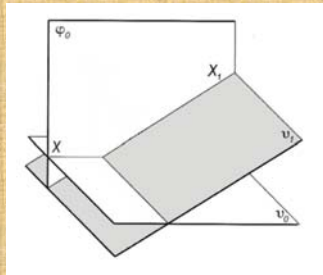
- Mudança do **plano frontal** de projecção
 - As novas linhas de referência são perpendiculares ao eixo X_1



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

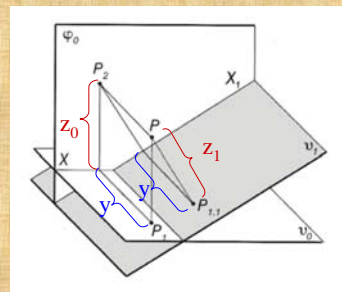
- Mudança do **plano horizontal** de projecção
 - O novo plano horizontal de projecção é v_1
 - Este plano define sobre φ_0 um novo eixo X_1



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

- Mudança do **plano horizontal** de projecção
 - As **projecções frontais** de qualquer ponto no novo diedro ficam **inalteradas**
 - Os **afastamentos** y mantêm-se **inalterados**
 - O valor das **cotas** z **alteram-se**

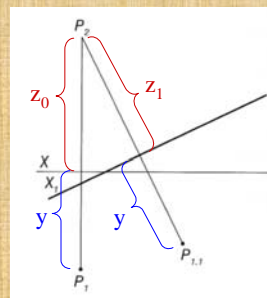
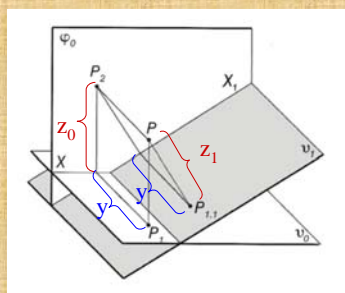


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

- Mudança do **plano horizontal** de projecção

- As novas linhas de referência são perpendiculares ao eixo X_1

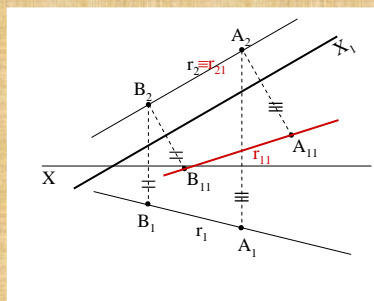


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta horizontal**

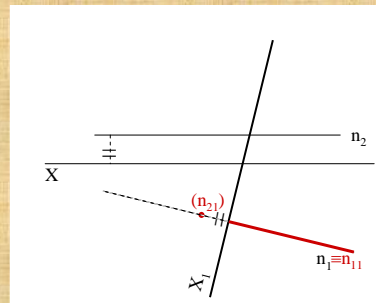
- Faz-se uma mudança do **plano horizontal** de projecção de modo que este fique paralelo à recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

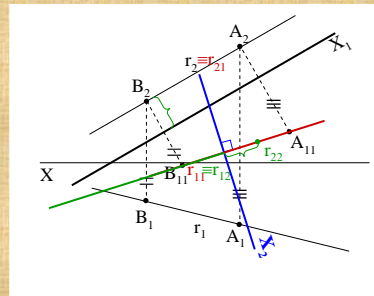
- Transformar uma **recta horizontal** numa **recta de topo** (caso particular de uma recta horizontal)
 - Faz-se uma mudança do **plano frontal** de projecção de modo que este fique perpendicular à recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta de topo** (caso particular de uma recta horizontal)
 - Com uma mudança do **plano horizontal** de projecção transforma-se a recta numa recta **horizontal**
 - Com uma mudança do **plano frontal** de projecção transforma-se a recta numa recta de **topo**

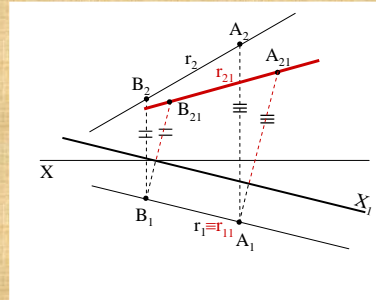


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta frontal**

- Faz-se uma mudança do **plano frontal** de projecção de modo que este fique paralelo à recta

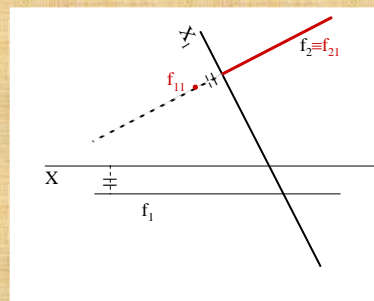


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta frontal** numa **recta vertical** (caso particular de uma recta frontal)

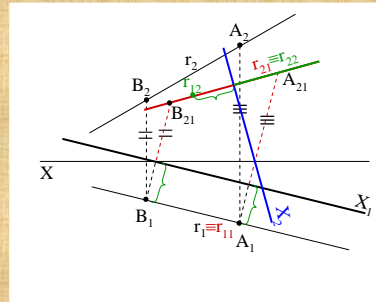
- Faz-se uma mudança do **plano horizontal** de projecção de modo que este fique perpendicular à recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta vertical** (caso particular de uma recta frontal)
 - Com uma mudança do **plano frontal** de projecção transforma-se a recta numa recta **frontal**
 - Com uma mudança do **plano horizontal** de projecção transforma-se a recta numa recta **vertical**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Rectas

- Transformar uma **recta oblíqua** numa **recta horizontal de frente**
 - Transforma-se a recta numa **recta horizontal** (ou numa recta frontal)
 - Transforma-se a recta, agora horizontal, numa recta frontal (ou a recta, agora frontal, numa recta horizontal)

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

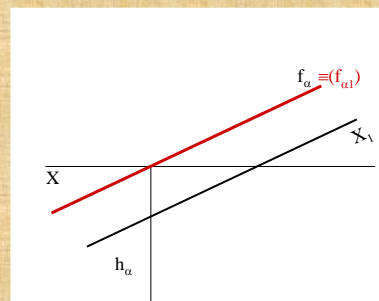
- Para **definir** a posição de um **plano** relativamente aos planos de projecção depois de uma mudança de um destes planos é necessário determinar a nova posição de:
 - **três pontos** do plano
- ou
 - uma **recta** e um **ponto** do plano
- ou
 - de **duas rectas** do plano

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

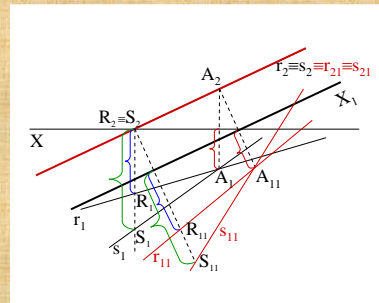
- Transformar um **plano de topo** num **plano de nível** (definido pelos seus traços)
 - Faz-se uma mudança do **plano horizontal** de projecção de modo que este fique paralelo ao plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Planos

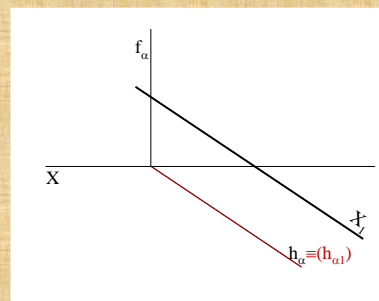
- Transformar um **plano de topo** num **plano de nível** (definido por duas rectas concorrentes)
 - Faz-se uma mudança do **plano horizontal** de projecção de modo que este fique paralelo ao plano



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Planos

- Transformar um **plano vertical** num **plano frontal** (definido pelos seus traços)
 - Faz-se uma mudança do **plano frontal** de projecção de modo que este fique paralelo ao plano



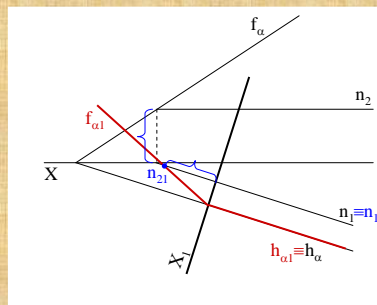
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

- Transformar um **plano qualquer** (definido pelos seus traços) num **plano de topo**

- Para que um plano seja de topo basta que **uma das suas rectas** seja uma **recta de topo**
- Considera-se uma recta horizontal do plano e faz-se uma **mudança do plano frontal** de projecção de modo que a recta fique de topo
- O **traço frontal** do plano tem de conter o traço frontal da recta, cuja projecção frontal coincide com a projecção frontal de todos os pontos da recta



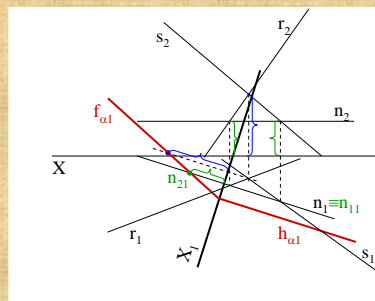
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

- Transformar um **plano qualquer** (definido por duas rectas concorrentes) num **plano de topo**

- Para que um plano seja de topo basta que **uma das suas rectas** seja uma **recta de topo**
- Considera-se uma recta horizontal do plano e faz-se uma **mudança do plano frontal** de projecção de modo que a recta fique de topo



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

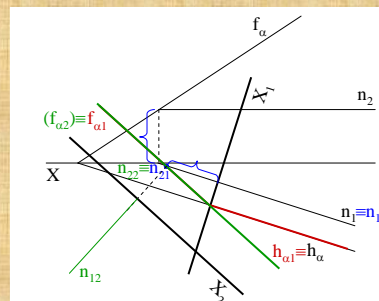
- Transformar um **plano qualquer** num **plano de nível**
 - Faz-se a mudança do **plano frontal** de projecção de forma a tornar o plano num plano de topo
 - Faz-se uma mudança do **plano horizontal** de projecção de forma a tornar o plano de nível

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos

Planos

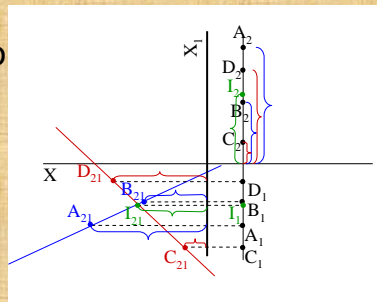
- Transformar um **plano qualquer** num **plano de nível**
 - Mudança do **plano frontal** de projecção de forma a tornar o **plano de topo**
 - Mudança do **plano horizontal** de projecção de forma a tornar o **plano de nível**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Planos

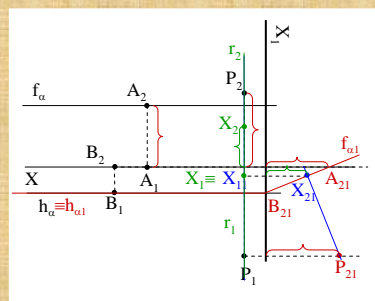
- Determinar o ponto de **intersecção** de duas **rectas de perfil** definidas respectivamente pelos pontos A e B e pelos pontos C e D
 - Faz-se uma mudança do **plano frontal** de projecção
 - Escolheu-se um plano perpendicular ao plano inicial



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método da mudança de planos Planos

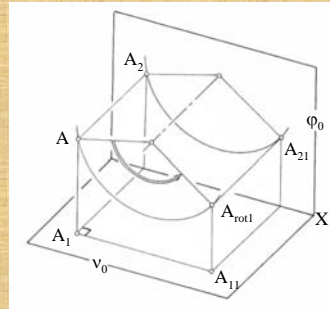
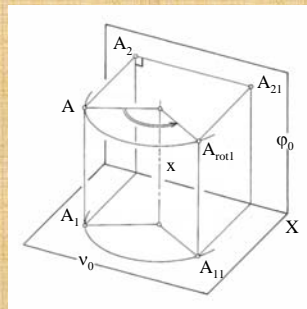
- Conduzir por um ponto P uma recta r **perpendicular** a um **plano de rampa** α
 - Faz-se uma mudança do **plano frontal** de projecção
 - Escolheu-se como novo plano frontal de projecção um plano perpendicular ao plano frontal inicial
 - O ponto X pertence à recta r.



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

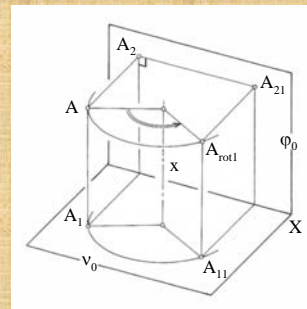
- A figura geométrica é rodada em torno de um eixo **vertical** ou de um eixo de **topo**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

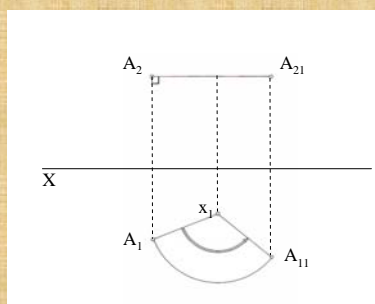
- A figura geométrica é rodada em torno de um eixo **vertical**
 - Cada ponto descreve um **arco de círculo** paralelo ao plano horizontal de projecção
 - A **projecção horizontal** do ponto descreve um **arco de círculo** igual ao descrito pelo ponto
 - A **projecção frontal** do ponto descreve um **segmento rectilíneo paralelo** ao eixo X.



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

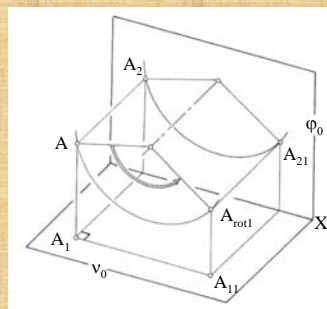
- A figura geométrica é rodada em torno de um eixo **vertical**
 - A **projecção horizontal** do ponto descreve um **arco de círculo** igual ao descrito pelo ponto
 - A **projecção frontal** do ponto descreve um **segmento rectilíneo paralelo** ao eixo X.



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

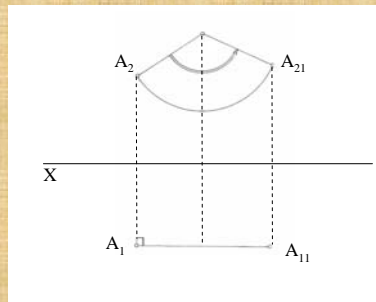
- A figura geométrica é rodada em torno de um eixo de **topo**
 - Cada ponto descreve um **arco de círculo** paralelo ao plano frontal de projecção
 - A **projecção horizontal** do ponto descreve um **segmento rectilíneo paralelo** ao eixo X
 - A **projecção frontal** do ponto descreve um **arco de círculo** igual ao descrito pelo ponto



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

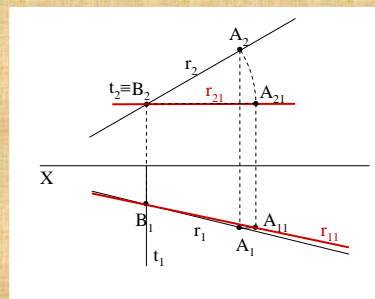
- A figura geométrica é rodada em torno de um eixo de **topo**
 - A **projecção horizontal** do ponto descreve um **segmento rectilíneo paralelo** ao eixo X
 - A **projecção frontal** do ponto descreve um **arco de círculo** igual ao descrito pelo ponto



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações Rectas

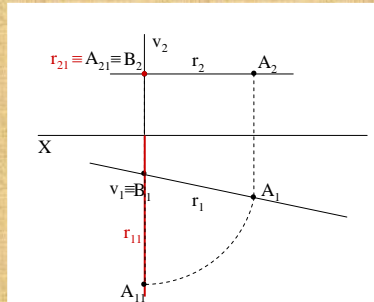
- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta horizontal**
 - Roda-se a recta em torno de um **eixo de topo** até que a sua **projecção frontal** seja **paralela** ao eixo X
 - A projecção frontal do ponto A da recta descreve um arco de circunferência
 - A projecção horizontal de A descreve um segmento de recta



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações Rectas

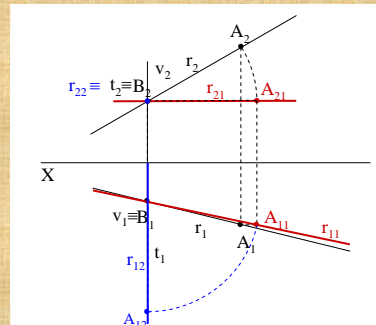
- Transformar uma **recta horizontal** numa **recta de topo**
 - Roda-se a recta em torno de um **eixo de vertical** até que a sua **projectção horizontal** seja **perpendicular** ao eixo X
 - A projectção frontal de A descreve um segmento de recta
 - A projectção horizontal de A descreve um arco de circunferência



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações Rectas

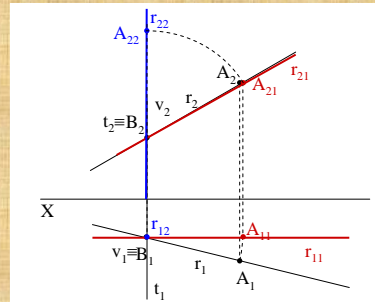
- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta de topo**
 - Transforma-se a recta numa **recta horizontal** (rotação em torno de um eixo de topo)
 - Transforma-se a recta obtida numa **recta de topo** (rotação em torno de um eixo vertical)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta vertical**
 - Transforma-se a recta numa **recta frontal** (rotação em torno de um eixo vertical)
 - Transforma-se a recta obtida numa **recta vertical** (rotação em torno de um eixo de topo)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações Planos

- Transformar um **plano qualquer** num **plano horizontal**
 - Transforma-se o plano num **plano de topo** (rotação em torno de um eixo vertical)
 - Para que um plano seja de topo basta que uma sua recta seja uma recta de topo
 - Transforma-se o plano obtido num **plano horizontal** (rotação em torno de um eixo de topo)

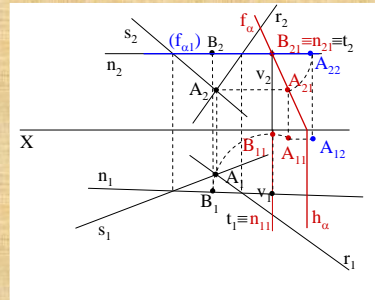
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

Planos

- Transformar um **plano qualquer** num **plano horizontal**

- Transforma-se o plano num **plano de topo** rodando em torno de um eixo vertical v
 - Colocar uma recta horizontal n do plano como uma recta de topo
- Transforma-se o plano obtido num **plano horizontal** rodando em torno de um eixo de topo t



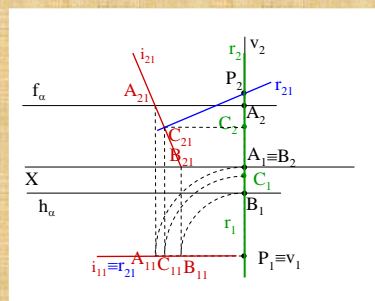
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método das rotações

Rectas e planos

- Conduzir por um ponto P uma recta r **perpendicular** a um **plano de rampa** α

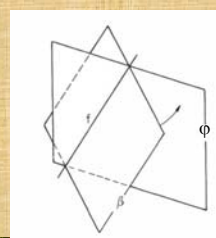
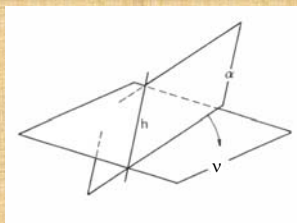
- Uma recta perpendicular a um plano de rampa é uma recta de **perfil**
- Considere-se a recta i de **intersecção** do plano de rampa com o plano de perfil que passa por P (plano projectante de r), definida pelos pontos A e B .
 - A recta r será **perpendicular** a i
 - Roda-se** a recta i em torno de um eixo vertical (ou um eixo de topo)
 - A projecção frontal da recta r será **perpendicular** à projecção frontal da recta i
 - O ponto C pertence à recta r .



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos

- **Rebater** um plano sobre um **plano horizontal** é fazê-lo coincidir com este plano por meio de uma rotação em torno da **recta de intersecção** dos dois planos (recta horizontal)
- **Rebater** um plano sobre um **plano frontal** é fazê-lo coincidir com este plano por meio de uma rotação em torno da **recta de intersecção** dos dois planos (recta frontal)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos

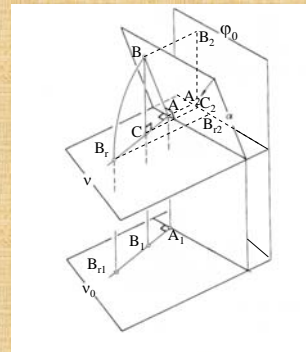
- **Rebatimento**: acção de rebater
 - rotação de um plano em torno de uma das suas rectas, horizontal ou frontal, até se tornar paralelo a um dos planos de projecção
- A recta em torno da qual se faz a rotação chama-se **eixo** ou **charneira** do rebatimento

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos

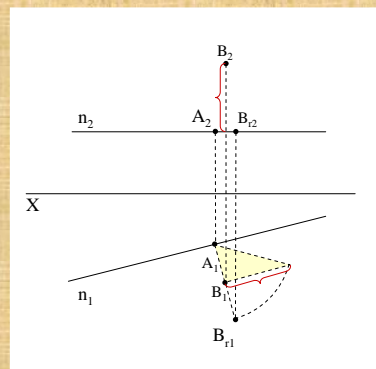
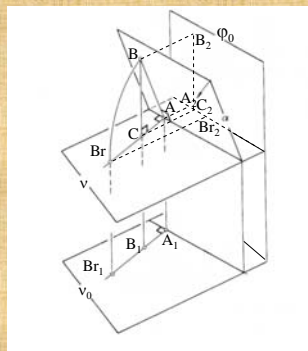
- Durante o rebatimento cada ponto do plano descreve um arco de círculo:

- perpendicular à charneira
- com centro na charneira
- raio igual à sua distância à charneira



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos



$$\overline{A_1 B_{r1}} = \overline{A B r} = \overline{A B} = \sqrt{\overline{A C}^2 + \overline{C B}^2}$$

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos

- Regra do triângulo rectângulo:
 - Num rebatimento qualquer ponto do plano fica a uma distância da charneira igual à **hipotenusa do triângulo rectângulo** cujos catetos são as distâncias das projecções do ponto às projecções homónimas da charneira

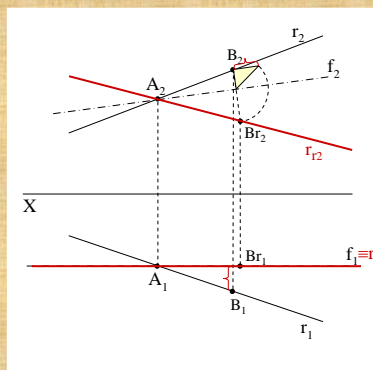
$$\overline{A_1 B r_1} = \overline{A B r} = \overline{A B} = \sqrt{\overline{A C}^2 + \overline{C B}^2}$$

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos Rectas

- Transformar uma **recta qualquer** numa **recta frontal**

- Considera-se uma recta **frontal complanar** com r (intersecta r no ponto A)
- **Rebate-se** o plano definido por r e f em torno da recta frontal até r ficar **paralela ao plano frontal** de projecção
- O ponto A, comum à recta r e à charneira, ficou **imóvel** durante o rebatimento



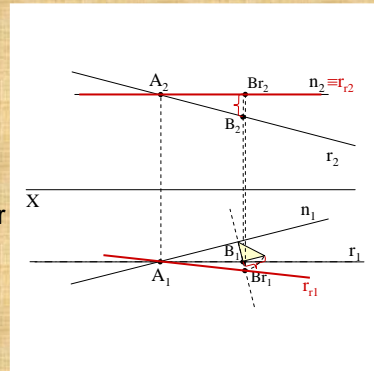
Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Método dos rebatimentos

Rectas

■ Transformar uma **recta frontal** numa **recta horizontal**

- Considera-se uma recta **horizontal complanar** com r (intersecta r no ponto A)
- **Rebate-se** o plano definido por r e n em torno da recta horizontal até r ficar **paralela ao plano horizontal** de projecção
- O ponto A , comum à recta e à charneira, ficou **imóvel** durante o rebatimento



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra