

3.8. Problemas métricos

Geometria Descritiva
2006/2007

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Tipos de problemas métricos

- **Distância** entre dois **pontos**
 - **Distância** de um **ponto** a uma **recta**
 - **Distância** de um **ponto** a um **plano**
 - **Distância** entre duas **rectas**
 - **Ângulo** de duas **rectas**
 - **Ângulo** de uma **recta** com um **plano**
 - **Ângulo** de dois **planos**
-

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Distância entre dois pontos

- Dois pontos definem um **segmento de recta**
- Qualquer segmento de recta **paralelo** a um plano de projecção projecta-se em **verdadeira grandeza** sobre esse plano
- Coloca-se o segmento definido pelos dois pontos cuja distância se quer conhecer paralelo a um dos planos de projecção recorrendo a um dos **métodos auxiliares** estudados

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Distância de um ponto a uma recta

- Um ponto e uma recta definem um **plano**
- Qualquer segmento de recta **paralelo** a um plano de projecção projecta-se em **verdadeira grandeza** sobre esse plano
- Coloca-se o plano definido pelo ponto e pela recta **paralelo** a um dos planos de projecção recorrendo aos **métodos auxiliares** estudados
 - A distância do ponto à recta (comprimento do segmento perpendicular à recta que passa pelo ponto) será projectado sobre esse plano em **verdadeira grandeza**

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

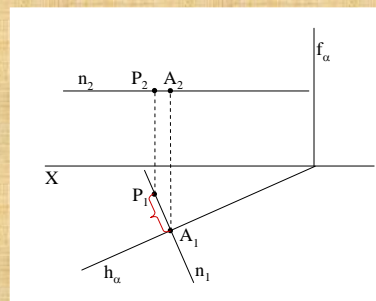
Distância de um ponto a um plano

- A distância de um ponto a um plano é o **comprimento do segmento** limitado pelo **ponto** e pelo **pé da perpendicular** baixada do ponto sobre o plano
- Se o plano for de **topo** (**vertical**) esse segmento é projectado em verdadeira grandeza sobre o plano **frontal** (**horizontal**) de projecção
- Transforma-se o plano num plano de topo ou num plano vertical utilizando os **métodos auxiliares**

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Distância de um ponto a um plano

- Calcular a **distância do ponto P ao plano vertical** α
 - Traça-se a **recta de nível n** **perpendicular** ao plano α e que passa em P
 - O ponto A é o **pé da perpendicular** baixada por P sobre α
 - A **distância** do ponto ao plano é a distância entre P_1 e A_1 .

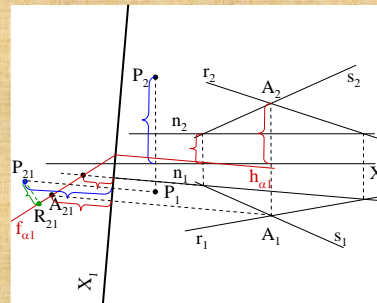


Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Distância de um ponto a um plano

- Calcular a **distância** do **ponto** P ao **plano oblíquo** α definido pelas rectas r e s

- Traça-se uma **recta de nível** n **pertencente** ao plano α
- Faz-se uma mudança do plano frontal de projecção de modo que este fique perpendicular à recta n
- O plano α é agora um plano de topo
- O ponto R é o **pé da perpendicular** baixada por P sobre α
- A distância do ponto ao plano é a distância entre P_{21} e R_{21}



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Distância entre duas rectas

- Rectas **paralelas**
 - A distância entre as duas rectas é igual à distância de um **ponto** de uma recta à outra **recta** (problema da distância entre um ponto e uma recta)
- Rectas **enviesadas**
 - Considera-se a **recta perpendicular** às duas rectas e concorrente com estas
 - A distância entre os pontos de intersecção desta nova recta com as rectas anteriores é a distância entre as duas rectas
 - Considera-se um **plano** que contém uma das rectas e é paralelo à outra
 - A distância de qualquer ponto da recta que não está contida no plano ao plano considerado é a distância entre as duas rectas (problema da distância de um ponto a um plano)

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

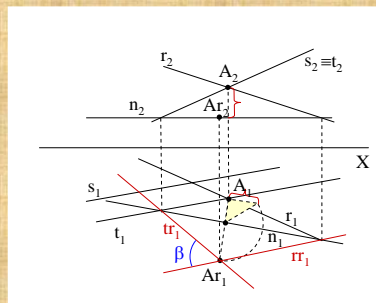
Ângulo de duas rectas

- Rectas **concorrentes** (definem um plano)
 - Coloca-se o plano que as contém **paralelo** a um dos planos de projecção
 - O ângulo formado pelas duas rectas aparecerá em **verdadeira grandeza**
- Rectas **enviesadas**
 - **Ângulo de duas rectas enviesadas** é o ângulo de duas rectas paralelas àquelas traçadas a partir de um ponto qualquer do espaço
 - Escolhe-se um ponto de uma das rectas e traça-se por esse ponto uma recta paralela à outra recta
 - Reduz-se ao problema do **ângulo formado por duas rectas concorrentes**

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de duas rectas

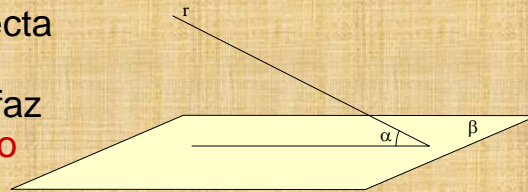
- Calcular o ângulo formado pelas rectas **enviesadas** r e s
 - Considera-se uma recta t **paralela** a s e **concorrente** com r
 - Traça-se a **recta de nível** n **pertencente** ao plano α definido por r e t
 - Efectua-se o **rebatimento** do plano definido por r e t em torno da recta de **nível** n
 - O plano definido por r e t é agora um plano horizontal
 - O ângulo formado pelas duas rectas é o ângulo β



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de uma recta com um plano

- O ângulo de uma recta com um plano é o **ângulo** que a **recta** faz com a sua **projectção** sobre o plano

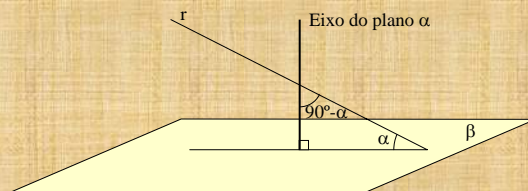


- Plano **vertical** e recta **horizontal**
 - O ângulo projecta-se em **verdadeira grandeza** sobre o plano **horizontal** de projecção
- Plano **topo** e recta **frontal**
 - O ângulo projecta-se em **verdadeira grandeza** sobre o plano **frontal** de projecção

Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de uma recta com um plano

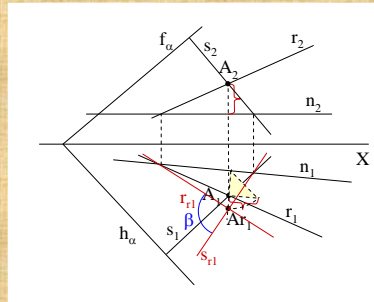
- **Eixo** de um **plano** é qualquer recta perpendicular ao plano
- O ângulo formado pela **recta** e pelo **plano** é o **complementar** do ângulo que a **recta** faz com o **eixo** do plano
- Por um ponto da recta conduz-se uma recta **perpendicular** ao plano
- O ângulo formado pela recta e pelo plano é o **complementar** do ângulo formado pelas duas rectas



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de uma recta com um plano

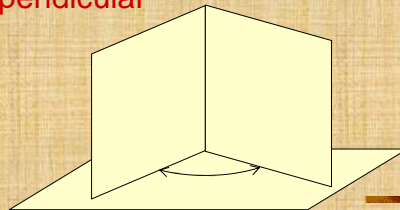
- Calcular o **ângulo** formado pela **recta** r e pelo **plano** α
 - O ângulo formado pela **recta** e pelo **plano** é o **complementar** do ângulo que a **recta** faz com o **eixo** do plano
 - Por um ponto da recta conduz-se uma recta **perpendicular** ao plano
 - Faz-se o **rebatimento** do plano que contém a recta e o eixo do plano em torno de uma **recta horizontal** do plano
 - O ângulo formado pela recta e pelo plano é o **complementar** de ângulo formado pelas duas rectas ($90^\circ - \beta$)



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de dois planos

- O ângulo formado por dois semi planos que se intersectam segundo uma recta é um **ângulo diedro**
 - A medida de um ângulo diedro é a medida do seu rectilíneo
 - Ângulo rectilíneo de um diedro é o ângulo formado pelas **rectas de intersecção** dos semi planos com um plano que lhes é **perpendicular**



Cidália Fonte – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Ângulo de dois planos

- Planos de **topo**
 - O ângulo rectilíneo é determinado pelos **traços frontais** do plano
- Planos **verticais**
 - O ângulo rectilíneo é determinado pelos **traços horizontais** do plano
- Planos **quaisquer**
 - Transformam-se os planos em planos de topo ou planos verticais
 - O menor ângulo formado por dois planos é igual ao menor ângulo formado pelos seus eixos
 - Pode, por qualquer ponto do espaço traçar-se rectas perpendiculares aos planos e medir o ângulo formado por elas