

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA**

TOPOGRAFIA

Licenciatura em Eng. Civil

2004/2005

EXERCÍCIOS TEÓRICO-PRÁTICOS

1. Efectuar as seguintes conversões:

- a) Converter o ângulo do sistema centesimal $125^g,3475$ para o sistema sexagesimal.
- b) Converter o ângulo dado no sistema sexagesimal $265^\circ 15' 32''$ para o sistema centesimal.

2. Num círculo de raio $276,260\text{ m}$ determine qual o comprimento dos arcos correspondentes aos seguintes ângulos ao centro:

$$146^\circ 25' 40''$$

$$146^g 25' 40''$$

3. Calcule a altura de um poste vertical, sabendo que a sua sombra projectada num terreno horizontal mede $2,94\text{ m}$, quando a inclinação dos raios solares é de $40^g,35$.

4. No triângulo $[ABC]$ conhecem-se:

$$\hat{A} = 35^g,8315$$

$$\hat{B} = 53^g,0407$$

$$\overline{AB} = c = 275,154\text{ m}$$

Calcular os restantes lados.

5. Resolva o triângulo $[ABC]$ de que se conhecem:

$$\overline{BC} = 31,77\text{ m}$$

$$\hat{B} = 41^g,70$$

$$\overline{AB} = 18,95\text{ m}$$

6. Os lados de um triângulo medem $1046,20\text{ m}$, $1797,54\text{ m}$ e $1318,45\text{ m}$.

- a) Calcular os ângulos do triângulo ao segundo.
- b) Calcular a área do referido triângulo.

7. No triângulo $[ABC]$ conhecem-se os elementos:

$$\overline{CA} = 27,20 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 56,12 \text{ m}$$

$$\hat{B} = 32^{\circ},16$$

Determine os valores possíveis para a medida do lado \overline{AB} .

8. No triângulo $[ABC]$ sabe-se que $a = 543,90 \text{ m}$; $b = 597,60 \text{ m}$ e $c = 625,90 \text{ m}$.

a) Determinar a projecção de b sobre a .

b) Determinar a área do triângulo.

9. Determine a distância de um ponto E ao alinhamento definido pelos pontos A e B , sabendo que:

$$\overline{AB} = 200,41 \text{ m}$$

$$\overline{AE} = 111,30 \text{ m}$$

$$\hat{B} = 30^{\circ},443$$

Ter em atenção que \overline{AB} é o maior lado do triângulo $[ABE]$.

10. Para a execução de um determinado projecto mediu-se o comprimento do segmento \overline{AC} tendo-se obtido $1210,46 \text{ m}$. Foram depois estacionados dois teodolitos nos pontos B e D do terreno, situados em lados opostos de \overline{AC} , tendo-se observado os seguintes ângulos:

$$\hat{D\hat{B}A} = 49^{\circ},6478$$

$$\hat{C\hat{B}D} = 75^{\circ},2577$$

$$\hat{A\hat{D}B} = 70^{\circ},3605$$

$$\hat{B\hat{D}C} = 32^{\circ},9414$$

Calcular o comprimento \overline{BD} , sabendo que os quatro pontos definem o quadrilátero $[ABCD]$.

11. Sabendo que:

$$\text{rumo}(AB) = 346^{\circ},421$$

$$\hat{B\hat{A}C} = 42^{\circ},421$$

$$\overline{AB} = 40,00 \text{ m} \quad \text{e} \quad \overline{AC} = 35,00 \text{ m}$$

determine:

a) o rumo (BA) .

b) o rumo (AC) .

c) o rumo (CA) .

d) o rumo (BC) .

12. Determine as coordenadas do ponto B , sabendo que:

$$\begin{aligned}(AB) &= 247^{\text{g}},625 \\ \overline{AB} &= 2041,26 \text{ m} \\ M_A &= 12604,13 \text{ m} & P_A &= -9063,75 \text{ m}\end{aligned}$$

13. Sabendo que:

$$\begin{aligned}M_C &= -2416,53 \text{ m} & P_C &= 4082,27 \text{ m} \\ M_D &= 3243,27 \text{ m} & P_D &= 1625,14 \text{ m}\end{aligned}$$

determine (CD) e \overline{CD} .

14. Calcule as distâncias \overline{AB} e \overline{AC} , sabendo que:

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 468,36 \text{ m} \\ (BA) &= 379^{\text{g}},01 \\ (AC) &= 139^{\text{g}},20 \\ (CB) &= 257^{\text{g}},46\end{aligned}$$

15. No triângulo equilátero $[ABC]$ sabem-se as coordenadas de A :

$$M_A = 572,85 \text{ m} \quad P_A = -1085,27 \text{ m}$$

e ainda:

$$(AB) = 257^{\text{g}},25 \quad \overline{AB} = 72,50 \text{ m}$$

Sabendo que (AC) é um rumo do 4º quadrante, determine as coordenadas de B e C .

16. Sabendo que:

$$\begin{aligned}M_C &= -3804,72 \text{ m} & P_C &= -4696,08 \text{ m} \\ M_D &= -4607,16 \text{ m} & P_D &= -3942,54 \text{ m} \\ CDA &= 32^{\text{g}},125 & \overline{AC} &= 574,08 \text{ m}\end{aligned}$$

e que $[CD]$ é o maior lado do triângulo $[ADC]$, determine as coordenadas de A .

17. No terreno encontram-se definidos os seguintes pontos: E_1 , A , E_2 e B . Sabendo que:

$$\begin{aligned}(E_1 \hat{A}) &= 64^{\text{g}},27 \\ E_1 \hat{A} B &= 256^{\text{g}},82 \\ E_2 \hat{B} A &= 76^{\text{g}},44\end{aligned}$$

determine (E_2B) .

18. Calcular (BC) , sabendo que:

$$(AA') = 200^{\text{g}},00$$

$$\hat{A} \hat{AB} = 17^{\text{g}},93 \quad \hat{B} \hat{AC} = 99^{\text{g}},18 \quad \hat{C} \hat{CB} = 55^{\text{g}},59$$

19. No triângulo $[ABC]$ são conhecidos os seguintes elementos:

Vértices	M (m)	P (m)
A	8420,50	-6538,70
C	7648,30	-7642,10

$$(AB) = 130^{\text{g}},420 \quad (CB) = 100^{\text{g}},000$$

Calcular as coordenadas do ponto B.

20. As coordenadas de dois pontos B e C relativamente a um referencial com origem no ponto A são

Vértices	M (m)	P (m)
B	449,95	536,23
C	1336,28	692,34

Calcular o raio da curva circular passando pelos três pontos.

21. Estacionou-se um teodolito num ponto E do terreno e fizeram-se as seguintes observações:

Vértices Visados	A	B	C	D	F
Leituras Azimutais	85 ^g ,246	54 ^g ,136	150 ^g ,001	320 ^g ,970	220 ^g ,750

- Determine os ângulos $\hat{A} \hat{EB}$, $\hat{F} \hat{ED}$, $\hat{B} \hat{EF}$ e $\hat{D} \hat{EB}$.
- Sabendo que $(CE) = 124^{\text{g}},683$, determine os rumos (EF) e (AE) .

22. Resolva o triângulo $[ABC]$ sabendo que $\overline{BC} = 31,77 \text{ m}$, $\overline{AB} = 18,95 \text{ m}$ e que no vértice B se fizeram as seguintes observações:

Estação	Vértices Visados	Leituras Azimutais
B	A	163 ^g ,12
	C	121 ^g ,42

23. No campo foi efectuado o seguinte registo de observações:

Estações		Vértices Visados		
		E_1	E_2	E_3
E_1	E_1	---	113 ^g ,950	175 ^g ,177
	E_2	66 ^g ,505	---	13 ^g ,004

Sabendo que $\overline{E_1 E_2} = 539,61 \text{ m}$, determine $\overline{E_2 E_3}$ e $\overline{E_3 E_1}$.

24. A e B são dois pontos inacessíveis do terreno, cuja distância se pretende determinar. Para isso mediu-se um troço $PQ = 108,32\text{ m}$ e efectuou-se o seguinte registo de observações:

Estações	Vértices Visados (leituras azimutais)			
	A	B	P	Q
P	$94^{\text{g}},17$	$157^{\text{g}},35$	---	$198^{\text{g}},21$
Q	$18^{\text{g}},91$	$86^{\text{g}},95$	$398^{\text{g}},48$	---

Efectue o cálculo da referida distância, sabendo que os quatro pontos definem o quadrilátero $[ABQP]$.

25. Com um teodolito estacionado em E fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras azimutais
E	A	$148^{\text{g}},64$
	B	$226^{\text{g}},25$
	C	$364^{\text{g}},83$

São ainda conhecidos:

$$M_A = -2850,60\text{ m} \quad P_A = 5346,20\text{ m} \quad \overline{AE} = 640,30\text{ m} \quad \overline{EB} = 860,62\text{ m} \quad (CE) = 240^{\text{g}},23$$

- Determine as coordenadas do ponto B .
- Sabendo que $(BC) = 60^{\text{g}},70$, determine \overline{CE} .

26. No campo fizeram-se as seguintes observações azimutais:

Estação	Vértices Visados			
	A	B	C	D
E	$207^{\text{g}},96$	$329^{\text{g}},75$	$96^{\text{g}},47$	$151^{\text{g}},71$

Sabendo que $(EC) = 284^{\text{g}},24$, determine:

- R_0^E .
- (EA) , (EB) e (ED) .

27. Sabe-se que $(BC) = 154^{\text{g}},26$ e que $\overline{EC} = \frac{3}{2}\overline{EB}$. Sabendo que, com observações feitas no campo, se obtiveram as seguintes leituras azimutais:

Estação	Vértices Visados			
	A	B	C	D
E	$282^{\text{g}},18$	$346^{\text{g}},54$	$90^{\text{g}},32$	$154^{\text{g}},25$

calcule R_0^E , (EA) e (ED) .

28. Para orientar aproximadamente um levantamento de pormenor, num dos pontos estacionados uniu-se o teodolito de uma declinatória e efectuou-se a seguinte leitura para o norte magnético: $204^{\text{g}},235$. Admitindo que o norte magnético faz um ângulo de $7^{\circ}W$ com o norte cartográfico, determine o R_0^E .

29. Duma estação E visaram-se os pontos A, B, C e D, obtendo-se o seguinte registo de observações azimutais:

Estação	Pontos visados			
	A	B	C	D
E	32,287	64,969	302,283	11,462

Sabendo que as coordenadas de E e A são:

	E	A
M	500,00m	204,62m
P	500,00m	922,70m

Determinar:

- (EB) , (EC) e (ED) a partir de R_0^E .
- A leitura azimutal a efectuar para definir a pontaria para o ponto X tal que $(EX) = 240,8 287$.

30. A e B são dois pontos do terreno referenciados por estacas. Com dois teodolitos estacionados nesses pontos, pretende implantar-se, por intersecção de visadas, um ponto C.

Sabendo que o teodolito estacionado em B visa A com uma leitura de $100^g,000$, que $R_0^A = 232^g,452$ e que as coordenadas de A, B e C são:

	M	P
A	-6480,20 m	8494,30 m
B	-6836,80 m	8842,50 m
C	-6524,40 m	8366,70 m

determine as leituras azimutais a fazer nos dois teodolitos.

31. A parte da frente de um terreno rectangular, virada a Norte, que se destina a ser dividido em 5 lotes quadrados iguais, é definida por duas estacas A e B que têm as seguintes coordenadas locais:

$$M_A = 100,00 m \quad P_A = 188,21 m$$

$$M_B = 241,00 m \quad P_B = 100,00 m$$

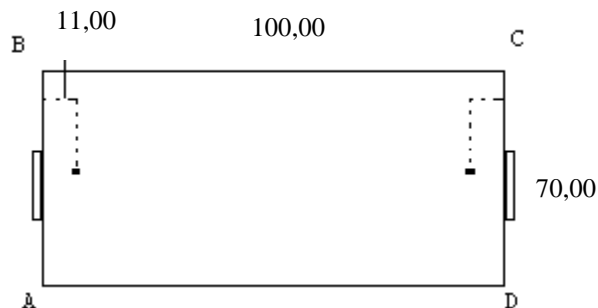
- Determinar as coordenadas de duas estacas C e D, que definem o alinhamento posterior dos referidos lotes, alinhamento que é paralelo a \overline{AB} .
- Um teodolito estacionado no ponto médio de \overline{AB} , visando B a zeros, que leituras azimutais indicará quando visar A, C e D?

32. Por intersecção de visadas, vai colocar-se uma estaca no ponto médio do alinhamento \overline{BC} , sendo C um ponto inacessível. No campo estacionaram-se dois teodolitos em A e B e fez-se o seguinte registo:

Estações	Vértices Visados	Leituras azimutais
A	B	$300^g,000$
	C	$8^g,542$
B	C	$46^g,325$
	A	$100^g,000$

Determine a leitura a fazer em cada um dos teodolitos, sabendo que: $M_A = 100,00 m$; $P_A = -100,00 m$; $M_B = -300,00 m$ e $P_B = -100,00 m$.

33. Para a demarcação das extremidades C e D e das marcas de grande penalidade X e Y de um campo de futebol, estacionaram-se dois teodolitos em A e em B . Indique quais as leituras azimutais a fazer em cada um dos instrumentos, admitindo que se visam mutuamente a zeros, para se definirem por intersecção de visadas os citados pontos.



34. A e C são dois pontos do terreno. Com um teodolito estacionado em A visando C com $100^g,00$ e outro estacionado em C visando A com $0^g,00$, pretende definir-se, por intersecção de visadas, dois outros pontos B e D , situados para lados opostos em relação ao alinhamento \overline{AC} . Sabendo que: $\overline{AC} = 50,00 m$; $\overline{AD} = 20,00 m$; $\overline{AB} = \overline{BC}$; $\hat{ADC} = 100^g,00$ e que a distância de B a $[AC]$ é $16,50 m$, determine quais as leituras azimutais a efectuar nos dois teodolitos quando visam B e D .

35. *Monte*, *Castro* e *Rosa* são três vértices de uma triangulação topográfica independente.

Observações de campo conduziram ao seguinte registo de leituras azimutais.

	Vértices Visados (leituras azimutais)		
Estações	<i>Rosa</i>	<i>Castro</i>	<i>Monte</i>
<i>Rosa</i>	---	368 ^g ,725	72 ^g ,471
<i>Castro</i>	223 ^g ,254	---	174 ^g ,026
<i>Monte</i>	352 ^g ,950	0 ^g ,000	---

Sabendo que:

	M	P
<i>Castro</i>	608,47 m	1596,53 m
<i>Monte</i>	1000,00 m	1000,00 m

Determine $(Monte, X)$, sendo X o ponto médio do lado *Castro-Rosa*.

36. Determine as coordenadas de B , atendendo ao seguinte registo:

	Vértices Visados (leituras azimutais)		
Estações	R	B	V
R	---	230 ^g ,078	311 ^g ,567
B	93 ^g ,687	---	24 ^g ,132
V	398 ^g ,173	47 ^g ,113	---

e sabendo que:

	M	P
R	-24328,72 m	56490,29 m
V	-23643,18 m	56112,30 m

37. Para se determinarem as coordenadas do vértice *MATO* fez-se o seguinte registo:

	Vértices Visados (leituras azimutais)		
Estações	<i>S. SIMÃO</i>	<i>EIRAS</i>	<i>MATO</i>
<i>S. SIMÃO</i>	---	49 ^g ,3836	0 ^g ,0074
<i>EIRAS</i>	117 ^g ,4172	---	200 ^g ,0493
<i>MATO</i>	50 ^g ,0662	382 ^g ,0725	---

Calcule as coordenadas planimétricas do referido vértice, sabendo que:

	M	P
<i>EIRAS</i>	-24426,86 m	64292,51 m
<i>S. SIMÃO</i>	-26637,92 m	63403,26 m

38. C e D são dois pontos do terreno que distam entre si $200,00\text{ m}$. Observações de campo conduziram ao seguinte registro:

Estações	V. Visados	L. azimutais
A	B	$352^{\text{g}},950$
	C	$0^{\text{g}},000$
B	C	$174^{\text{g}},026$
	A	$223^{\text{g}},254$
C	A	$368^{\text{g}},725$
	B	$72^{\text{g}},471$
	D	$120^{\text{g}},932$

Sabendo que:

	M	P
A	$1596,53\text{ m}$	$1000,00\text{ m}$
B	$608,47\text{ m}$	$1000,00\text{ m}$

determinar as coordenadas de C e D .

39. A costa de uma baía é limitada por dois promontórios, onde se localizam dois sinais luminosos nos pontos S_1 e S_2 , de coordenadas:

	M	P
S_1	$-10605,30\text{ m}$	$20785,40\text{ m}$
S_2	$-9546,80\text{ m}$	$20408,80\text{ m}$

Para construir um novo sinal luminoso num ponto S_3 da costa da referida baía, que facilite a entrada das embarcações, fizeram-se as seguintes observações:

Estações	Vértices Visados (l. azimutais)		
	S_1	S_2	S_3
S_1	---	$125^{\text{g}},231$	$190^{\text{g}},572$
S_2	$59^{\text{g}},626$	---	$384^{\text{g}},308$
S_3	$205^{\text{g}},762$	$265^{\text{g}},124$	---

- Determine as coordenadas planimétricas ajustadas do ponto S_3 .
- Sabendo que o ponto E , situado a uma distância de S_1 igual a $1/3$ da distância $\overline{S_1S_2}$ e sobre o alinhamento definido pelos pontos S_1 e S_2 , é o ponto mais favorável para a entrada das embarcações na baía, determine (ES_3) .
- Determine as coordenadas planimétricas de um ponto O (de orientação), situado sobre o alinhamento definido pelos pontos S_3 e E , a uma distância de E de $5000,00\text{ m}$ no sentido de $S_3 \rightarrow E$.

40. Pretende determinar-se as coordenadas dum ponto X do terreno. Para isso, utilizando os vértices de uma triangulação local, fizeram-se as seguintes observações:

Estações	Vértices Visados	Leituras azimutais
<i>Moinho</i>	<i>Pico</i>	$47^{\circ}, 904$
	X	$373^{\circ}, 648$
<i>Pico</i>	X	$254^{\circ}, 317$
	<i>Moinho</i>	$203^{\circ}, 873$

Sabendo que:

	M	P
<i>Moinho</i>	$-12604, 20m$	$2\ 4783, 30m$
<i>Pico</i>	$-11547, 80m$	$24406, 60m$

efectue a referida determinação.

41. Pretende colocar-se uma estaca no ponto médio do alinhamento \overline{BC} , sendo C um ponto inacessível. Estacionaram-se dois teodolitos em A e B , efectuando-se o seguinte registo de observações:

Estações	Vértices Visados	Leituras azimutais
A	B	$300^{\circ}, 000$
	C	$8^{\circ}, 542$
B	C	$46^{\circ}, 325$
	A	$100^{\circ}, 000$

Determine a leitura a fazer em cada um dos teodolitos, sabendo que:

	M	P
A	$100, 00m$	$-100, 00m$
B	$-300, 00m$	$-100, 00m$

42. Atendendo ao seguinte registo de observações:

Estações	Vértices Visados	Leituras azimutais
A	<i>Moinho</i>	$104^{\circ}, 626$
	<i>Pico</i>	$29^{\circ}, 308$
<i>Moinho</i>	<i>Pico</i>	$47^{\circ}, 904$
	A	$373^{\circ}, 648$

e sabendo que:

	M	P
<i>Moinho</i>	$-12604, 20 m$	$2\ 4783, 30 m$
<i>Pico</i>	$-11547, 80 m$	$24406, 60 m$

determine as coordenadas de A .

43. Atendendo às seguintes observações azimutais:

Estações	Vértices visados			
	<i>Vala</i>	<i>Rocha</i>	<i>Cova</i>	<i>Barco</i>
<i>Cova</i>	230 ^g ,608			312 ^g ,906
<i>Vala</i>		140 ^g ,874	8 ^g ,112	

e às coordenadas planimétricas:

	<i>Cova</i>	<i>Barco</i>	<i>Rocha</i>
M	-27504,16 m	-25808,74 m	-28209,04 m
P	66722,08 m	64918,52 m	68404,92 m

determine as coordenadas planimétricas de *Vala*.

44. Entre os pontos *A* e *B* de uma triangulação estabeleceu-se uma poligonal expedita. Conhecem-se as coordenadas:

	M	P
<i>A</i>	-18662,13 m	64132,46 m
<i>A'</i>	-18268,28 m	63752,15 m
<i>B</i>	-18906,72 m	63986,75 m
<i>B'</i>	-18803,67 m	63494,98 m

Determine as coordenadas planimétricas ajustadas dos vértices *1*, *2* e *3*, sabendo que observações de campo conduziram ao seguinte registo:

Vértices	P. Visados	L. azimutais	Distâncias
<i>A</i>	<i>A'</i>	247 ^g ,73	
	<i>1</i>	349 ^g ,88	90,24 m
<i>1</i>	<i>A</i>	146 ^g ,25	90,18 m
	<i>2</i>	16 ^g ,60	52,40 m
<i>2</i>	<i>1</i>	369 ^g ,72	52,46 m
	<i>3</i>	100 ^g ,12	64,84 m
<i>3</i>	<i>2</i>	15 ^g ,94	64,80 m
	<i>B</i>	226 ^g ,62	100,08 m
<i>B</i>	<i>3</i>	386 ^g ,35	99,96 m
	<i>B'</i>	110 ^g ,79	

45. *E* e *S* são os pontos de encontro com o terreno de uma conduta aérea a construir numa dada região.

Uma poligonal de precisão apoiada nos vértices *A* e *B* conduziu ao seguinte registo de observações:

Estações	V. Visados	L. azimutais	Distâncias
<i>A</i>	<i>B</i>	236 ^g ,3280	153,30 <i>m</i>
	<i>E</i>	176 ^g ,8618	
<i>E</i>	<i>A</i>	314 ^g ,1802	153,34 <i>m</i>
	<i>S</i>	181 ^g ,3486	147,64 <i>m</i>
<i>S</i>	<i>E</i>	112 ^g ,9323	147,66 <i>m</i>
	<i>B</i>	397 ^g ,2090	106,39 <i>m</i>
<i>B</i>	<i>S</i>	149 ^g ,2736	106,45 <i>m</i>
	<i>A</i>	57 ^g ,2969	

Atendendo a que:

	M	P
<i>A</i>	7282,08 <i>m</i>	-3642,32 <i>m</i>
<i>B</i>	7188,68 <i>m</i>	-3875,39 <i>m</i>

Determinar as coordenadas ajustadas de *E* e de *S*.

46. Para o levantamento de um terreno estabeleceu-se a seguinte poligonal de média precisão:

Estações	V. Visados	Leituras Azimutais	Distâncias
<i>A</i>	<i>B</i>	338 ^g ,7782	98,58 <i>m</i>
	<i>1</i>	120 ^g ,1915	
	<i>4</i>	188 ^g ,4578	
<i>1</i>	<i>A</i>	257 ^g ,2511	98,62 <i>m</i>
	<i>2</i>	11 ^g ,3964	81,04 <i>m</i>
<i>2</i>	<i>1</i>	150 ^g ,9257	81,06 <i>m</i>
	<i>3</i>	109 ^g ,3350	92,60 <i>m</i>
<i>3</i>	<i>2</i>	167 ^g ,6393	92,56 <i>m</i>
	<i>4</i>	18 ^g ,2596	106,79 <i>m</i>
<i>4</i>	<i>3</i>	25 ^g ,1979	106,81 <i>m</i>
	<i>A</i>	330 ^g ,3162	108,92 <i>m</i>

Determinar as coordenadas planimétricas ajustadas dos vértices *1*, *2*, *3* e *4*, sabendo que $M_A = -10240,18\text{ m}$; $P_A = 6408,93\text{ m}$ e que $M_B = -9816,46\text{ m}$; $P_B = 5792,07\text{ m}$.

47. Na observação de uma poligonal de média precisão obteve-se o seguinte registo de campo:

Estações	V. Visados	L. azimutais	Distância
A_1	A_5	$168^g,823$	$117,18\ m$
	A_2	$36^g,289$	
A_2	A_1	$124^g,181$	$150,04\ m$
	A_3	$56^g,376$	
A_3	A_2	$279^g,582$	$109,26\ m$
	A_4	$194^g,033$	
A_4	A_3	$226^g,787$	$34,32\ m$
	A_5	$119^g,382$	
A_5	A_4	$22^g,584$	$34,88\ m$
	A_1	$215^g,900$	

Sabendo que na estação A_1 o instrumento apontou a zeros para o Norte Cartográfico, e que $M_{A_1} = 600,00m$ e $P_{A_1} = 600,00m$, determine as coordenadas planimétricas ajustadas dos vértices A_2 , A_3 , A_4 e A_5 .

48. Para se determinar a altura de uma igreja estacionou-se um teodolito a $46,28m$ de uma empena vertical e fizeram-se observações zenitais ao topo e à base dessa empena

Ponto visado		Leituras zenitais
Empena	Base	$102,40$
	Topo	$85,23$

Efectue a referida determinação.

49. Num ponto A do terreno estacionou-se um teodolito à altura de $i=1,42\ m$ e fizeram-se as seguintes observações zenitais para uma vara vertical, colocada em B , com $3,00\ m$ de altura:

Estação	V. visados	Leituras zenitais	
A	B	Topo	$96^g,85$
		Base	$104^g,62$

Determine a diferença de nível entre A e B .

50. Para se determinarem as cotas dos pontos B e C , fizeram-se as seguintes observações:

Estação	P. Visados	L. zenitais	Distâncias
E	A	$102^g,43$	$122,42\ m$
	B	$96^g,64$	$104,71\ m$
	C	$100^g,58$	$94,29\ m$

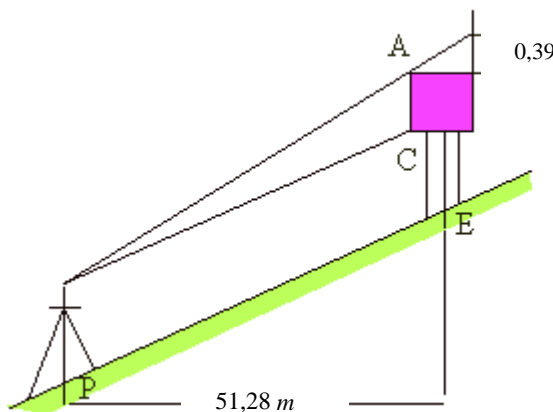
Sabendo que a cota de A é $N_A = 220,00\ m$, efectue a referida determinação.

51. Para determinar a altura de um pára-raios situado no telhado de uma casa, estacionaram-se dois teodolitos nos pontos E_1 e E_2 do terreno, alinhados com o objecto a medir e distanciados de $15,00\text{ m}$. As estações E_1 e E_2 encontram-se ambas localizadas do mesmo lado da casa. Com os teodolitos fizeram-se as seguintes observações zenitais:

Estações	Pontos Visados	Leituras zenitais
E_1 $i = 1,46\text{ m}$	Topo	$87^{\text{g}},82$
	Base	$92^{\text{g}},15$
E_2 $i = 1,58\text{ m}$	Topo	$90^{\text{g}},31$
	Base	$96^{\text{g}},24$

- Efectue o cálculo pedido.
- Determine dN_{E_1, E_2} .

52. A figura representa, em corte, um depósito cilíndrico suspenso e centrado no ponto E do terreno e um teodolito estacionado num ponto P à altura $1,64\text{ m}$.



Observações zenitais para os pontos A e C conduziram aos seguintes valores $z_A = 87^{\text{g}},74$, $z_C = 93^{\text{g}},81$.

- Determine a capacidade do depósito (em litros).
- Sabendo que $N_P = 208,70\text{ m}$, determine a cota da base do depósito.

53. E e S são, respectivamente, o ponto de entrada e de saída de um túnel e encontram-se referenciados no terreno por estacas.

De um ponto A , de onde são simultaneamente visíveis os pontos E e S , fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras	
		azimutais	zenitais
A	E	$304^{\text{g}},16$	$94^{\text{g}},68$
	S	$47^{\text{g}},26$	$102^{\text{g}},25$

Sabendo que $\overline{AE} = 40,24\text{ m}$ e $\overline{AS} = 52,18\text{ m}$, determine o comprimento real do túnel.

54. Pretende determinar-se a distância real entre os pontos A e B , situados em margens opostas de um rio. Para tal, estacionou-se um teodolito num ponto E do terreno e, utilizando uma vara de $2,00\text{ m}$ de altura, obteve-se o seguinte registo de observações:

Estação	Vértices Visados	Leituras	
		azimutais	zenitais
E	A	$368^{\text{g}},154$	$98^{\text{g}},276$
	Topo da vara em A	$368^{\text{g}},154$	$94^{\text{g}},104$
	B	$86^{\text{g}},908$	$98^{\text{g}},430$
	Topo da vara em B	$86^{\text{g}},908$	$96^{\text{g}},510$

Efectue a referida determinação.

55. Em dois pontos A e B do terreno, distanciados de $80,00\text{ m}$, encontram-se duas colunas verticais onde assenta uma plataforma horizontal. Com um teodolito estacionado num ponto C fizeram-se as seguintes observações:

Pontos visados		Leituras	
		azimutais	zenitais
Coluna em A	Topo	---	$95^{\text{g}},44$
	Fundo	$346^{\text{g}},28$	$107^{\text{g}},01$
Coluna em B	Topo	---	$97^{\text{g}},85$
	Fundo	$52^{\text{g}},19$	$101^{\text{g}},49$

Determinar a altura de cada coluna e a diferença de nível entre A e B .

56. A , B e C são três pontos de uma plataforma horizontal com $\overline{AB} = 30,00\text{ m}$. Com um teodolito estacionado num ponto E fez-se o seguinte registo de observações:

Estações	leituras azimutais (g)	Leituras zenitais (g)
A	$0,000$	$98,364$
B	$15,832$	$98,240$
C	$18,850$	$98,852$

Determine \overline{BC} .

57. A , B e C são três pontos de um alinhamento recto definido no terreno. Com um teodolito estacionado em C obteve-se o seguinte registo de observações

Estação	V. visados	Leituras zenitais (g)	Leituras azimutais (g)
C $i=1,48$	A	$98,53$	$100,00$
	B	$95,28$	$300,00$

Sabendo que:

	M (m)	P (m)	Cotas (m)
A	$528,72$	$647,15$	$36,18$
B	$872,04$	$725,32$	$44,32$

Determine as coordenadas planimétricas e a cota de C .

58. A e B são dois pontos do terreno numa das margens de um curso de água; C e D são outros dois pontos na margem oposta. Estacionaram-se dois teodolitos em C e D e obteve-se o seguinte registo de observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais
C	A	36,427
	B	68,369
	D	142,758
D	C	326,140
	A	2,394
	B	41,652

Sabendo que

	M (m)	P (m)
C	500,00	800,00
D	426,37	328,45

Determine \overline{AB} .

59. Nos pontos A e B do terreno estão situadas duas colunas verticais de betão cujos topos se encontram ao mesmo nível. Com um teodolito estacionado em E, fizeram-se as seguintes observações:

	azimutais	Leituras zenitais	
		Topo	Base
Coluna A	346 ^g ,18	98 ^g ,04	103 ^g ,97
		99 ^g ,05	100 ^g ,68
Coluna B	146 ^g ,18	---	---
		---	---

Sabendo que $dN_{AB} = 1,30 m$, determine a distância entre A e B.

60. Para medir a altura da Torre da Universidade de Coimbra, desde o terreno até ao topo do pau da bandeira, estacionaram-se dois teodolitos nos pontos A e B, distanciados exactamente de 10,00 m, tendo-se obtido o seguinte registo de observações:

Estações	Pontos Visados	L. azimutais	L. zenitais
A $i = 1,55 m$	Topo do pau da bandeira	38 ^g ,051	61 ^g ,120
	Estação B	38 ^g ,051	---
B $i = 1,42 m$	Topo do pau da bandeira	---	54 ^g ,121

Efectue o referido cálculo, sabendo que o terreno é plano na referida zona.

61. A e B são dois pontos do eixo dum troço recto de uma estrada com declive constante. Pretende-se prolongar a estrada até ao ponto C do terreno, alinhado com A e B , mas de forma a manter o declive.

Com um teodolito estacionado em E , fez-se o seguinte registo de observações:

Estação	P. Visados	Leituras	
		azimutais	zenitais
E	A	$305^{\circ},934$	$98^{\circ},372$
	B	$20^{\circ},520$	$100^{\circ},402$
	C	$51^{\circ},226$	$101^{\circ},260$

Sabendo que $\overline{EA} = 92,74 \text{ m}$ e $\overline{EB} = 98,85 \text{ m}$, determine:

- o declive de A para B .
- qual será a escavação, ou o aterro, a efectuar em C .

62. Numa zona plana passa uma linha de postes de alta tensão, todos com a mesma altura e intervalados de $40,00 \text{ m}$. De um destes postes (poste nº 17) pretende derivar-se uma nova linha , tendo já sido colocada no terreno uma estaca num ponto E , também a $40,00 \text{ m}$ do referido poste. Estacionando-se um teodolito em E , com $i = 1,50 \text{ m}$, fizeram-se pontarias aos topos dos postes nº 16 e nº 18, obtendo-se as seguintes leituras zenitais: $z_{16} = 91^{\circ},39$ e $z_{18} = 89^{\circ},28$.

Determinar a altura dos postes.

63. Considere o seguinte registo extraído de uma caderneta taqueométrica:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		azimutais	zenitais	na mira
E $i = 1,48\text{m}$	1	$78^{\circ},034$	$87^{\circ},499$	2,720 --- 1,900
	2	$96^{\circ},282$	$99^{\circ},273$	3,920 ---- 2,000
	3	$109^{\circ},128$	$104^{\circ},268$	--- 1,991 1,100

Sabendo que $N_E = 33,28 \text{ m}$ determine:

- as cotas dos pontos 1, 2 e 3;
- o declive entre 1 e 2 e o declive entre 2 e 3.

64. Para a construção de uma estrada fez-se o seguinte registo de observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		azimutais	zenitais	na mira
<i>E</i>	P_1	68 ^g ,60	103 ^g ,28	1,222 --- 0,300
	P_2	206 ^g ,00	92 ^g ,64	--- 2,136 1,400

Determinar o declive do troço [P_1P_2].

65. *A* e *B* são pontos do eixo duma conduta e *C* é um ponto do terreno onde se pretende construir um depósito de distribuição de água que vai ser abastecido pela conduta, por gravidade. Para isso a conduta deverá ser prolongada até ao depósito mantendo o mesmo declive.

No campo fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leit. azimutais	Leit. zenitais	mira
<i>E</i>	<i>A</i>	298,706	96,500	2,930 ----- 2,400
	<i>B</i>	369,962	97,489	1,886 ----- 1,500
	<i>C</i>	52,326	102,698	----- 1,162 0,800

Sabendo que a altura do depósito vai ser 7,75m, determine a altura da escavação a fazer em *C*.

66. Pretende estabelecer-se uma conduta aérea, cujo eixo em planta é a linha poligonal [*ABCD*], assente em três pilares verticais a construir nos pontos *A*, *B* e *C* do terreno, que se destina a transportar água para um reservatório situado em *D*. A conduta necessita de ter um declive constante de -2% no sentido de *A* para *D*. Com um taqueómetro estacionado em *C* fizeram-se as seguintes observações:

Estação	P. Visados	L. azimutais	L. zenitais	L. na mira
<i>C</i> $i = 1,56m$	<i>A</i>	160 ^g ,48	96 ^g ,32	2,912 --- 2,000
	<i>B</i>	132 ^g ,34	100 ^g ,15	--- 1,230 1,000
	<i>D</i>	---	104 ^g ,18	1,758 --- 1,000

- Determine o comprimento da conduta, em planta.
- Calcule a altura dos pilares a construir em *A*, *B* e *C*, sabendo que a conduta entra no reservatório num ponto de cota 248,26 m e que o ponto *A* tem cota 248,40 m.

67. Uma linha de alta tensão e uma linha de telecomunicações cruzam-se a alturas diferentes. Na vertical do ponto de cruzamento colocou-se uma mira vertical e com um taqueómetro estacionado nas proximidades fizeram-se as seguintes observações:

P. Visados	L. azimutais	L. zenitais	L: na mira
mira	125 ^g ,12	102 ^g ,12	1,740 --- 1,200
linha A.T.	125 ^g ,12	92 ^g ,23	
linha C.T.T.	125 ^g ,12	97 ^g ,44	

- Determine a distância entre as duas linhas.
- Calcule a distância da linha de alta tensão ao terreno.

68. Para se efectuar o estudo de uma rede de saneamento fizeram-se as seguintes observações taqueométricas:

Estação	P. Visados	L. azimutais	L. zenitais	L. na mira
C $i = 1,56m$	1	325 ^g ,42	102 ^g ,43	1,426 --- 0,200
	2	153 ^g ,78	96 ^g ,64	2,025 1,500 ---
	3	202 ^g ,64	100 ^g ,58	1,943 --- 1,000

- Sabendo que $N_3 = 254,25 m$ determinar N_1 .
- Determinar o comprimento real da linha poligonal que passa nos vértices 1, 2 e 3.

69. Num terreno com forma triangular foram definidos os vértices A, B e C. Um taqueómetro estacionado em B, à altura de 1,54 m, originou o seguinte registo de observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		azimutais	zenitais	na mira
B	A	163 ^g ,25	105 ^g ,26	1,842 --- 1,000
	C	286 ^g ,73	96 ^g ,84	0,644 --- 0,200

- Determinar a área do terreno.
- Sabendo que $N_A = 204,53 m$ determinar as cotas de B e C.

70. Com dois níveis estadiados, um bloco e outro de horizontalização automática, visaram-se miras situadas em vários pontos do terreno, obtendo-se o seguinte registo:

	Mira em A	Mira em B	Mira em C
Nível bloco	1,694	2,293	
	1,493	2,092	
	1,292	1,891	
Nível de horizontalização automática	1,923	2,372	1,455
	1,626	2,199	1,184
	1,329	2,026	0,913

Sabendo que $N_A = 246,548 \text{ m}$; determine N_C .

71. Com um nível de horizontalização automática obteve-se o seguinte registo de campo:

Estações do nível	mira em A	mira em B	mira em C	mira em D
1	1,548 m	1,987 m	1,854 m	
	1,140 m	1,845 m	1,536 m	-----
	0,732 m	1,703 m	1,218 m	
2	1,056 m	1,779 m		1,454 m
	0,844 m	1,567 m	-----	1,048 m
	0,632 m	1,355 m		0,642 m

- Mostre que este nível tem erro de inclinação.
- Sabendo que a cota de D é 248,645 m, determine N_C .

72. Os pontos A, B, C e D definem um rectângulo com $\overline{AB} = \overline{DC} = 20,00 \text{ m}$ e $\overline{AD} = \overline{BC} = 48,00 \text{ m}$.

O ponto E pertence a \overline{AD} e $\overline{AE} = 15,00 \text{ m}$. Estacionando um nível em E e apontando para uma mira colocada em A e B, obtiveram-se as leituras 1,735 e 0,688, respectivamente. Em seguida, passou-se o nível para o ponto D e registaram-se as leituras 2,307; 1,248 e 1,546 para A, B e C, respectivamente.

Admitindo que a cota de A é 100,000 m, determine as cotas de B e de C.

73. A e B são duas marcas de nivelamento de precisão de cotas respectivamente $N_A = 145,336 \text{ m}$ e $N_B = 143,612 \text{ m}$.

Com um nível bloco estadiado fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira vertical colocada nos pontos A , B , e P :

Mira em	leitura
A	1,096
	0,872
	0,648
B	2,962
	2,616
	2,270
P	1,542
	1,184
	0,826

Determinar N_P a partir de A e verificar o resultado obtido, a partir de B .

74. Para cotar três estacas X , Y e Z duma linha de nivelamento fez-se o seguinte nivelamento geométrico apoiado nas marcas N_1 e N_2 :

Posições da mira	Niveladas (m)	
	Atrás	Adiante
N_1	1,457	---
X	1,932	1,785
Y	1,505	1,321
Z	0,065	1,510
N_2	---	2,878

Sabendo que a cota de $N_1 = 100,000 \text{ m}$ e a cota de $N_2 = 97,470 \text{ m}$, determinar as cotas ajustadas de X , Y e Z .