

Nas questões de natureza geométrica, recomenda-se a inclusão de uma figura, que pode ser entregue anexa numa folha de rascunho, usada para o efeito e devidamente identificada.

1. Determina todos os inteiros n tais que $n^2 - 7n + 10$ é múltiplo de $n - 3$.
2. Quantas funções crescentes $f : [n] \rightarrow [n]$ existem?
3. Determina todas as soluções inteiras a, b, c do sistema de equações

$$\begin{cases} ab + 5 = c \\ bc + 1 = a \\ ca + 1 = b \end{cases}$$

4. É dado um ponto B fora de um polígono regular $A_1A_2 \dots A_n$, tal que A_1A_2B é um triângulo equilátero. Determina todos os inteiros n tais que B, A_2 e A_3 são vértices consecutivos de algum polígono regular.
5. Apresenta uma prova combinatória da seguinte identidade: Para cada $n \geq 1$,

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 x^k = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \binom{2n-j}{n} (x-1)^j.$$