

# Matemática dum bilharista amador <sup>1</sup>

Eduardo Marques de Sá

Janeiro 2012

*1 – Como o senhor diz em um dos seus artigos,<sup>2</sup> a matemática e o bilhar são duas paixões antigas. Em que contexto e de que forma elas nasceram?*

O bilhar nasceu para mim aos 15 anos de idade, quando o meu Pai, que era um bom jogador, me ensinou os rudimentos. Ele jogou comigo uma partida, quer dizer, ele jogou e eu fiquei a vê-lo jogar; maravilhou-me a perícia que tinha, o modo como as bolas pareciam obedecer-lhe. Tratava-se do bilhar francês, aquele com apenas três bolas, em que você tem que tacar a sua bola de modo a ela carambolar as outras duas; a partir desse dia, esse passou a ser *o meu jogo*.

A paixão pela matemática veio mais tarde, já como universitário, aprendiz de engenheiro electrotécnico, especialmente com as disciplinas de física e mecânica racional; o gosto pela abstracção fez-me mudar da engenharia para a matemática pura.

*2 – Como essas duas paixões evoluíram em sua vida, e em que momento/contexto, a matemática e o bilhar se encontraram?*

Aprendi com os melhores jogadores da minha cidade. O meu jogo evoluiu muito com treino intenso, repetindo vezes sem conta as mesmas situações, aperfeiçoando gestos e posições do corpo, corrigindo efeitos e pegas do taco; a isto se acrescentava a pesquisa do motivo pelo qual as bolas reagiam como reagiam, na sua marcha, nos choques com outras bolas e com tabelas. O método de aprendizagem do bilhar é um método científico experimental: quando falha uma tacada, repetimo-la, alterando só um pouquinho uma das características da tacada para ver se acerta, e mais outro pouquinho e outro até acertar; assim você perceberá como agir noutra situação parecida e, com mais um pouco de esforço mental, aprenderá porquê certa acção produz certo efeito e em que quantidade deve dosear-se. Os processos de aprendizagem de sucesso funcionam assim mesmo: trabalho, trabalho, trabalho, orientação inteligente, auto-emulação e gosto pelo que está fazendo.

A preparação matemática acompanhou a bilharística, no mesmo estilo, mas noutra tempo e com outra substância. Depois da licenciatura, ingressei numa escola de investigação, o *Instituto de Física e Matemática*, com orientadores de luxo; depois, foi trabalho, trabalho, trabalho, etc.. Tornei-me investigador e professor. A minha carreira matemática tem já 40 anos, a maior parte dos quais na Universidade de Coimbra. Tive apenas 10 anos de bilharista amador dedicado; parei ao perder, muito cedo, a acuidade visual indispensável a um jogo de qualidade. Os dois amores combinaram-se nos anos 70 quando decidi fazer um programa para o cálculo de tacadas (de bilhar de carambola, o meu jogo); este encontro feliz foi por mim aproveitado em aulas de aplicações da matemática para alunos de engenharia e, mais recentemente publiquei um artigo

---

<sup>1</sup> Entrevista a Renato Mendes, jornalista da revista *Cálculo*, do Brasil.

<sup>2</sup> Trata-se de “Curvas duma bola de bilhar solitária”, artigo convidado, em *Gazeta de Matemática*, nº 162, Novembro 2010.

sobre a parte mais nobre dos fundamentos teóricos desse programa, nomeadamente o como e o porquê das curvas que uma bola descreve sobre o pano verde, coisa de que todo o bilharista tem conhecimento empírico.

*3 – O senhor ensina matemática através de jogos de bilhar, para alunos que se iniciam nas leis geométricas de reflexão, mas também ensina conceitos mais avançados para estudantes universitários, como equações diferenciais, em aplicações da mecânica racional. O senhor utiliza, ou utilizou, uma mesa de bilhar para demonstrar os conceitos? Utiliza somente figuras para ilustrar os conceitos matemáticos? Como exatamente acontece uma aula onde o senhor utiliza o bilhar como suporte para ensinar conceitos matemáticos?*

Apenas por duas vezes dei aulas com utilização de bilhares. Os alunos eram futuros professores de matemática do ensino secundário, e as aulas decorreram em visitas de estudo ao *Atractor*, no pavilhão *Ciência Viva*. Foi complicado levar turmas de 30 e tal alunos em excursões de 200 km até Lisboa, mas valeu a pena. Uma das atracções eram os três bilhares de formas elíptica, parabólica e hiperbólica para ilustração das chamadas “propriedades ópticas” das cónicas; por exemplo, se você taca uma bola, sem efeito!, de modo a passar num foco do bilhar elíptico, ela bate na tabela e vai passar no outro foco; e se você tacar muito forte, ela fará vários trajectos de tabela em tabela passando, em cada trajecto, por um foco e outro, alternadamente. Bem, isto é o que diz a teoria da reflexão óptica, o problema é que, como o bilharista atento sabe, logo na primeira tabela a bola ganha efeito de rotação o que produz, nas tabelas seguintes, violação da lei óptica “ângulo de entrada igual a ângulo de saída”. Você pode transmitir, de forma visual e táctil, um pouquinho das cónicas e outro de mecânica.

Mas a maior parte das vezes não utilizei bilhares nas minhas aulas, ou, melhor, os bilhares foram instrumentos didácticos apenas pensados. Uma das dificuldades que prevejo nessa prática é o aluno ter primeiro que aprender a pegar no taco; ambas as pegadas, de mão direita e de mão esquerda, são difíceis de adquirir e a posição de equilíbrio corporal também não é fácil; tudo isso leva muito tempo e nem todas as pessoas conseguem adaptar a sua motricidade em tempo útil de passar à parte matemática. Agora ensinar bilhar pelo bilhar já ensinei muitas vezes e com algum sucesso: a principal ideia a destilar para o outro é o *porquê* de as bolas se moverem como movem, de tabelarem como tabelam, de os efeitos terem o efeito que têm. Para isso não são precisos símbolos nem equações, mas a matemática está lá, no porquê das coisas. Nunca fiz grandes jogadores, nem médios, mas criei amizades e transmiti ideias.

*4 – Quais são as vantagens em ensinar, e aprender, matemática, através de um jogo como o bilhar?*

Mesmo tendo em conta as limitações que vejo e já referi, a grande vantagem é a de ensinar coisas abstractas, como são os conceitos matemáticos, através de instrumentos concretos. Esse é um bom princípio pedagógico. Por outro lado, uma mesa de bilhar é um investimento muito dispendioso, e é bem caro o aluguer à hora; além disso, o ambiente nas salas de jogo é muito ruidoso, pouco adequado à reflexão matemática. Por isso a minha preferência, no que toca ao bilhar, é usá-lo como experiência imaginada, com desenhos e animações, deixando a quem aprende a iniciativa de experimentar na mesa verde.

5 – *Pode-se afirmar que uma jogada de bilhar é definida logo na tacada? Porquê?*

A resposta é “sim, mas...”. Se a mesa, bolas e tabelas são perfeitas, e sendo conhecidas as características dos atritos e elasticidades das tabelas e bolas, então os movimentos das bolas são matematicamente equacionáveis; resulta da teoria geral que, uma vez fixadas as condições iniciais (que são as *posições iniciais* das bolas e a *tacada*) esse sistema de equações diferenciais tem solução única. Em termos práticos, todo o futuro da jogada é determinado pela tacada. Se algo não for perfeito (por exemplo se o bilhar descai) e se conseguirmos entrar com essa imperfeição (as irregularidades da mesa) nas equações do bilhar, estas complicam-se, mas o princípio anterior mantém-se: as equações permitem calcular tudo o que vai passar-se, isto é, a tacada determina toda a jogada.

O descair das bolas em certa mesa ainda pode ser compensado na “equação mental” do jogador quando joga *nessa* mesa. Mas, se algo de inesperado ocorre, como uma pequena cova ou uma furo no pano ou um grânulo de giz que provoque um mau contacto no choque de duas bolas, encontramos-nos no domínio do aleatório, da sorte e do azar... que fazem parte do jogo.

6 – *Por que é tão importante para um jogador de bilhar dominar a técnica de fazer uma bola descrever uma trajetória curvilínea?*

No *snooker*, especialmente o inglês, uma jogada típica defensiva, que dá o nome ao jogo, consiste em esconder a branca por detrás duma das bolas que o adversário não pode tocar, de modo que não consiga “ver” nenhuma das bolas permitidas (aquelas que ele pode atingir com a branca); o adversário só pode fazer a branca saltar por cima duma bola proibida, jogar a branca contra uma tabela, ou fazer a branca descrever uma curva, contornando uma bola proibida, para atingir uma bola permitida. Esta última solução é frequente em *snooker* de competição.

O acto de embolsar uma bola deve sempre acompanhar-se da tentativa de colocação da bola branca em boa situação para embolsar a bola seguinte; em geral, após o choque da branca com a bola a embolsar, a branca descreve uma trajetória curvilínea, com curvatura que é, em geral, muito acentuada (dependendo do efeito que leva). Portanto a previsão e cálculo dessas curvas é essencial para um jogo de qualidade.

No bilhar francês, o controlo das trajetórias curvilíneas é ainda mais frequente, mesmo dominante, pois após o choque com a primeira bola, a trajetória da nossa bola encurva-se antes de chocar na outra. As jogadas em *massé* (com o taco colocado em posição quase vertical para obtenção de regimes elevados de rotação para baixas velocidades de avanço da nossa bola) são um ponto culminante desse controlo de curvas.

7 – *Como um jogador de bilhar consegue essa trajetória através de uma tacada?*

Diz a teoria matemática que uma bola percutida com efeito lateral tem trajetória rectilínea quando e só quando o taco percute horizontalmente. Se a bola for picada, isto é, se o taco descer sobre ela fazendo um ângulo não nulo com a mesa, a bola avançará em trajetória encurvada para a direita se o efeito for do lado direito, e para a esquerda se o efeito for do lado esquerdo.

Há casos em que o taco tem de ter inclinação elevada, por haver bolas empecilhas que a isso obriguem; se for assim, não deve dar-se efeito lateral à bola, pois a trajectória será curvilínea, de curvatura tão mais acentuada quanto maior for a inclinação do taco; mas, se tiver de levar efeito, o jogador tem que corrigir a direcção em que impulsiona a bola.

Se pretende trajectórias de curvatura acentuada, para a esquerda, por exemplo, experimente tacar com o taco inclinado, forte efeito do lado esquerdo e bola bem puxada, isto é, percutida bem abaixo do seu equador. O puxaço serve para obter menor velocidade de progressão da bola e reforçar a curvatura. É lógico que, quanto maior a rotação e menor a velocidade inicial do centro da bola, mais acentuada será a curvatura; e que (para a mesma intensidade da tacada) uma inclinação maior do taco faz diminuir a velocidade inicial do centro da bola. Quando um jogador compreende isto, fica muito perto do princípio fundamental da tacada em *massé*.

*8 – Existem diversos ensinamentos matemáticos e físicos que derivam de um jogo de bilhar e que podem ser aprofundados em uma aula: movimento da bola, tacada, frenagem/travagem exponencial, curvas do bilhar, trajetórias, rotações elementares, linearidade e sobreposição de efeitos e moto contínuo. Para um jogador de bilhar, qual desses ensinamentos são os mais importantes para poder vencer uma partida de bilhar? Poderia explicar o por quê?*

Esses conceitos – que trato no artigo acima referido – são todos eles importantes para um bilharista, podendo ainda acrescentar-se mais uns tantos, como as leis geométricas da reflexão, a influência dos efeitos laterais na reflexão nas tabelas, os coeficientes de atrito e de elasticidade (importantes para os jogadores – mas mais ainda para os fabricantes de bilhares – por estarem na base dos processos de aceleração e travagem), as leis do choque (que interessam, e de que maneira, os jogadores de bilhar e de *curling*).

Devemos ter em conta que um bilharista interioriza tudo isso praticando. Pode não conhecer o aparato teórico nem saber muitos dos nomes técnicos das coisas mas, se mudarem o pano do bilhar em que jogam eles queixar-se-ão de imediato: as condições de travagem são outras, a penugem do feltro absorve mais humidade, a reacção das tabelas é outra, etc.. A sobreposição de efeitos e as rotações elementares fazem parte do folclore bilharista (traduzido em frases como “vou dar-lhe mais efeito esquerdo e puxar um pouco menos”).

O ego matemático sente algum conforto por saber que muitos jogadores conhecem e utilizam um teorema de 1835, do matemático francês Gustave Coriolis, que dá uma regra prática para determinar a direcção assintótica da bola à saída duma *massé*. O controlo das curvas descritas por uma bola é de todo essencial por motivos que atrás descrevi.

Os conceitos físico-matemáticos podem iluminar o caminho da vitória no bilhar, mas a ela só se chega com muito suor.

*9 – Em que consiste o Projecto Delfos – Escola de Matemática para Jovens, da qual o senhor é co-fundador?*

Trata-se duma escola dedicada aos jovens do ensino não superior mais interessados na matemática. Na sua parte mais visível, fazemos selecção e preparação das equipas portuguesas para as Olimpíadas Matemáticas de vários tipos: Internacionais, Ibero-Americanas, Paulistas, da

Lusofonia (estas realizaram-se pela primeira vez no ano passado, em Coimbra). O *Delfos* foi fundado há dez anos por Alexander Kovačec, Amílcar Branquinho e por mim, contando hoje com um núcleo bem dedicado e competente de professores do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, que trabalham por amor à arte, recebendo em troca o sucesso das nossas equipas olímpicas.

Organizamos estágios frequentes, aos fins-de-semana, com lições teóricas e aulas de resolução de problemas, em temas como números, geometria, jogos, combinatória, desigualdades, funções, tudo num total de mais de 200 horas por ano. Recebemos, em cada estágio, mais de trinta jovens de entre os mais brilhantes alunos das escolas secundárias do nosso país.

*10 – O que o senhor ensina nesta escola? Pode descrever essa disciplina?*

Costumo ensinar a disciplina de Jogos de Estratégia. Tem introduções teóricas aos jogos a dois jogadores, de informação completa e a temas matemáticos adequados aos problemas que vão surgindo. Existem textos teóricos e práticos escritos por mim. O grosso do programa é a resolução de problemas, que em geral exigem geometria, combinatória, imaginação e muito raciocínio *ad hoc*.

*11 – O senhor tem alguma história curiosa, engraçada, ou fora do normal, para contar a partir da sua experiência enquanto matemático e jogador de bilhar?*

Apenas uma recordação com pouquinha matemática. Um dia, num café onde havia uma mesa de *snooker*, três jovens, entre os quais a minha filha mais velha, então com 15-16 anos, desafiaram-me para uma partida de 2-contra-2. Eu aceitei logo e preparei-me para lhe ensinar os rudimentos: como pôr giz, como pegar no taco, como tacar sem furar o pano, etc.. Foi com enorme espanto que a vi ensacar bola atrás de bola com aquele *plock* de entrada violenta no buraco, fazendo gemer o giz na ponta do taco num gesto clínico sem tirar os olhos da mesa. Foi uma revelação: pelo exemplo dela, eu já sabia que o gosto pela matemática não é hereditário, mas comecei a acreditar na existência dum gene bilharista!