

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA**

TOPOGRAFIA
Licenciatura em Eng. Civil

2001/2002

FREQUÊNCIAS E EXAMES

27 de Março de 1996

1. Explique o que são observações conjugadas e para que servem.
2. Diga qual a principal característica de um nível e quais as condições de estação e de construção de um nível bloco. Explique em que consiste o método das visadas iguais e qual a sua finalidade.
3. O que é um ortofotomapa.
4. No campo fez-se o seguinte registo de observações para uma poligonal de baixa precisão:

Vértices	P. Visados	L. azimutais	Distâncias
<i>Castro</i>	E_1	290 ^g .577	527 ^m .74
	E_2	392 ^g .039	696 ^m .19
E_1	<i>Castro</i>	153 ^g .456	527 ^m .78
	E_2	95 ^g .676	883 ^m .18
E_2	E_1	140 ^g .757	883 ^m .26
	<i>Castro</i>	100 ^g .000	696 ^m .21

Sabendo que $M_{\text{castro}} = -36215^{\text{m}}.00$ e $P_{\text{castro}} = 64580^{\text{m}}.00$, e que no vértice *Castro* se visou o Norte Cartográfico com uma leitura de 100^g.000, calcular as coordenadas planas ajustadas de E_1 e E_2 .

5. Nos pontos P_1 , P_2 e P_3 do terreno pretendem construir-se 3 pilares de sustentação duma plataforma horizontal, cuja cota tem de ser 150^m.00. Observações no terreno conduziram ao seguinte registo:

Estação	Pontos visados	LEITURAS		
		Azimutais	Zenitais	Na mira
E	P_1	346 ^g .18	98 ^g .85	1.124 ----- 1.000
	P_2	58 ^g .25	102 ^g .23	0.706 ----- 0.500
	P_3	384 ^g .56	99 ^g .06	0.482 ----- 0.200

Sabendo que a cota do ponto P_1 é de 142^m.20 determinar a altura de cada pilar.

6. *A* e *B* são duas marcas de um nivelamento de precisão de cotas, respectivamente,

$$N_A = 145^m.336 \quad \text{e} \quad N_B = 143^m.612$$

Com um nível-bloco estadiado fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira vertical colocada nos pontos *A*, *B* e *P*:

Estação	Pontos visados	Leituras na mira
<i>E</i>	<i>A</i>	1.096
		0.872
		0.648
	<i>B</i>	2.962
		2.616
		2.270
	<i>P</i>	1.542
		1.184
		0.826

Determinar a cota do ponto *P* a partir do ponto *A*, com verificação do resultado obtido a partir do ponto *B*.

20 de Setembro de 1996

1. Explique o que é o erro de índice de um teodolito e como pode calculá-lo. Como pode calcular a distância zenital correcta de uma direcção com um teodolito, independentemente de este ter ou não erro de índice?
2. Na medição directa de distâncias, em que consiste a correcção de inclinação e como se calcula?
3. Explique o que é um ortofotomapa?
4. Para se determinarem as cotas dos pontos *Outeiro*, *Colina* e *Torre* estabeleceu-se uma poligonal expedita apoiada nos vértices *Portela* e *Depósito*, de coordenadas conhecidas:

	M	P
<i>Portela</i>	-287 ^m .19	-40 ^m .18
<i>Depósito</i>	-273 ^m .02	72 ^m .57

Observações de campo conduziram ao seguinte registo:

Estação	P. Visados	L. azimutais	Distâncias
<i>Portela</i>	<i>Depósito</i>	46 ^g .332	
	<i>Outeiro</i>	175 ^g .473	59 ^m .57
<i>Outeiro</i>	<i>Portela</i>	343 ^g .434	59 ^m .53
	<i>Colina</i>	50 ^g .992	109 ^m .27
<i>Colina</i>	<i>Outeiro</i>	121 ^g .111	109 ^m .27
	<i>Torre</i>	385 ^g .165	128 ^m .00
<i>Torre</i>	<i>Colina</i>	392 ^g .902	127 ^m .94
	<i>Depósito</i>	5 ^g .118	246 ^m .11
<i>Depósito</i>	<i>Torre</i>	101 ^g .250	246 ^m .13
	<i>Portela</i>	188 ^g .265	

Calcule as coordenadas ajustadas dos vértices *Outeiro*, *Colina* e *Torre*.

5. Estacionou-se num ponto *E* do terreno um teodolito, visando-se a zeros para o Norte Cartográfico. Seguidamente, visando o topo de uma estaca com 1^m.00 de altura colocada no ponto *A* e os pontos *B* e *C*, procedeu-se ao seguinte registo de observações:

Estação	Pontos visados	Leituras azimutais	Leituras zenitais
E i=1 ^m .55	Topo da estaca em A	---	93 ^g .26
	B	43 ^g .18	---
	C	93 ^g .27	101 ^g .18

Sabendo que:

	M	P
A	124 ^m .18	94 ^m .27
B	150 ^m .36	81 ^m .35
C	170 ^m .81	75 ^m .94

e que a cota do ponto *C* é $N_C = 100^m.00$, determine:

- A cota do ponto *E*.
 - O declive de *A* para *C*.
- 6.
- Determine a cota correcta do ponto *C* do terreno, sabendo que:

$$N_A = 125.847 \text{ m}$$

$$dN_{AB} = 14.362 \text{ m}$$

e que, utilizando um nível bloco estadiado, se fez o seguinte registo de observações para uma mira vertical colocada sucessivamente nos pontos visados:

Estações	Vértices visados	Leituras na mira
E_1	<i>B</i>	1,236
		0,986
		0,736
	<i>C</i>	2,532
		1,932
		1,332
<i>D</i>	2,241	
	1,991	
	1,741	
E_2	<i>B</i>	1,331
		0,936
		0,541
	<i>D</i>	2,244
		1,934
		1,624

- Como havia dificuldades de estacionamento nas proximidades do ponto *C*, houve necessidade de utilizar um ponto auxiliar *D*. Explique convenientemente o motivo desta necessidade.

21 de Janeiro de 1997

1.

- a) O que entende por R^0 de uma estação?
 b) Supondo que A e B são dois pontos referenciados no terreno de coordenadas, respectivamente,

$$M_A = -100.00 \text{ m} \quad P_A = 100.00 \text{ m}$$

$$M_B = -100.00 \text{ m} \quad P_B = -200.00 \text{ m}$$

e que um teodolito estacionado em A visou B com a leitura azimutal de 200 graus, determine o R^0 dessa estação.

- c) Supondo agora que, mantendo o estacionamento anterior, se visou um ponto C com uma leitura de 325 graus, qual o rumo da direcção AC ?

2. Defina erro de índice de um teodolito. Exponha, de forma sucinta mas completa, o método usado para o detectar e, ao mesmo tempo, eliminar o seu efeito.

3. No levantamento da fachada de um edifício antigo há necessidade de coordenar, planimétrica e altimetricamente, os beirais do telhado. Supondo que o local em frente do edifício estava completamente desimpedido, exponha os processos de campo (nomeadamente, equipamento, metodologia, etc.) e de gabinete mais adequados para realizar tal tarefa.

4. *Escarpa* e *Ferreira* são dois pontos que definem uma das extremas de um terreno. Uma poligonal de média precisão apoiada nos vértices *Pereiro* e *Cruz* de uma triangulação com:

	M	P
<i>Pereiro</i>	3854 ^m .72	-3428 ^m .21
<i>Cruz</i>	3792 ^m .45	-3583 ^m .59

conduziu ao seguinte registo de observações:

Estações	V. Visados	L. azimutais	Distâncias
<i>Pereiro</i>	<i>Cruz</i>	336 ^g .330	
	<i>Escarpa</i>	276 ^g .870	102 ^m .20
<i>Escarpa</i>	<i>Pereiro</i>	13 ^g .231	102 ^m .22
	<i>Ferreira</i>	280 ^g .400	98 ^m .43
<i>Ferreira</i>	<i>Escarpa</i>	212 ^g .499	98 ^m .45
	<i>Cruz</i>	96 ^g .776	70 ^m .93
<i>Cruz</i>	<i>Ferreira</i>	274 ^g .399	70 ^m .97
	<i>Pereiro</i>	182 ^g .425	

Determinar as coordenadas planimétricas ajustadas de *Escarpa* e de *Ferreira*.

5. Numa rede de saneamento básico pretende construir-se uma conduta com dois troços: o primeiro desde um ponto T até um ponto na vertical de P , com um declive de 3%; o segundo desde este último ponto até um ponto na vertical de R , mas com um declive de 5%. Para tal, com um teodolito estacionado no ponto E do terreno, a uma altura de 1^m.54, fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos visados	Leituras		
		azimutais	zenitais	na mira
<i>E</i>	<i>P</i>	190 ^g .53	99 ^g .64	2 ^m .025 1 ^m .500 ----
	<i>R</i>	252 ^g .05	98 ^g .42	---- 1 ^m .475 1 ^m .000
	<i>T</i>	82 ^g .44	102 ^g .43	1 ^m .426 ---- 0 ^m .200

Determinar se se têm que efectuar escavações ou aterros em *P* e em *R*, e qual a sua amplitude.

6. Com um nível-bloco fez-se o seguinte registo de observações:

Estação do nível	mira em <i>A</i>	leituras	
		mira em <i>B</i>	mira em <i>C</i>
<i>A</i> $i = 1^m.462$	---	1.204 0.813 0.422	---
<i>E</i>	1.526 1.230 0.934	0.882 0.633 0.384	0.712 0.423 0.134

- Porque motivo se pode afirmar que este nível tem erro de inclinação?
- Determine a cota de *A* sabendo que $N_C = 34^m.901$.
- Determine a influência do erro de inclinação sobre a leitura para uma mira colocada no ponto médio de \overline{AB} quando o nível está estacionado em *E*.

14 de Fevereiro de 1997

- A* e *B* são dois pontos do terreno com a mesma cota. Um teodolito estacionado em *A* à altura de 1.54m visa o topo de uma bandeirola com 1.70m colocada em *B*, com uma distância zenital de 100^g.0218. Determine a distância entre *A* e *B*.
- Quais as condições de construção que devem satisfazer os teodolitos para a medição correcta de ângulos azimutais e zenitais?
 - Exponha uma metodologia que permita eliminar o efeito de alguns dos erros na medição de ângulos azimutais resultantes de condições de construção não satisfeitas. Quais os erros cujo efeito é eliminado com a metodologia indicada?
 - Como efectuar uma pontaria correcta em azimute com um teodolito?
 - Quais as condições de estação de um nível de horizontalização automática?

e) Qual o principal erro a rezear na utilização de um nível? Exponha um processo que permita eliminar o seu efeito.

3. A e B são dois pontos inacessíveis do terreno. Pretende-se dividir o segmento \overline{AB} em 3 partes iguais, implantando entre A e B os pontos X e Y . Para isso mediu-se um troço $\overline{DC} = 152 \text{ m}$.27 e efectuou-se o seguinte registo de observações:

Estações	Leituras Azimutais			
	A	B	C	D
D	93 ^g .22	160 ^g .15	188 ^g .01	-----
C	20 ^g .72	87 ^g .86	-----	388 ^g .48

- a) Determinar as leituras a efectuar das estações D e C para implantar X e Y por intersecção de visadas, sabendo que os quatro pontos definem o quadrilátero $[ABCD]$.
- b) Da estação D registou-se ainda a leitura zenital para A ($z_A = 98^g.34$) e a altura do teodolito ($i = 1^m.54$). Sabendo que o terreno tem um declive constante de A para B igual a 5%, determine as leituras zenitais a efectuar dessa estação quando se aponta para X e para Y .
4. Pretende conhecer-se a área de um terreno agrícola para efeitos da sua avaliação patrimonial. O terreno tem a forma de um triângulo e é definido pelos seus vértices denominados *Ribeiro*, *Outeiro* e *Sr^a. Eufémia*. Para a determinação daquela grandeza, estacionou-se um teodolito em dois dos vértices do terreno e fizeram-se as seguintes observações:

Estações	V. Visados	Leituras azimutais
<i>Ribeiro</i>	<i>Outeiro</i>	192 ^g .987
	<i>Salgueiral</i>	356 ^g .377
<i>Sr^a. Eufémia</i>	<i>Outeiro</i>	283 ^g .071
	<i>Salgueiral</i>	150 ^g .296

Considere ainda as coordenadas dos vértices seguintes num sistema de referência local:

	M	P
<i>Ribeiro</i>	180.00	200.00
<i>Sr^a. Eufémia</i>	250.00	200.00
<i>Salgueiral</i>	165.00	50.00

Determine a área do referido terreno agrícola.

5. Pretende construir-se um troço de estrada que ligue o ponto *Arco* do terreno com o ponto médio (no espaço), designado por M , do segmento que liga os vértices *Base* e *Cimo*. Para tal estacionou-se um taqueómetro em *Base*, à altura de $1^m.58$, e efectuaram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		azimutais	zenitais	na mira
<i>Base</i>	<i>Arco</i>	100 ^g .343	102 ^g .385	1.620 --- 1.100
	<i>Cimo</i>	20 ^g .598	96 ^g .995	1.930 1.600 ---

Determine o declive do referido troço, no sentido de *Arco* para *M*.

19 de Setembro de 1997

1. Supondo que *A* e *B* são dois pontos referenciados no terreno de coordenadas, respectivamente,

$$M_A = -200^m.00 \quad P_A = -200^m.00$$

$$M_B = -300^m.00 \quad P_B = -200^m.00$$

e que um teodolito estacionado em *A* visou *B* com a leitura azimutal de 350 grados, determine o R_0 dessa estação.

2. Defina erro de índice de um teodolito. Exponha, de forma sucinta mas completa, o método a usar para detectar e, ao mesmo tempo eliminar, o seu efeito.
3. Quais as condições de estação de um teodolito?
4. Pretende-se determinar a capacidade de um depósito com a forma de um paralelepípedo com lados verticais. Supondo que o local em redor do depósito está desimpedido, exponha os processos de campo (nomeadamente, equipamento, metodologia, etc.) e de gabinete mais adequados para realizar a tarefa.
5. Sobre um edifício cuja planta tem a forma de um quadrado (lado \overline{AB}) e a partir do ponto *P* do telhado (ponto este situado na vertical do centro da base) pretende colocar-se uma antena. Por razões de segurança, o topo dessa antena não pode ficar a menos de 3^m.00 de uma linha de alta tensão existente na zona. Observações de campo conduziram ao seguinte registo:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais	Leituras Zenitais	Leituras na Mira
<i>E</i> ($i=1^m.54$)	<i>A</i>	0 ^g .000	102 ^g .669	1 ^m .740 --- 1. ^m 000
	<i>B</i>	12 ^g .084	101 ^g .283	--- 2 ^m .980 2 ^m .610
	<i>P</i>	6 ^g .042	97 ^g .117	---
	Linha de A. Tensão	6 ^g .042	92 ^g .409	---

- a) Determine a altura máxima da referida antena.
- b) Calcule a altura do edifício.

6. Num estudo urbanístico, utilizando um nível bloco, obteve-se o seguinte registo de observações:

Estações do nível	Estações da mira		
	A	B	C
1	1.048	3.110	
	0.586	2.648	
	0.124	2.186	
2	1.042	3.908	2.442
	0.814	2.980	1.762
	0.586	2.052	1.082

Sabendo que o ponto 2 está situado sobre a recta definida pelos pontos A e C, fora do segmento definido por estes dois pontos, determine o declive do terreno entre A e C.

7. Para determinar as coordenadas planimétricas do ponto *Zambujeira*, fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais
X	<i>Outeirinhos</i>	137 ^g .0141
	<i>Zambujeira</i>	320 ^g .3850
<i>Carvalhal</i>	<i>Outeirinhos</i>	320 ^g .3850
	<i>Zambujeira</i>	10 ^g .7122

- a) Sabendo que

Pontos	M	P
<i>Outeirinhos</i>	-13 545.33	28 466.80
X	-13 278.34	29 546.93
<i>Carvalhal</i>	-11 609.16	30 523.86

determine então as coordenadas de *Zambujeira*.

- b) Estacionando um teodolito em X e outro no ponto médio M do segmento *Outeirinhos - Zambujeira*, pretendem-se implantar, por intersecção de visadas, 2 pontos distintos sobre a mediatriz e ambos a uma distância de 750 metros de X. Indique as respectivas leituras azimutais a fazer de X e de M, sabendo que os teodolitos se visam mutuamente a 100 graus.

12 de Dezembro de 1997

- Explique o que são observações conjugadas e para que servem.
- Um dos processos da medição indirecta de distâncias, é o estadimétrico.
 - Enuncie o princípio teórico que lhe está subjacente e ilustre-o com uma figura.
 - Mostre que o valor da constante estadimétrica k é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2}$$

na qual w é o ângulo paralático.

- Refira qual a principal característica de um nível, bem como as condições de estação e de construção de um nível-bloco.
- Explique em que consiste o método das visadas iguais, assim como a sua finalidade.
- Pretende construir-se uma rotunda com centro no cruzamento dos eixos de dois troços rectos de uma estrada e com um raio de 10 metros. O alinhamento do eixo do troço 1 é definido por estacas nos pontos A_1 e B_1 e do troço 2 por A_2 e B_2 . Estacionando os teodolitos distanciados entre si 40 metros e visando-se mutuamente a zeros, fizeram-se as seguintes observações :

Estações	Pontos Visados	Leituras Azimutais
E_1	A_1	350 ^g ,883
	B_1	350 ^g ,883
E_2	A_2	42 ^g ,546
	B_2	42 ^g ,546

Indique as leituras a efectuar pelos 2 teodolitos, a partir de E_1 e E_2 , para os 4 pontos de intersecção entre a circunferência da rotunda e os 2 eixos das vias, para fazer a sua implantação por intersecção de visadas.

- O trajecto de um colector de águas residuais é definido pelos pontos A , B e C à superfície do terreno. Com um taqueómetro estacionado no ponto T fez-se uma série de observações sobre miras verticais, que se resume no quadro seguinte:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais	Leituras Zenitais	Leituras na Mira
T	A	273 ^g ,97	98 ^g ,37	1 ^m ,806 --- 1 ^m ,200
	B	311 ^g ,80	100 ^g ,28	0 ^m ,942 --- 0 ^m ,500
	C	373 ^g ,91	103 ^g ,12	--- 1 ^m ,570 1 ^m ,000

Sabendo que o referido colector tem um declive constante de -8% no sentido $A \rightarrow B \rightarrow C$ e que tem de passar 2^m,50 abaixo do ponto A , calcule a profundidade que este terá nos pontos B e C .

- Com um nível-bloco estadiado estacionado no ponto E do terreno, fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira vertical colocada sucessivamente nos pontos A e B :

Leituras na Mira	
em A	em B
2 ^m ,126	2 ^m ,171
1 ^m ,917	1 ^m ,438
1 ^m ,708	0 ^m ,705

Sabe-se que o nível-bloco tem um erro de inclinação de -0^g,046. Estacionando-se o nível em A , com $i = 1^m,56$, faz-se na mira colocada em B a leitura de 0^m,970.

Determine a distância entre os pontos *A* e *B*.

27 de Janeiro de 1998

1. Quando se refere a forma da Terra poderemos referir-nos ao Geóide ou ao Elipsóide. Explique convenientemente em que consistem os dois conceitos.
2. Um dos processos da medição indirecta de distâncias é o estadimétrico.
 - a) Enuncie o princípio teórico que lhe está subjacente e ilustre-o com uma figura.
 - b) Deduza a formula taqueométrica da distância para mira vertical.
 - c) Mostre que o valor da constante estadimétrica *k* é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2}$$

na qual *w* é o ângulo paralático.

3. O que são a equidistância gráfica e a equidistância natural numa representação do relevo com curvas?
4. Para o levantamento de um terreno destinado a uma urbanização, observou-se uma poligonal taqueométrica apoiada nos vértices *A* e *B*, anteriormente coordenados, obtendo-se o seguinte registo de campo:

Estação	Pontos visados	Leituras azimutais (g)	Leituras zenitais (g)	Leituras na mira (m)
<i>A</i>	<i>C</i>	0,00		
	<i>I</i>	102,15	97,74	2,103 ----- 1,200
<i>I</i>	<i>A</i>	86,24	102,75	1,404 ----- 0,500
	<i>2</i>	356,59	104,26	----- 0,664 0,400
<i>2</i>	<i>I</i>	227,14	98,37	0,626 ----- 0,100
	<i>B</i>	357,56	99,02	1,648 ----- 1,000
<i>B</i>	<i>2</i>	338,06	101,36	1,724 1,400 -----
	<i>C</i>	16,96		

Sabendo que

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>M</i>	-662 ^m ,13	-823 ^m ,58	-268 ^m ,28
<i>P</i>	4132 ^m ,46	4042 ^m ,42	3752 ^m ,15

Determine:

- a) o comprimento dos lados da poligonal;
- b) as coordenadas planimétricas ajustadas dos vértices 1 e 2 .

5. A , B e C são três arestas de um edifício, com a forma de um paralelepípedo rectangular, assente numa plataforma rectangular. No topo e no centro do edifício foi colocada uma antena dum emissor da RDP. Com um teodolito estacionado em E obteve-se o seguinte registo de observações:

Pontos visados		Leituras	
		azimutais	zenitais
A	Topo	205 ^g ,654	88 ^g ,352
	Base	205 ^g ,654	107 ^g ,138
	Referência a 1 ^m ,00	205 ^g ,654	105 ^g ,575
Topo da antena		235 ^g ,039	81 ^g ,673
B	Topo	246 ^g ,030	81 ^g ,615
	Base	246 ^g ,030	111 ^g ,387
C	Topo	256 ^g ,400	91 ^g ,340
	Base	256 ^g ,400	105 ^g ,291

Determine:

- a) a área ocupada pelo edifício;
- b) a altura da antena.

6. Com um nível-bloco estadiado estacionado no ponto E do terreno, fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira vertical colocada sucessivamente nos pontos A e B :

Leituras na Mira (m)	
em A	em B
2,126	2,171
1,917	1,438
1,708	0,705

Sabe-se que o nível-bloco tem um erro de inclinação de $-0^g,046$. Estacionando-se o nível em A , com $i = 1^m,56$, faz-se na mira colocada em B a leitura de $0^m,970$.

Determine a distância entre os pontos A e B .

20 de Fevereiro de 1998

1. Explique convenientemente qual a dificuldade de fazer uma representação plana da superfície da Terra, e que processos são utilizados para a fazer.
2. Para se medir o ângulo zenital de uma direcção, estacionou-se um teodolito num ponto E e fizeram-se as seguintes leituras zenitais na posição directa e inversa:

$$Z_D = 99^g.9440 \quad Z_I = 300^g.0460$$

- a) Como se chamam as observações feitas, e para que fins podem ser usadas?

- b) Deduza a expressão que permite determinar o erro de índice de um teodolito e calcule o erro de índice do teodolito usado.
- c) Deduza a expressão que permite determinar o ângulo zenital correcto de uma direcção e determine o ângulo zenital correcto da direcção observada.
3. Suponha que pretende determinar a diferença de nível correcta entre dois pontos, utilizando um nível que sabe ter erro de inclinação. Descreva o método que lhe permite determinar esse desnível com mais facilidade, justificando convenientemente porque obtém a diferença de nível correcta.
4. Num cruzamento de duas vias de comunicação, pretende construir-se uma rotunda com centro na intersecção dos eixos de dois troços rectos das duas vias, e com um raio de 10 metros. O alinhamento do eixo do troço 1 é definido por estacas nos pontos A_1 e B_1 e o do troço 2 por A_2 e B_2 . Estacionando dois teodolitos, distanciados entre si 40 metros e visando-se mutuamente a zeros, fizeram-se as seguintes observações :

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais
E_1	A_1	$350^{\circ},883$
	B_1	$350^{\circ},883$
E_2	A_2	$42^{\circ},546$
	B_2	$42^{\circ},546$

Indique as leituras a efectuar pelos dois teodolitos, a partir de E_1 e E_2 , para os 4 pontos de intersecção entre a circunferência da rotunda e os 2 eixos das vias, para fazer a sua implantação por intersecção de visadas.

5. Determine o rumo definido pelos pontos médios dos segmentos $\overline{E_1E_3}$ e $\overline{E_2E_3}$, sabendo que se fizeram as seguintes observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais (g)
E_1	E_2	$332,348$
	E_3	$268,390$
E_2	E_1	$364,657$
	E_3	$35,731$
E_3	E_1	$317,687$
	E_2	$252,715$

e que $M_{E_1} = -5240^m,32$, $P_{E_1} = 3381^m,97$, $M_{E_2} = -5123^m,68$ e $P_{E_2} = 3281^m,25$.

6. As ruas A e B são ruas rectas, cada uma delas com declive constante e, em planta, paralelas entre si. Os pontos A_1 e A_2 da rua A e os pontos B_1 e B_2 da rua B definem um terreno com a forma de um trapézio (em planta), cujos lados são definidos sucessivamente pelos pontos A_1 , A_2 , B_2 e B_1 . Com um teodolito estadiado fizeram-se as seguintes observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais (g)	Leituras zenitais (g)	Leituras na mira (m)
A_1 $i = 1^m,46$	A_2	-----	100,49	1,721

B_1 $i = 1^m,53$	A_1	82,42	91,16	1,124
	B_2	156,86	95,15	0,500

				1,647
				0,800

Pelo ponto de maior cota dos pontos indicados (A_1 , A_2 , B_1 , B_2) vai passar o eixo de um novo arruamento a construir perpendicularmente às ruas A e B. Determine o declive desta nova rua, no sentido de B para A.

24 de Junho de 1998

- A e B são dois pontos do terreno com a mesma cota. Um teodolito estacionado em A à altura de 1.54 m visa o topo de uma bandeirola, com 1.70 m de altura colocada em B , com uma distância zenital de $100^{\text{g}}.0218$. Determine a distância entre os pontos A e B .
- Um dos processos da medição indirecta de distâncias é o estadimétrico.
 - Diga o que é uma estadia.
 - Diga o que é um taqueómetro.
 - Enuncie o princípio teórico da estadia e ilustre-o com uma figura.
 - Mostre que o valor da constante estadimétrica k é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2}$$

na qual w é o ângulo paralático.

- Num nivelamento geométrico, explique em que consiste o método das visadas iguais assim como a sua finalidade.
- Entre os vértices *Capela* e *Barrocal* de uma triangulação topográfica, estabeleceu-se uma poligonal expedita, obtendo-se o seguinte registo de campo:

Estação	Pontos visados	Leituras azimutais (g)	Distâncias (m)
<i>Capela</i>	<i>Linhares</i>	145,474	
	P_1	35,005	118,56
P_1	<i>Capela</i>	19,852	118,52
	P_2	169,470	102,88
P_2	P_1	217,654	102,96
	P_3	119,464	69,72
P_3	P_2	100,321	69,74
	<i>Barrocal</i>	344,682	94,23
<i>Barrocal</i>	P_3	7,803	94,19
	<i>Linhares</i>	244,100	

Sabendo que são conhecidas as coordenadas dos vértices seguintes:

	<i>Barrocal</i>	<i>Capela</i>	<i>Linhares</i>
M	-693 ^m ,28	-493 ^m ,12	-1024 ^m ,81
P	240 ^m ,65	399 ^m ,52	925 ^m ,91

determine as coordenadas planimétricas ajustadas dos pontos P_1 , P_2 e P_3 .

5. Os pontos A e B são os pontos extremos de um troço recto de uma estrada, sendo o declive de A para B de +3%. Pretende prolongar-se esta estrada a partir de B com mais dois troços rectos, tendo o primeiro troço desse prolongamento $[BC]$ um declive nulo e o troço seguinte $[CD]$ o mesmo declive de $[AB]$. Com um taqueómetro estacionado num ponto E obteve-se o seguinte registo:

Estação	Pontos visados	Leituras azimutais	Leituras zenitais	Leituras na mira
E	B	-----	98 ^g ,372	1 ^m ,878 ----- 0 ^m ,950
	C	51 ^g ,040	99 ^g ,391	1 ^m ,905 ----- 0 ^m ,900
	D	82 ^g ,151	98 ^g ,643	1 ^m ,570 ----- 0 ^m ,250

Calcule as amplitudes dos aterros ou escavações a efectuar em B , C e D .

6. Com um nível estadiado estacionado num ponto C de um terreno de forma rectangular, com vértices nos pontos A , B , C e D , obteve-se o seguinte registo de observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras na Mira
C $i = 1^m,50$	A	2 ^m ,300 1 ^m ,650 1 ^m ,000
	B	2 ^m ,324 1 ^m ,824 1 ^m ,324
	D	1 ^m ,376 1 ^m ,126 0 ^m ,876

- a) Sabendo que $N_C = 93^m,791$ e $N_D = 94^m,170$, determine as cotas dos restantes pontos.
b) Determine a área do terreno.

18 de Setembro de 1998

1. Deduza a expressão que lhe permite determinar, em função da escala da representação que pretende fazer, até que dimensão é aceitável substituir a superfície da Terra por uma superfície plana.

2. Explique o que são vértices geodésicos e como é determinada a sua posição.
3. Explique qual é a função das nivelas tórica e esférica num teodolito.
4. Deduza a expressão que lhe permite determinar a altura trigonométrica de uma visada.
5. Exponha qual é o objectivo do Sistema de Posicionamento Global e explique resumidamente como funciona.
6. Pretende construir-se num terreno horizontal um edifício com a forma de um prisma hexagonal regular.
 - a) Conhece-se a localização no terreno dos vértices consecutivos V_1 e V_2 , da base do edifício, onde se estacionaram dois teodolitos que se visam mutuamente a zeros. Determine que leituras teria de fazer nos dois teodolitos para implantar os restantes vértices por intersecção de visadas, bem como o centro da circunferência circunscrita à base.
 - b) Sabendo que as coordenadas planimétricas de V_1 e V_2 são:

	V_1	V_2
M	100 ^m ,00	115 ^m ,00
P	200 ^m ,00	180 ^m ,00

determine as coordenadas planimétricas do centro da circunferência referida na alínea anterior.

7. Pretende prolongar-se o troço recto de uma estrada, compreendido entre os pontos A e B , até um ponto C e, posteriormente, até um ponto D . Para tal, estacionou-se um teodolito num ponto E do terreno e fizeram-se as seguintes leituras:

Ponto estação	Pontos visados	Leituras azimutais	Leituras zenitais	Leituras na mira vertical
E	B	321 ^g ,43	101 ^g ,32	1 ^m ,753 ----- 1 ^m ,000
	C	28 ^g ,23	97 ^g ,25	2 ^m ,105 1 ^m ,000 -----
	D	88 ^g ,53	-----	-----

- a) Determine o declive do troço de estrada a construir entre os pontos B e C .
- b) Sabendo que:

\overline{AB} tem um declive de 4%;

o ponto D se encontra 17^m,00 acima do ponto B ;

o ângulo DCE tem de amplitude 75^g,38;

diga, justificando, se em D terá que ser feita uma escavação ou um aterro (e qual a sua amplitude), para a construção do troço entre os pontos C e D com um declive igual ao do troço \overline{AB} .

8. Com um nível estadiado estacionado num ponto C de um terreno de forma rectangular, com vértices nos pontos A , B , C e D , obteve-se o seguinte registo de observações:

Ponto estação	Pontos visados	Leituras na mira vertical
C $i = 1^m,50$	A	$2^m,118$
		$1^m,559$
		$1^m,000$
	B	$2^m,324$
		$1^m,824$
		$1^m,324$
	D	$1^m,376$
		$1^m,126$
		$0^m,876$

- a) Sabendo que $N_C = 93^m,791$ e $N_D = 94^m,170$, determine as cotas dos restantes pontos.
b) Determine o volume do paralelepípedo cujas bases são obtidas através da projecção do terreno sobre os planos horizontais que passam respectivamente pelos vértices de menor e maior cota.

4 de Dezembro de 1998

1. Explique o que são ângulos azimutais e ângulos zenitais.
2. Explique o que é o rumo de uma direcção e como calcula o rumo de uma direcção definida por dois pontos de coordenadas conhecidas.
3. Suponha que pretende medir uma distância utilizando um taqueómetro e uma mira. Deduza a fórmula que utilizaria para obter a distância pretendida.
4. Qual o principal erro a reçar na utilização de um nível? Exponha um processo que lhe permita eliminar o seu efeito?
5. Para o estudo de uma urbanização tem de se conhecer a distância de uma estaca E a um ponto X situado entre os pontos A e B , e no alinhamento definido por eles, de modo que $\overline{AX} = 1/4 \overline{AB}$. Determine a referida distância sabendo que:

	M (m)	P (m)
A	100.00	200.00
B	200.00	100.00
I	-100.00	-100.00

e que no local se fizeram as seguintes observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais (g)
A	I	120.184
	E	0.000
B	I	225.138
	E	0.000

6. Para estudar a possibilidade de abastecimento de água, por gravidade, de uma casa térrea a partir de um reservatório fez-se o seguinte nivelamento taqueométrico do possível itinerário da conduta, tendo-se obtido o seguinte registo de campo:

Estações	Posições da mira	Leituras zenitais	Mira
1 i=1.52 m	Base do reservatório	101.246	3.052 <u>2.000</u>
	A	189.000	— 1.496 1.000
2 i=1.48	A	96.670	1.738 <u>1.000</u>
	Soleira da porta	104.362	2.243 <u>1.500</u>

Diga se é possível tal abastecimento admitindo que as perdas de carga totais na conduta são da ordem de 3m/Km.

7. Para apoio de um levantamento de pormenor estabeleceu-se uma poligonal de média precisão, tendo-se obtido o seguinte registo de observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais (g)	Distâncias (m)
Pedrulha	3	325.5867	95.052
	1	250.6603	75.823
1	Pedrulha	334.5705	-----
	2	229.7945	42.025
2	1	262.2737	42.021
	3	114.5933	62.601
3	2	322.6660	62.603
	Pedrulha	250.0312	-----

Sabendo que

$$M_{\text{Pedrulha}} = -26\,637.92 \text{ m}$$

$$P_{\text{Pedrulha}} = 63403.26 \text{ m}$$

e que na estação 2 a leitura correspondente a direcção do Norte Cartográfico é 259.7937 g, determine as coordenadas ajustadas dos vértices 1, 2 e 3.

27 de Janeiro de 1999

1. Explique o que é uma estadia e exponha, justificando, o princípio da estadia. Dê um exemplo de uma situação concreta em que o princípio da estadia se utilize directamente para calcular uma distância. Explique o que é um taqueómetro e diga, justificando, qual o valor da constante estadimétrica.
2. Refira qual a principal característica de um nível, bem como que condição ou condições são necessárias satisfazer com o seu estacionamento. Exponha, justificando, o procedimento mais prático para determinar a diferença de nível correcta entre dois pontos, utilizando um nível de horizontalização automática.
3. Explique em que condições se deve falar em escala média de uma fotografia aérea e deduza a expressão utilizada para a sua determinação.
4. Num terreno plano, pretende implantar-se uma rotunda de formato circular, com 100.00 m de diâmetro. Para isso, estacionou-se um teodolito no centro C da rotunda (com $i = 1.56$ m) e outro num ponto A , a 40.00 m do centro C (com $i = 1.47$ m), tendo-se $l_{AC} = 0^g.00$ e $l_{CA} = 100^g.00$.
 - a) Explique como implantava, por intersecção de visadas, a partir de C e de A , três pontos igualmente espaçados sobre a circunferência que define a rotunda, estando um deles situado sobre o alinhamento definido pelos pontos A e C , para o lado de A .
 - b) Diga que leituras zenitais correspondem a pontarias efectuadas dos teodolitos para o topo de estacas verticais, com a altura de 1.00 m, colocadas nesses três pontos.
5. Numa estação arqueológica descobriram-se vestígios de um troço recto de uma estrada romana unindo os pontos A e B , situados sobre o seu eixo. Supõe-se que a estrada se prolonga até à vertical que passa pelo ponto C do terreno, com o mesmo declive.
Utilizando um taqueómetro fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira colocada sucessivamente nos pontos A , B , C e D do terreno:

Estação	V. Visados	Leit. azimutais (g)	Leit. zenitais (g)	Leit. na mira (m)
E	A	232.94	100.051	1.493 --- 1.000
	B	195.71	99.896	1.528 --- 1.012
	C	123.86	93.462	1.940 --- 1.000
	D	57.95	92.635	2.118 1.500 ---

- a) Determine a que profundidade é de esperar encontrar vestígios da referida estrada, na vertical do ponto C .

- b) Supondo que a estrada se prolonga ainda até 5.00 m abaixo do ponto *D*, determine o declive do troço entre os pontos *C* e *D*.
6. Na implantação de uma obra pretende coordenar-se dois pontos, *Depósito* e *Entrada*, tendo-se para tal estabelecido uma poligonal de baixa precisão, apoiada nos vértices *Lages* e *Várzea* de coordenadas:

	M	P
<i>Lages</i>	1014.08 m	3101.25 m
<i>Várzea</i>	832.75 m	2608.43 m

No campo obteve-se o seguinte registo de observações:

Estações	Vértices Visados	Leituras Azimutais	Distâncias
<i>Lages</i>	<i>Várzea</i>	56 ^g .99	253.70 m
	<i>Depósito</i>	25 ^g .43	
<i>Depósito</i>	<i>Lages</i>	15 ^g .75	253.76 m
	<i>Entrada</i>	398 ^g .99	76.38 m
<i>Entrada</i>	<i>Depósito</i>	341 ^g .48	76.30 m
	<i>Várzea</i>	1 ^g .75	363.70 m
<i>Várzea</i>	<i>Entrada</i>	65 ^g .10	363.72 m
	<i>Lages</i>	53 ^g .13	

Determine as coordenadas planimétricas ajustadas dos vértices *Depósito* e *Entrada*.

15 de Fevereiro de 1999

- Defina erro de índice de um teodolito e diga que leituras influencia. Exponha o método de detectar e determinar o erro de índice, bem como a forma de eliminar o seu efeito das leituras.
- Deduza a fórmula que permite determinar a área de uma figura utilizando o método analítico.
- O que são a equidistância gráfica e a equidistância natural numa representação do relevo com curvas de nível?
- Deduza a expressão que lhe permite determinar, em função da escala da representação que pretende fazer, até que dimensão é aceitável substituir a superfície da Terra por uma superfície plana.
- Os teodolitos são aparelhos que medem ângulos azimutais e ângulos zenitais.
 - Explique o que são ângulos azimutais e ângulos zenitais.
 - Quais são as condições de estação de um teodolito.
- Um dos métodos que permite determinar diferenças de nível entre pontos do terreno é o nivelamento geométrico.

- a) Refira qual a principal característica de um nível, bem como as condições de estação e de construção de um nível-bloco.
- b) Explique em que consiste o método das visadas iguais, assim como a sua finalidade.

7. Na construção de uma via rápida, pretende construir-se um túnel recto que ligue os dois lados de uma montanha. O eixo do túnel é definido por dois pontos X e Y . O ponto X (entrada do túnel) está situado sobre o alinhamento definido pelos pontos A e B do terreno, tal que $\overline{AX} = \frac{1}{3}\overline{AB}$. O ponto Y (saída do túnel) tem coordenadas:

$$M_Y = 30.70 \text{ m} \quad P_Y = 681.25 \text{ m}$$

Existe ainda um ponto C , sendo $[CX]$ o troço recto de estrada que dá acesso à entrada do túnel.

- a) Sabendo que

$$M_A = 100.00 \text{ m} \quad P_A = 100.00 \text{ m}$$

$$M_C = 110.80 \text{ m} \quad P_C = -270.30 \text{ m}$$

e que no campo se fizeram as seguintes observações:

Estações	Pontos visados (leituras azimutais em grados)		
	A	B	C
A	---	25.35	153.05
B	26.40	---	380.25
C	15.08	41.29	---

determine as coordenadas planimétricas ajustadas do ponto B .

- b) Calcule as coordenadas planimétricas do ponto X (entrada do túnel). Considerando que a cota do ponto A é $N_A = 678.23 \text{ m}$, que a cota do ponto B é $N_B = 741.28 \text{ m}$ e que o declive de A para X é igual ao declive de A para B , determine a cota de X .
- c) Sabendo que a saída do túnel (ponto Y) tem cota $N_Y = 669.33 \text{ m}$ e que o declive do túnel não pode, em módulo, ser superior a 5%, verifique se é possível a construção sem efectuar qualquer aterro ou escavação.
- d) Junto à estrada vai ser montada uma antena de telecomunicações, num ponto designado por W , que, para que a emissão seja feita nas melhores condições, deve estar situado dentro do triângulo $[ABC]$ e sobre a intersecção de duas circunferências, uma centrada em A e com raio 150.00 m e outra centrada em C e com raio 250.00 m .

Pretendendo implantar-se o ponto W por intersecção de visadas, determine as leituras que devem ser efectuadas a partir dos teodolitos situados em A e C .

8. Numa adega cooperativa pretende transportar-se vinho de um reservatório para a máquina de enchimento automático de garrafas. Para estudar a possibilidade de efectuar o abastecimento por gravidade, através de uma conduta desde um ponto R no reservatório até um ponto M situado na máquina de enchimento, passando pelos pontos A e B , fez-se o seguinte registo de observações:

Estações	Pontos visados	Leituras azimutais (g)	Leituras zenitais (g)	Leitura na mira (m)
<i>I</i>	<i>R</i>	123.462	95.246	3.052 ----- 2.000
	<i>A</i>	52.541	98.189	----- 1.496 1.000
<i>B</i> <i>i</i> = 1.48 m	<i>A</i>	-----	96.670	1.738 ----- 1.000
	<i>M</i>	-----	104.362	2.243 ----- 1.500

Efectuando o mínimo de escavação ou aterro, diga se é possível tal abastecimento, sabendo que o declive de todos os troços da conduta, no sentido da máquina para o reservatório, terá que ser igual ou superior a 5%. No caso de não ser possível o abastecimento, explique convenientemente o motivo dessa impossibilidade; no caso de ser possível, determine nos diversos pontos as alturas mínimas de escavação ou de aterro.

9.

a) No campo fez-se o nivelamento geométrico registado no quadro seguinte:

Pontos visados	Niveladas atrás	Niveladas à frente
<i>A</i>	1.325	-----
<i>B</i>	1.203	1.651
<i>C</i>	1.094	0.923
<i>A</i>	-----	1.041

Sabendo que a cota do vértice *A* é $N_A = 102.530$ m, determine as cotas compensadas de *B* e *C*.

b) Considerando as cotas obtidas na alínea anterior como correctas, determine a cota compensada de *D*, sabendo que se fizeram as seguintes observações com um nível estadiado:

Estação do nível	Leituras na mira em		
	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>E</i>	1.549	1.241	2.011
	1.451	1.183	1.984
	1.353	1.125	1.957

26 de Maio de 1999

- Quando se refere a forma da Terra poderemos referir-nos ao Geóide ou ao Elipsóide. Explique convenientemente em que consistem os dois conceitos.
- Explique o que é o rumo de uma direcção e como calcula o rumo de uma direcção definida por dois pontos de coordenadas conhecidas.

3. Um dos processos da medição indirecta de distâncias, é o estadimétrico.
- a) Enuncie o princípio teórico que lhe está subjacente e ilustre-o com uma figura.
- b) Mostre que o valor da constante estadimétrica k é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2}$$

na qual w é o ângulo paralático.

4. No campo fez-se o seguinte registo de observações para uma poligonal expedita:

Vértices	Pontos Visados	Leituras Azimutais	Distâncias
<i>Linhares</i>	<i>A</i>	290 ^g ,577	527 ^m ,74
	<i>B</i>	392 ^g ,039	696 ^m ,19
<i>A</i>	<i>Linhares</i>	153 ^g ,456	527 ^m ,78
	<i>B</i>	95 ^g ,676	883 ^m ,18
<i>B</i>	<i>A</i>	140 ^g ,757	883 ^m ,26
	<i>Linhares</i>	100 ^g ,000	696 ^m ,21

Sabendo que $M_{Linhares} = -36215^m,00$ e $P_{Linhares} = 64580^m,00$, e que no vértice *Linhares* se visou o Norte Cartográfico com uma leitura de 100^g,000, calcule as coordenadas planas ajustadas de *A* e *B*.

5. Pretende colocar-se uma antena num ponto *P* do telhado de um edifício cuja planta tem a forma de um quadrado, de lado [*AB*], estando *P* situado na vertical do centro da base. Por razões de segurança, o topo dessa antena não pode ficar a menos de 3^m.00 de uma linha de alta tensão existente na zona. Observações de campo conduziram ao seguinte registo:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais	Leituras Zenitais	Leituras na Mira
<i>E</i> ($i=1^m,54$)	<i>A</i>	0 ^g .000	102 ^g .669	1 ^m .740 --- 1 ^m .000
	<i>B</i>	12 ^g .084	101 ^g .283	--- 2 ^m .980 2 ^m .610
	<i>P</i>	6 ^g .042	97 ^g .117	---
	Linha de Alta Tensão	6 ^g .042	92 ^g .409	---

- a) Determine a altura máxima da referida antena.
- b) Calcule a altura do edifício.
6. *P*, *Q* e *R* são três pontos do terreno situados no mesmo alinhamento recto, com *R* entre *P* e *Q*. Com um nível bloco estadiado fizeram-se as seguintes observações

Posições do Nível	Posições da Mira	Leituras na Mira
<i>R</i>	<i>P</i>	1.186
		1.098
		1.010
	<i>Q</i>	0.601
		0.317
		0.033
<i>I</i>	<i>P</i>	1.624
		1.313
		1.002
	<i>Q</i>	0.834
		0.538
		0.242
	<i>R</i>	1.988
		1.715
		1.442

Sabendo que $N_R=236^m.524$, determine N_P e N_Q .

23 de Setembro de 1999

- Deduza a expressão que lhe permite determinar, em função da escala da representação que pretende fazer, até que dimensão é aceitável substituir a superfície da Terra por uma superfície plana.
- Os teodolitos são aparelhos que medem ângulos azimutais e ângulos zenitais.
 - Explique o que são ângulos azimutais e ângulos zenitais.
 - Quais são as condições de estação de um teodolito.
- Um dos métodos que permite determinar diferenças de nível entre pontos do terreno é o nivelamento geométrico.
 - Refira qual a principal característica de um nível, bem como as condições de estação e de construção de um nível-bloco.
 - Explique em que consiste o método das visadas iguais, assim como a sua finalidade.
- Estacionou-se um teodolito num ponto *A* do terreno e, visando os pontos *B*, *C* e *D*, obteve-se o seguinte registo de observações:

Estação	Pontos visados	Leituras azimutais (g)
<i>A</i>	<i>B</i>	320.604
	<i>C</i>	20.818
	<i>D</i>	170.580

Sabendo que:

	M (m)	P (m)
<i>A</i>	0.00	0.00
<i>C</i>	-40.00	0.00

e que os pontos B e D foram implantados no terreno de modo que $\overline{AB} = 30.00 \text{ m}$ e $\overline{AD} = \overline{BC}$, determine:

- R_0^A ;
 - (AB) ;
 - as coordenadas planimétricas de B e D ;
 - a área do terreno definido pelos pontos A, B, C e D .
5. Pretendem-se abrir entradas verticais para uma conduta subterrânea nos pontos A, B, C e D do terreno. Determine qual será o comprimento dessas entradas, sabendo que a conduta tem de passar 0.50 m abaixo do ponto de menor cota, tem um declive constante de -2% no sentido de A para D e que com um taqueómetro estacionado em C se fizeram as seguintes observações:

Estação	Vértices visados	Leituras		
		azimutais (g)	zenitais (g)	mira (m)
C $i=1.50 \text{ m}$	A	100.00	100.24	0.524 0.312 -----
	B	100.00	99.47	3.218 ----- 3.000
	D	300.00	108.37	1.386 ----- 1.000

6. Com o objectivo de coordenar os pontos denominados por *Portaria* e *Ventilação*, de um parque de estacionamento a construir num determinado local, estabeleceu-se uma poligonal de média precisão, cujo registo de campo é o seguinte:

Estações	Vértices Visados	Leituras azimutais (g)	Distâncias (m)
<i>Entrada</i>	<i>Portaria</i>	392.0380	696.19
	<i>Ventilação</i>	290.5770	527.74
<i>Ventilação</i>	<i>Entrada</i>	153.4560	527.78
	<i>Portaria</i>	95.6760	883.18
<i>Portaria</i>	<i>Ventilação</i>	140.7570	883.26
	<i>Entrada</i>	100.0000	696.21

Sabendo que o ponto *Entrada* tem as seguintes coordenadas planimétricas:

	M	P
<i>Entrada</i>	-36215.00 m	64580.00 m

e que nesse vértice se visou o Norte Cartográfico com uma leitura de $100^{\text{g}}.0000$, calcular as coordenadas planas ajustadas dos pontos *Ventilação* e *Portaria*.

24 de Novembro de 1999

1. Explique qual a função das nivelas tórica e esférica num teodolito e qual deve ser a sua posição para que essa função seja cumprida.

2. Um dos processos da medição indirecta de distâncias, é o estadimétrico.

a) Enuncie o princípio teórico que lhe está subjacente e ilustre-o com uma figura.

b) Mostre que o valor da constante estadimétrica k é dado pela expressão:

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2}$$

na qual w é o ângulo paralático.

3. Diga qual o principal erro a rechar num nível e exponha, justificando, um método que permita:

a) determinar a sua amplitude;

b) eliminar o seu efeito sobre as diferenças de nível calculadas, efectuando apenas um estacionamento do nível.

4. Pretendem implantar-se no terreno os pontos E_1 e E_2 , que serão as entradas de duas galerias de acesso a uma rede de galerias subterrâneas. A direcção das entradas é definida por um ponto G , situado no interior das galerias, sendo:

$$M_G = 2000.00 \text{ m} \quad P_G = 1500.00 \text{ m.}$$

Sabe-se ainda que as galerias estão situadas sob uma região plana e que o ponto G está 20.00 m abaixo da superfície. Pretende-se que as novas entradas tenham as seguintes direcções:

$$(GE_1) = 265.231 \text{ g} \quad (GE_2) = 172.953 \text{ g}$$

e que o declive de G para E_1 seja de +5% e de G para E_2 de +10%.

Para implantar os pontos E_1 e E_2 , estacionaram-se dois teodolitos respectivamente nos pontos P_1 e P_2 do terreno, visando-se mutuamente a zeros. Sabendo que:

$$M_{P_1} = 1500.00 \text{ m} \quad P_{P_1} = 1000.00 \text{ m} \quad M_{P_2} = 2500.00 \text{ m} \quad P_{P_2} = 1000.00 \text{ m}$$

determine que leituras faria em cada um dos teodolitos para E_1 e E_2 .

5. Num ponto A do terreno pretende construir-se um pilar vertical destinado a sustentar uma das extremidades de uma viga. A outra extremidade da viga vai apoiar-se no ponto B do terreno. De uma estação C fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais (g)	Leituras Zenitais (g)	Leituras na Mira
C	A	36.248	101.284	2.472 1.800 -----
	B	82.364	98.306	2.036 ----- 1.300

Sabendo que a viga deve ter um declive de +2% no sentido de B para A , determine qual deve ser a altura do pilar em A .

6. A observação de uma poligonal de precisão, apoiada no ponto B , conduziu ao seguinte registo de campo :

Estações	P. visados	L. azimutais (g)	Distâncias (m)
A	D	236.328	37.15
	B	167.295	37.84
B	A	367.538	37.90
	C	272.342	39.11
C	B	72.344	39.09
	D	388.728	18.55
D	C	149.275	18.54
	A	397.110	37.19

Sabendo que as coordenadas do ponto B são $M_B=200.00m$, $P_B=-100.00m$ e que se visou o Norte Cartográfico a 100.000 grados a partir da estação B , determine as coordenadas planimétricas ajustadas dos pontos A , C e D .

14 de Janeiro de 2000

1. Na construção de uma estrada, E_1 e E_2 são dois pontos situados em dois alinhamentos rectos que formam um ângulo de $125^{\text{g}}.00$ no vértice V . Estes alinhamentos vão ser concordados por uma curva circular tangente nos pontos T_1 (situado entre E_1 e o vértice V) e T_2 (situado entre E_2 e V , com $\overline{T_2V} = 200.00 \text{ m}$).

Sabendo que $\overline{E_1V} = 300.00 \text{ m}$, determine as leituras azimutais a efectuar em dois teodolitos estacionados em E_1 e V , visando-se a zeros, por forma a definir, por intersecção de visadas, os pontos T_1 e T_2 .

2. Para determinar a altura acima do terreno de uma linha de alta tensão, estacionou-se um teodolito num ponto A de cota 102.44 m , à altura de 1.55 m , e fez-se uma pontaria à linha e também a uma mira colocada na vertical dessa linha (ponto B), tendo-se obtido o seguinte registo de observações:

pontarias	Leituras na mira	Leituras azimutais	Leituras zenitais
Mira	1.386	0.00	112.45
	1.000		
Linha AT		0.00	92.16

- a) Efectue o referido cálculo.
b) Determine a cota de B .
3. Na construção de um complexo desportivo é necessário coordenar o ponto denominado por *Entrada*. Para tal, foram estacionados este ponto e os vértices *Balneários* e *Recepção*, de coordenadas conhecidas num referencial local

	<i>Balneários</i>	<i>Recepção</i>
M	5030.30 m	5015.00 m
P	3250.40 m	3150.20 m

tendo-se obtido o seguinte registo de campo:

	Vértices visados		
Estações	<i>Recepção</i>	<i>Balneários</i>	<i>Entrada</i>
<i>Recepção</i>	---	113 ^g .561	93 ^g .420
<i>Balneários</i>	398 ^g .531	---	145 ^g .763
<i>Entrada</i>	41 ^g .221	8 ^g .588	---

- a) Determine as coordenadas planimétricas ajustadas do vértice *Entrada*.
- b) Do teodolito estacionado no ponto *Entrada*, à altura de 1.62 m, foi efectuada a leitura zenital de 99^g.332 para o ponto *Recepção*.

Sabendo que os pontos *Recepção* e *Balneários* têm cotas:

	<i>Recepção</i>	<i>Balneários</i>
Cotas	245.02 m	247.06 m

verifique se é possível construir um caminho de declive, em módulo, inferior a 5%, que ligue os pontos médios dos alinhamentos [*Entrada Recepção*] e [*Entrada Balneários*], supostos com declives constantes, sem efectuar qualquer escavação ou aterro.

4. Para se determinar a cota dos pontos *B*, *C*, *D* e *E*, efectuou-se um nivelamento geométrico, tendo-se obtido o seguinte registo de observações:

Pontos Visados	Niveladas		Cotas
	atrás	adiante	
<i>A</i>	1.543		120.436
<i>B</i>	0.354	0.846	
<i>C</i>	1.984	2.147	
<i>D</i>	2.025	1.068	
<i>E</i>	1.874	2.247	
<i>A</i>		1.484	

Efectue a referida determinação.

5. Pretende construir-se a chaminé de uma habitação num ponto *C* do terreno, situado a uma distância de 300.00 m de um ponto *A* e sobre o alinhamento [*AB*].

Sabendo que $\overline{AB} = 600.00 \text{ m}$, $N_A = N_C = 150.00 \text{ m}$ e $N_B = 175.00 \text{ m}$, determine a altura máxima para a chaminé a edificar em *C*, por forma a não impedir uma linha de visada rasante do ponto *A* para o ponto *B* (considere $i = A_v$).

6. Um operador sabe que ao utilizar uma estadia de invar de 2.0000 m é de recear um erro de 3 cm em 80 m. Na medição de uma base com 200 m, compare os erros que se obteriam:

- a) Dividindo a base em 4 troços sensivelmente iguais;
 b) Utilizando o método da base auxiliar nas melhores condições de utilização.

Formulário: $|dD| \approx \frac{D^2}{2\rho''} |dw''|$, $|dD| \approx \left(\frac{1}{2} sD + \frac{D^2}{s} \right) \frac{|d\beta''|}{\rho''}$, com $\rho'' = 636619''.77$

11 de Fevereiro de 2000

1. Para loteamento, procedeu-se ao levantamento taqueométrico de um terreno limitado pelo contorno poligonal [ABCD]. Atendendo ao seguinte extracto do registo de campo:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		Azimutais	Zenitais	na Mira
A <i>i</i> = 1.50 m	B	4 ^g .368	96 ^g .323	1.384 --- 1.000
	C	40 ^g .600	104 ^g .298	2.198 --- 1.000
	D	98 ^g .883	99 ^g .437	1.293 --- 0.500

determine:

- a) as cotas de A, B e C, sabendo que a cota de D é 100.00 m;
 b) a área total do terreno;
 c) as coordenadas dos pontos X e Y que definirão a linha divisória [XY], de modo a que o terreno fique dividido em dois lotes com áreas iguais e sabendo que o ponto X é o ponto médio do alinhamento [AB] e Y ∈ [CD].
2. No campo fez-se o seguinte registo de observações para uma poligonal de média precisão:

Estações	Vértices visados	Leituras azimutais (g)	Distâncias (m)
Monte	A	340.5770	527.74
	B	42.0395	696.19
A	Monte	185.7893	527.78
	B	128.0093	883.18
B	A	204.6160	883.26
	Monte	163.8590	696.21

Sabendo que

	M	P
Monte	-3621.00 m	-6458.00 m

e que neste vértice se visou o Norte Cartográfico com uma leitura azimutal de 150^g.0000, calcule as coordenadas planas ajustadas dos vértices A e B.

3. Para corrigir um possível erro de inclinação de um nível-bloco, fizeram-se as seguintes observações para uma mira colocada nos pontos *A* e *B*:

Posições do nível	Pontos Visados	Leituras na mira (<i>m</i>)
<i>I</i>	<i>A</i>	1.404

	<i>B</i>	1.380

<i>2</i>	<i>B</i>	1.840
		1.678
	<i>A</i>	2.028

<i>A</i>	2.002	

<i>A</i>	1.697	
	1.535	

Determine o erro de inclinação do nível.

4. Considere o seguinte registo de observações:

Estação	Vértices Visados	Leituras Azimutais (<i>g</i>)	Leituras Zenitais (<i>g</i>)
<i>E</i>	<i>A</i>	326.1842	99.9846
		226.1708	299.9846
	<i>B</i>	84.2505	107.4628
		384.2487	-----

- a) Como explica o aparecimento dos valores das leituras azimutais “226.1708” e “384.2487”?
- b) Determine o erro de índice do instrumento e quais as leituras zenitais correctas nas pontarias para *A* e *B*.
- 5.
- a) Com uma mira vertical de 4.00 *m*, qual a distância teórica máxima que se pode medir com um taqueómetro vulgar. Justifique convenientemente a sua resposta.
- b) Em que condições de estacionamento e observação é que se terá $dN_{AB} = i - A_v$?

14 de Abril de 2000

1. Para determinar as coordenadas planimétricas do ponto *Zambujeira*, fizeram-se as seguintes observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais
<i>X</i>	<i>Outeirinhos</i>	137 ^g .0141
	<i>Zambujeira</i>	320 ^g .3850
<i>Carvalhal</i>	<i>Outeirinhos</i>	320 ^g .3850
	<i>Zambujeira</i>	10 ^g .7122

- a) Sabendo que

Pontos	M	P
<i>Outeirinhos</i>	-13 545.33 m	28 466.80 m
<i>X</i>	-13 278.34 m	29 546.93 m
<i>Carvalho</i>	-11 609.16 m	30 523.86 m

determine as coordenadas planimétricas do vértice *Zambujeira*.

- b) Estacionando um teodolito em *X* e outro no ponto médio *M* do segmento *Outeirinhos - Zambujeira*, pretendem-se implantar, por intersecção de visadas, 2 pontos distintos sobre a mediatriz deste segmento e ambos a uma distância de 750 metros de *X*. Indique as respectivas leituras azimutais a fazer de *X* e de *M*, sabendo que os teodolitos se visam mutuamente a 100 graus.

2. O trajecto de um colector de águas residuais é definido pelos pontos *A*, *B* e *C* à superfície do terreno. Com um taqueómetro estacionado no ponto *T* fez-se uma série de observações sobre miras verticais, que se resume no quadro seguinte:

Estação	Pontos Visados	Leituras Azimutais	Leituras Zenitais	Leituras na Mira
<i>T</i>	<i>A</i>	273 ^g .97	98 ^g .37	1.806 m --- 1.200 m
	<i>B</i>	311 ^g .80	100 ^g .28	0.942 m --- 0.500 m
	<i>C</i>	373 ^g .91	103 ^g .12	--- 1.570 m 1.000 m

Sabendo que o referido colector tem um declive constante de -8% no sentido *A*→*B*→*C* e que tem de passar 2.50 m abaixo do ponto *A*, calcule a profundidade que este terá nos pontos *B* e *C*.

3. Com um nível-bloco estadiado estacionado no ponto *E* do terreno, fizeram-se as seguintes observações sobre uma mira vertical colocada sucessivamente nos pontos *A* e *B*:

Leituras na Mira	
em <i>A</i>	em <i>B</i>
2.126 m	2.171 m
1.917 m	1.438 m
1.708 m	0.705 m

Sabe-se que o nível-bloco tem um erro de inclinação de -0^g.046.

Estacionando-se o nível em *A*, com *i* = 1.56 m, faz-se na mira colocada em *B* a leitura de 0.970 m. Determine a distância entre os pontos *A* e *B*.

4. Um dos processos da medição indirecta de distâncias, é o estadimétrico.
- a) Enuncie o princípio teórico que lhe está subjacente e ilustre-o com uma figura.
- b) Mostre que o valor da constante estadimétrica *k* é dado pela expressão

$$k = \frac{1}{2} \cotg \frac{w}{2},$$

na qual w é o ângulo paralático.

5.

- Refira qual a principal característica de um nível, bem como as condições de estação e de construção de um nível-bloco.
- Explique em que consiste o método das visadas iguais, assim como a sua finalidade.

05 de Janeiro de 2001

- Estacionou-se um teodolito num ponto A do terreno, tendo sido efetuadas pontarias sob alvos situados nos pontos B , C e D e à mesma altura do teodolito, as quais deram origem ao seguinte registo de observações:

Estação	Pontos Visados	Distâncias	Leituras zenitais
A	B	250.00 m	99 ^g .15
	C	500.00 m	99 ^g .15
	D	2000.00 m	101 ^g .17

Diga, justificando convenientemente a sua resposta, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

- $dN_{AB} = 3.34 \text{ m}$
 - $dN_{AC} = 6.68 \text{ m}$
 - $dN_{AD} = -36.76 \text{ m}$
- No triângulo $[ABC]$ são conhecidos os valores de $b = 117.64 \text{ m}$, $\hat{A} = 99^{\circ}.1654$ e $\hat{B} = 57^{\circ}.1769$. Admitindo que se cometeram erros máximos de $\varepsilon_{\hat{A}} = \varepsilon_{\hat{B}} = 0^{\circ}.0006$ nas medições de \hat{A} e \hat{B} e um erro de $\Delta b = 0.01 \text{ m}$ em b , determine o erro máximo que afeta a medida do lado a .
 - Pretende construir-se uma conduta aérea com declive constante apoiada em colunas verticais situadas nos pontos A , B e C e que encontra o terreno no ponto D . No local obteve-se o seguinte registo de observações:

Estação	Pontos Visados	Leituras		
		Azimutais	Zenitais	na Mira
A $i = 1.56 \text{ m}$	B	220 ^g .43	97 ^g .21	1.431 m --- 1.000 m
	C	193 ^g .21	101 ^g .31	1.831 m 1.500 m ---
	D	140 ^g .32	99 ^g .37	1.720 m --- 1.000 m

Sabendo que a altura da coluna situada no ponto de cota mais baixa tem de medir 3.50 m, calcule a medida das alturas das restantes colunas.

4. *A* e *B* são duas marcas dum nivelamento de precisão, de cotas iguais, respectivamente, a $N_A = 347.992\text{ m}$ e $N_B = 346.628\text{ m}$. Com um nível de horizontalização automática estadiado fizeram-se as seguintes observações no terreno:

Posições do nível	Pontos Visados	Leituras na mira (m)
<i>E</i>	<i>A</i>	0.628
		0.452
		0.276
	<i>B</i>	2.128
		1.684
		1.240
	P_1	2.822
		2.358
		1.894
	P_2	0.832
		0.574
		0.316

Determinar a diferença de nível correcta entre P_1 e P_2 .

5. *Arneiro*, *Fraga* e *Rosal* são 3 pontos do terreno de coordenadas conhecidas num referencial local:

	M	P
<i>Arneiro</i>	-662.13 m	1132.46 m
<i>Fraga</i>	-823.58 m	1042.42 m
<i>Rosal</i>	-803.67 m	494.98 m

Com o objectivo de proceder a um loteamento com vista a um projecto de urbanização, fizeram-se observações no campo que conduziram ao seguinte registo de uma poligonal de média precisão:

Estações	Vértices visados	Leituras azimutais	Distâncias
<i>Arneiro</i>	<i>Rosal</i>	219 ^g .87	
	<i>1</i>	257 ^g .00	90.19 m
<i>1</i>	<i>Arneiro</i>	236 ^g .39	90.21 m
	<i>2</i>	106 ^g .73	52.42 m
<i>2</i>	<i>1</i>	326 ^g .52	52.46 m
	<i>Fraga</i>	56 ^g .93	64.77 m
<i>Fraga</i>	<i>2</i>	24 ^g .36	64.83 m
	<i>Rosal</i>	170 ^g .29	

Após o cálculo das coordenadas ajustadas dos vértices *1* e *2* determine a área do terreno triangular definido pelos vértices *1*, *2* e *Rosal*.

29 de Janeiro de 2001

1. Diga qual a constituição do teodolito, quais as condições de construção e como se eliminam ou atenuam os erros provenientes da não verificação daquelas condições.

2. Estacionou-se um teodolito num ponto A do terreno a uma altura de 1.60 m , tendo-se efectuado uma pontaria com leitura zenital de $99^{\circ}.170$ sobre um alvo de 1.54 m de altura, situado num ponto B , distando de A 567.15 m . Diga qual a leitura zenital a efectuar num estacionamento em B a uma altura de 1.59 m sobre um alvo em A a uma altura de 1.57 m .
3. Uma parcela de terreno, delimitada pelos pontos A , B , C e D , destina-se a ser dividida em dois lotes definidos pelos pontos médios dos alinhamentos \overline{AD} e \overline{BC} .

Estacionaram-se teodolitos nos pontos A , D e B obtendo-se o seguinte registo de observações:

Estações	Pontos Visados	Leituras		
		Azimutais (g)	Zenitais (g)	na Mira (m)
A	B	0.000	99.645	2.645 --- 1.000
	D	104.788	104.788	3.018 --- 1.000
D	A	100.000		
	C	199.410		
B	A	0.000		
	C	301.824		

- a) Determine quais as leituras a efectuar em A e B para definir, por intersecção de visadas, os pontos médios dos alinhamentos \overline{AD} e \overline{BC} .
- b) Calcule qual a área de cada um dos novos lotes.
4. Num determinado terreno, são conhecidas as coordenadas dos pontos A e B : $N_A = 428.604\text{ m}$ e $N_B = 426.654\text{ m}$. Atendendo ao seguinte registo de observações de uma linha de nivelamento geométrico, determine as cotas ajustadas dos pontos 1 , 2 , 3 , 4 , 5 e 6 .

Ponto	Niveladas	
	atrás	adiante
A	1.105	
1	0.734	2.372
2	0.806	3.647
3	3.064	0.563
4	3.432	1.874
5	1.937	0.763
6	0.166	1.112
B		2.849

5. Um operador de telecomunicações, pretendendo melhorar a qualidade do sinal numa determinada região, vai instalar uma antena num local que fique a igual distância dos três vértices *Adro*, *Bica* e *Caneira*, sendo conhecidas, num referencial local, as coordenadas dos vértices *Adro* e *Bica*:

	M	P
<i>Adro</i>	378.48 m	423.75 m
<i>Bica</i>	500.35 m	423.75 m

Atendendo ao seguinte registo de observações efectuadas no local:

	Vértices Visados (l. azimutais)		
Estações	<i>Adro</i>	<i>Bica</i>	<i>Caneira</i>
<i>Adro</i>	---	313 ^g .921	75 ^g .328
<i>Bica</i>	350 ^g .321	---	325 ^g .438
<i>Caneira</i>	8 ^g .845	22 ^g .564	---

- efectue o cálculo das coordenadas planimétricas ajustadas do vértice *Caneira*;
- determine as coordenadas planimétricas do ponto *X* onde irá ser instalada a antena.