

- **NOTA:** A resolução completa das perguntas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Descreva sucintamente o sistema de aquisição de coordenadas conhecido por *Sistema Móvel Tridimensional (3D)*, focando aspectos como:
 - equipamento necessário
 - grandezas medidas
 - dedução das expressões que permitem a obtenção das coordenadas de pontos no objecto
 - calibração do sistema (determinação dos seus parâmetros).
2. Conclua que o ponto ajustado a um conjunto de s pontos medidos, no sentido dos mínimos quadrados, coincide com o centro de massa do sistema formado por esses pontos.
3. Considere o problema do ajustamento do plano através do método dos mínimos quadrados.
 - (a) Explique como é efectuada a correcção do raio da esfera de palpação sobre os parâmetros do plano ajustado.
 - (b) Para se efectuar o ajustamento, suponha que se mediram as coordenadas dos 4 pontos seguintes:

Ponto	x_i	y_i	z_i
P_1	5.5648	3.7153	91.6298
P_2	5.3695	12.4578	83.3970
P_3	-1.9570	19.5504	84.0606
P_4	-16.6605	19.7272	97.7724

a partir das quais se obtiveram os parâmetros do plano geométrico ajustado:

$$\pi = \{-2.9924, -11.2549, 115.7743, 0.5818, 0.5786, 0.5716\}.$$

Sabendo que os pontos foram medidos com um palpador esférico com raio de 3.0020 mm, determine os parâmetros do plano material após a correcção do raio do palpador.

- (c) No final do ajustamento foram obtidos os seguintes valores para os resíduos associados a cada um dos pontos

Ponto	Resíduo v_i
P_1	-0.1593
P_2	0.0801
P_3	0.3004
P_4	-0.3151

Determine o desvio de forma do plano ajustado.

4. Considere a esfera E

$$E = \{32.0000, -52.0000, -22.0000, 8.0000\}.$$

- (a) Determine a projecção (ortogonal) de E sobre a recta

$$r = \{-23.0000, 4.0000, 37.0000, 2.0000, 1.0000, 0.0000\}.$$

- (b) Determine as coordenadas do ponto médio do menor segmento de recta que une a esfera E com o plano π , dado por

$$\pi = \{-5.0000, 22.0000, 3.0000, 3.0000, -2.0000, 6.0000\}.$$

5. Integrado num estudo conducente ao dimensionamento de um braço de suspensão de um automóvel, foi realizada a medição de 3 pontos da peça, designados por P_1 , P_2 e P_3 , de coordenadas no referencial associado à *Máquina de Medição de Coordenadas*:

Ponto	x_i	y_i	z_i
P_1	5.0000	3.7000	9.6000
P_2	6.3000	12.4000	83.0000
P_3	-2.0000	9.4000	34.0000

Os três pontos referidos estão situados sobre uma circunferência definida sobre a peça, estando P_1 e P_2 situados em posições diametralmente opostas.

- (a) Construa um *referencial-peça*, de modo que:

- a sua origem seja o *centro de massa* dos 3 pontos medidos
- o novo plano Oxz seja o plano da circunferência definida por P_1 , P_2 e P_3
- P_1 pertença à parte positiva do novo eixo Ox .

- (b) Determine, no referencial-peça, os parâmetros da circunferência referida.