

1<sup>a</sup> Frequência de Análise Matemática IV  
Licenciatura em Engenharia Civil

PARTE II

Duração: 1 hora e 30 minutos

6-4-2005

1. Utilizando transformadas de Laplace, resolva o sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} 2x'(t) + 2y'(t) - y(t) = e^t \\ 2x(t) + y'(t) + 2y(t) = 0 \end{cases},$$

com condições iniciais  $x(0) = 1$  e  $y(0) = -1$ .

2. Considere o integral duplo  $I = \iint_R f(x, y) \, dx \, dy$  escrito na forma

$$I = \int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^{2-y^2} f(x, y) \, dx \, dy.$$

- (a) Faça um esboço de  $R$  e inverta a ordem de integração.  
(b) Exibindo detalhadamente todos os cálculos, determine a área de  $R$ .

3. Efectuando uma mudança de variáveis, calcule

$$\iint_D \sin(x + y) \cos(x - 2y) \, dx \, dy,$$

onde  $D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x \leq y \leq -x + \pi \text{ e } 0 \leq x - 2y \leq \frac{\pi}{2} \}$ .

4. Considere o integral duplo escrito em coordenadas polares,

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{2 \cos \theta}^{\frac{2}{\cos \theta}} r^3 \, dr \, d\theta.$$

- (a) Faça um esboço gráfico do domínio de integração  $D$ . Apresente todos os cálculos que efectuar.  
(b) Usando coordenadas cartesianas, expresse o integral anterior através de integrais simples iterados.