

Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Frequência de Matemática IV

Engenharia de Materiais e Engenharia Química

Duração: 1 hora e 15 minutos

11-4-2007

1. Consideremos a função vectorial $\vec{r} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, com $\vec{r}(u, v) = (2u + 1, u^2 + v^2, u + v)$.
 - (a) Calcule a matriz Jacobiana de \vec{r} no ponto (u, v) e os vectores $\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}(1, 1)$ e $\frac{\partial \vec{r}}{\partial v}(1, 1)$.
 - (b) Seja S a superfície definida parametricamente por $(x, y, z) = \vec{r}(u, v)$. Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano tangente à superfície S no ponto $(3, 2, 2)$.
2. Seja D o domínio de integração do integral $I = \int_{-2}^0 \int_{-4x-4}^{x^2} x \, dydx$.
 - (a) Represente graficamente a região D .
 - (b) Inverta a ordem de integração de I .
 - (c) Calcule o valor de I .
3. Consideremos o sólido $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq x^2 + y^2, z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \text{ e } y \geq x\}$.
 - (a) Descreva o sólido E em coordenadas cilíndricas ou em coordenadas esféricas.
 - (b) Calcule o volume de E .

Cotações: 1. 3,5 valores; 2. 3,5 valores; 3. 3,0 valores.