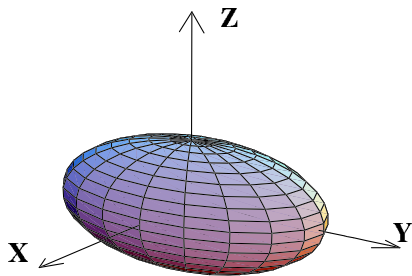


Departamento de Matemática - Universidade de Coimbra  
Tabela de superfícies quádricas

### Elipsóide

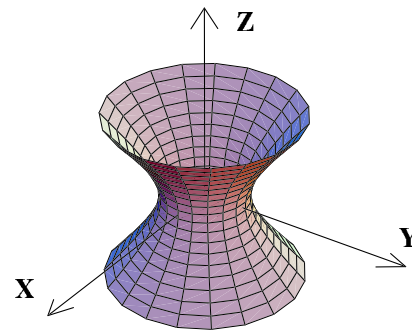


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

#### Características:

1. É simétrica relativamente a cada um dos planos coordenados e relativamente à origem.
2. A sua intersecção com um plano paralelo a qualquer um dos planos coordenados é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.
3. Se duas das quantidades  $a, b, c$  são iguais o elipsóide é uma superfície de revolução e as intersecções com planos perpendiculares ao eixo de revolução são circunferências.
4. Se  $a = b = c$  o elipsóide é uma superfície esférica de centro na origem e raio  $a$ .

### Hiperbolóide de uma folha

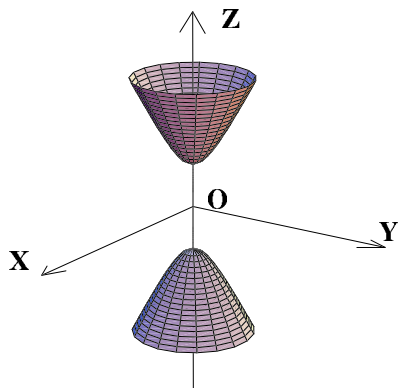


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

#### Características:

1. É simétrica relativamente a cada um dos planos coordenados e relativamente à origem.
2. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $XOY$  é uma elipse.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  ou  $XOZ$  é uma hipérbole.
4. Se  $a = b$  o hiperbolóide é de revolução em torno de  $OZ$ .

## Hiperbolóide de duas folhas

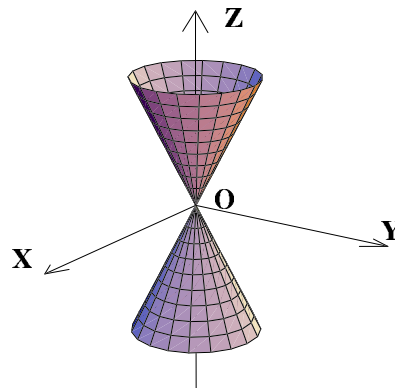


$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

### Características:

1. É simétrica relativamente a cada um dos planos coordenados e relativamente à origem.
2. A sua intersecção com um plano paralelo a  $XOY$  é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  ou  $XOZ$  é uma hipérbole.
4. Se  $a = b$  o hiperbolóide é de revolução em torno do eixo  $OZ$ .

## Cone elíptico

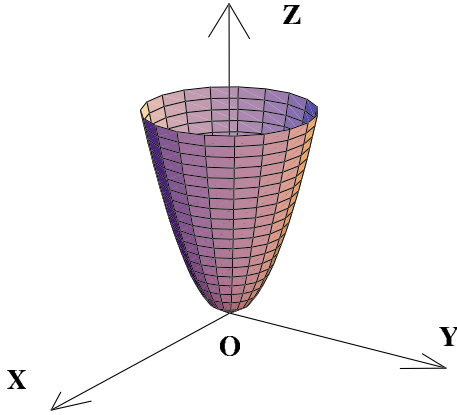


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

### Características:

1. É simétrica relativamente a cada um dos planos coordenados e relativamente à origem.
2. A sua intersecção com um plano estritamente paralelo ao plano  $XOY$  é uma elipse.
3. A sua intersecção com o plano  $XOY$  é um ponto.
4. A sua intersecção com um plano estritamente paralelo ao plano  $YOZ$  ou  $XOZ$  é uma hipérbole.
5. A sua intersecção com o plano  $XOZ$  ou com o plano  $YOZ$  é constituída por 2 rectas que passam na origem.
6. Se  $a = b$  o cone é de revolução em torno de  $OZ$ .

## Parabolóide elíptico

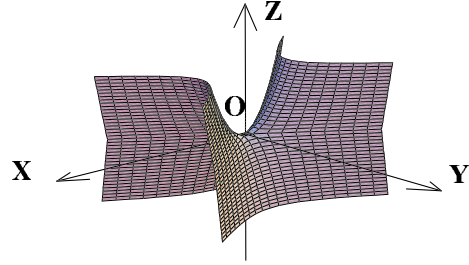


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2pz, \quad \text{com } p > 0$$

### Características:

1. É simétrica relativamente aos planos coordenados  $XOZ$  e  $YOZ$ .
2. A sua intersecção com um plano paralelo a  $XOY$  é uma elipse, um ponto ou o conjunto vazio.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  ou  $XOZ$  é uma parábola.
4. Se  $a = b$  o parabolóide é de revolução em torno do eixo  $OZ$ .

## Parabolóide hiperbólico

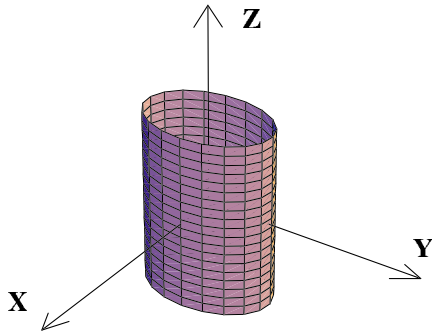


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz, \quad \text{com } p > 0$$

### Características:

1. É simétrica relativamente aos planos coordenados  $XOZ$  e  $YOZ$ .
2. A sua intersecção com um plano estritamente paralelo ao plano  $XOY$  é uma hipérbole.
3. A sua intersecção com o plano  $XOY$  é constituída por 2 rectas que passam na origem.
4. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  ou  $XOZ$  é uma parábola.

## Cilindro elíptico

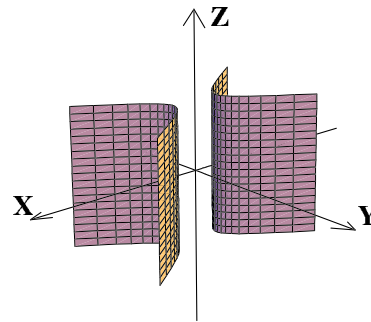


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

### Características:

1. É simétrica relativamente aos planos coordenados e à origem .
2. A sua intersecção com um plano paralelo a  $XOY$  é uma elipse.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  ou paralelo a  $XOZ$  é o vazio, uma recta ou duas rectas.
4. Se  $a = b$  o cilindro é de revolução em torno do eixo  $OZ$  e diz-se circular recto.

## Cilindro hiperbólico

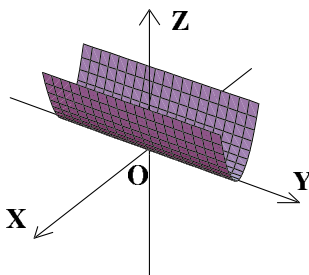


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

### Características:

1. É simétrica relativamente aos planos coordenados e à origem.
2. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $XOY$  é uma hipérbole.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  é o vazio, uma recta ou duas rectas.
4. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $XOZ$  é constituída por duas rectas.

## Cilindro parabólico



$$z = ax^2, \quad \text{com } a > 0$$

### Características:

1. É simétrica relativamente aos planos coordenados  $YOZ$  e  $XOZ$ .
2. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $XOY$  é o vazio, uma recta ou duas rectas.
3. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $YOZ$  é uma recta.
4. A sua intersecção com um plano paralelo ao plano  $XOZ$  é uma parábola.