

## Paradoxos Eleitorais

1. Para um conjunto de candidatos  $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ ,  $n \geq 3$ , é possível encontrar um perfil eleitoral de modo que:

(i)  $C_j$  ganha a eleição se cada eleitor escolher  $j$  candidatos.

vector eleitoral –  $(\underbrace{1, \dots, 1}_{j \text{ vezes}}, 0, \dots, 0)$

(ii)  $C_n$  ganha a Contagem de Borda.

vector eleitoral –  $(n - 1, n - 2, \dots, 1, 0)$

2. Para quatro ou mais candidatos, existe um perfil eleitoral onde cada um dos candidatos pode ser ordenado em primeiro, segundo, ..., último; dependendo apenas do método posicional utilizado.

# Paradoxos Eleitorais

Existem vários procedimentos eleitorais e com muita frequência os seus resultados são contraditórios. Qual é então o melhor procedimento? Antes de tentar responder a esta pergunta, talvez seja melhor fazer outra pergunta:

Que critérios (razoáveis) deve satisfazer um bom procedimento eleitoral?

1. **Critério de liberdade.** Cada eleitor ordena os candidatos livremente, desde que o faça de forma transitiva. (i.e. se um eleitor prefere  $A$  a  $B$  e prefere  $B$  a  $C$ , então  $A$  a  $C$ )
2. **Critério de Pareto ou da unanimidade.** Se todos os eleitores preferem o candidato  $A$  ao candidato  $B$ , então  $A$  vence  $B$  nas eleições.
3. **Critério da independência das alternativas irrelevantes.** Se um candidato desiste de uma eleição, a ordenação dos restantes candidatos não é alterada.

**Teorema de Arrow** Numa eleição com três ou mais candidatos, o único procedimento eleitoral que verifica estas três condições é uma **DITADURA**, ou seja o resultado final coincide sempre com a escolha de um eleitor fixo.

Este resultado indica que não existe um sistema óptimo. No entanto, nem todos os procedimentos são igualmente maus. Para melhor os compararmos, vamos introduzir mais um critério.

- **Critério da monotonia.** Se o candidato  $X$  vence uma eleição e numa reeleição as únicas alterações são a favor de  $X$ , então  $X$  continua a ser o vencedor.

	Pareto	Monotonia	I. A. I.
Plural	Sim	Sim	Não
Antiplural	Não	Sim	Não
Borda	Sim	Sim	Não
2 voltas	Sim	Não	Não
<i>Runoff</i>	Sim	Não	Não

**Exemplo.** O Voto maioritário a duas voltas não satisfaz o Critério da Monotonia. Suponhamos a eleição com os seguintes resultados:

ordenação	votos
$A \succ B \succ C$	8
$B \succ A \succ C$	2
$B \succ C \succ A$	5
$C \succ A \succ B$	6

O que aconteceria se os dois eleitores que votaram  $B \succ A \succ C$ , mudassem o seu voto para  $A \succ B \succ C$ , uma mudança que favorece o candidato  $A$ .

## **Algumas vantagens da Contagem de Borda**

1. A Contagem de Borda (CB) é o único método posicional onde a ordenação final não pode ser oposta à ordenação de Condorcet (comparação par a par).
2. O vencedor de Condorcet nunca pode ser último na Contagem de Borda. (exercício 30).
3. Se num determinado perfil eleitoral a CB permite resultados paradoxais, então qualquer outro método posicional também permite. O mesmo não é verdade para mais nenhum método posicional.