

Códigos de identificação detectores de erros

Uma *Mensagem* é uma sequência de dígitos (algarismos ou não) que pretendemos transmitir. (Enviar por email, escrever num formulário, dizer ao telefone.)

Um *código detector de erros* é um conjunto de regras a que uma mensagem tem que obedecer para estar correcta.

Se a mensagem recebida não obedecer a essas regras, então houve um erro na comunicação. Nesse caso diz-se que o código *detectou o erro*.

Exemplos:

1. Códigos de barras (leitura óptica – pequena possibilidade de erro).
2. Número de cheque (escrito pelo bancário ou lido opticamente).
3. Código ISBN: usado para encomendas de livros,... (para uso humano – maior possibilidade de erro).
4. Número do Bilhete de Identidade (para uso humano – maior possibilidade de erro).
5. Número de série de notas.
 - (a) Actualmente é usado para controlo de remessas e outras operações de transferência de notas. O código das notas de Euro é “demasiado” elementar.
 - (b) Anteriormente os códigos foram usados para evitar falsificações e feitos de maneira a não serem decifrados. Com a evolução tecnológica, isso deixou de ser necessário. Por exemplo, o código das notas de Marco Alemão era bastante evoluído.
6. Número de cartão crédito (2 dígitos de controlo).
7. Comandos à distância: televisão, leitor de DVD, portão da garagem,... O comando emite uma mensagem (numérica) e o receptor transforma essa mensagem numa acção (mudar de canal, abrir a garagem,...). Neste caso a possibilidade de erro é bastante elevada.

Nos exemplos anteriores o código permite detectar erros mas não os corrige. Em certos casos, existe a necessidade de corrigir os erros. O exemplo mais usual de uma situação onde são usados códigos de identificação correctores de erros é o da transmissão de dados (imagem, som ou texto). Neste tipo de sistemas são usados amplificadores de sinal que permitem corrigir um certo número de erros. A possibilidade de corrigir erros é uma das vantagens dos sistemas digitais: internet, TV digital, gravação de CD's.

Código de barras

EAN - European Article Number.

O código EAN consiste num número de 13 dígitos. Os dois primeiros dígitos identificam o país onde o artigo foi produzido, os cinco seguintes o fabricante, os próximos cinco identificam o produto e o último dígito é um dígito de controlo.

$$\underbrace{x_1x_2}_{\text{país}} \underbrace{x_3x_4x_5x_6x_7}_{\text{fabricante}} \underbrace{x_8x_9x_{10}x_{11}x_{12}}_{\text{produto}} \underbrace{x_{13}}_{\text{dígito de controlo}}$$

Exemplos.

Compal Pêra: 56-01151-54330-6

Compal Limão Light: 56-01151-11700-2

Lipton Yellow Label Black Tea: 80-00099-10001-0

Alguns exemplos de identificação do país produtor: França-30, Japão-49, Reino Unido-50, Portugal-56, Itália-80, Espanha-84, livros-97.

Um código de barras EAN verifica a seguinte regra:

$$x_1 + 3 \times x_2 + x_3 + 3 \times x_4 + x_5 + 3 \times x_6 + x_7 + 3 \times x_8 + x_9 + 3 \times x_{10} + x_{11} + 3 \times x_{12} + x_{13} \equiv 0 \pmod{10}$$

Compal Pêra.

$$5 + 3 \times 6 + 0 + 3 \times 1 + 1 + 3 \times 5 + 1 + 3 \times 5 + 4 + 3 \times 3 + 3 + 3 \times 0 + 6 = 80 \equiv 0 \pmod{10}$$

O número 80 é divisível por 10.

Lipton

$$8 + 3 \times 0 + 0 + 3 \times 0 + 0 + 3 \times 9 + 9 + 3 \times 1 + 0 + 3 \times 0 + 0 + 3 \times 1 + 0 \equiv 0 \pmod{10}$$

Exercícios

1. Verifique se os seguintes números EAN estão correctos.

(a) 97-80201-34292-5

(b) 97-80301-34292-5

(c) 55-00000-11111-6

(d) 12-12345-54321-0

2. Determine os dígitos de controlo dos seguintes códigos de barras.

(a) 56-01163-12081-

(b) 49-00012-35070-

(c) 20-11253-05932-

ISBN - International Standard Book Number

O código ISBN de um livro é um “número” de 10 dígitos. Os primeiros dígitos identificam a língua em que foi escrito ou o país onde foi publicado, conforme os casos, os números seguintes a editora e o livro e o último é um dígito de controlo, tal como nos caso dos códigos de barras.

O livro “Numbers and Beyond” de Stephen Barnett é identificado com o seguinte número

$$\underbrace{0}_{\text{inglês}} - \underbrace{201}_{\text{Prentice Hall}} - 34292 - \underbrace{8}_{\text{dígito de controlo}}$$

Um número $x_{10}x_9x_8x_7x_6x_5x_4x_3x_2x_1$ é um número ISBN se verifica a seguinte regra:

$$x_1 + 2 \times x_2 + 3 \times x_3 + 4 \times x_4 + 5 \times x_5 + 6 \times x_6 + 7 \times x_7 + 8 \times x_8 + 9 \times x_9 + 10 \times x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

Nota: Os códigos que usam números primos, como neste caso o 11, permitem detectar um maior número de erros.

O dígito de controlo é adicionado ao ISBN de tal modo que o número resultante verifique o teste de controlo.

Como se calcula o dígito de controlo x_1 ?

1. Calcula-se o resto R da divisão inteira de

$2 \times x_2 + 3 \times x_3 + 4 \times x_4 + 5 \times x_5 + 6 \times x_6 + 7 \times x_7 + 8 \times x_8 + 9 \times x_9 + 10 \times x_{10}$ por 11, ou seja $R = 2 \times x_2 + 3 \times x_3 + 4 \times x_4 + 5 \times x_5 + 6 \times x_6 + 7 \times x_7 + 8 \times x_8 + 9 \times x_9 + 10 \times x_{10} \pmod{11}$.

2. Se $R = 0$, então $x_1 = 0$. Se $R \neq 0$, então $x_1 = 11 - R$.

E se $R = 1$? Neste caso $x_1 = 10$. Por conveniência usa-se o dígito X (dez romano) para substituir o número dez, que é usualmente representado por dois dígitos.

Exemplo. O livro “As Aranhas Douradas” de Rex Stout tem o ISBN

$$972 - 611 - 697 - X$$

O código do número ISBN detecta: erros singulares e trocas de dois algarismos.

Proposição. Se na leitura de um número ISBN ocorre apenas um erro num dígito ou apenas uma troca de algarismos, então o número resultante da leitura não verifica o teste de controlo.

BI - Bilhete de Identidade

O número 10052174 - 6 é um número de BI.

Podemos reparar que $6 + 2 \times 4 + 3 \times 7 + 4 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 5 + 7 \times 0 + 8 \times 0 + 9 \times 1 = 0 \pmod{11}$.

Podemos verificar para outros números e chegar á mesma conclusão. A verdade é que o código do BI é idêntico ao código ISBN, com uma diferença.

Já alguém viu o dígito de controlo do BI igual a 10 ou a outro dígito que o identifique?

Não, porque o 10 foi substituído por 0!!!

Assim o número 9371405-0 é um número de BI existente em Portugal cujo a soma de controlo é $166 = 1 \pmod{11}$

O número 9373405-0 também é um número de BI e difere do número anterior em apenas um dígito.

Conclusão Devido à substituição do número 10 por 0, o código do BI não detecta erros singulares.

Exercícios

3. Determine os dígitos de controlo dos seguintes números ISBN incompletos.
 - (a) 0-205-04570-
 - (b) 0-8162-8604-
 - (c) 2-512-43005-
 - (d) 972-21-1608-
4. Uma biblioteca encomendou vários livros enviando os respectivos números ISBN. O fornecedor recebeu a encomenda, mas dois dos números estavam incompletos: 972-3?-0310-5 e 0-19-850?30-0. Quais são os números completos?
5. Determine duas alternativas correctas para os seguintes números incorrectos:
 - (a) 0-13-132334-3
 - (b) 3-550-05329-8
 - (c) 0-386-05329-8
 - (d) 0-110-23142-X
6. Complete os seguintes números de Bilhete de Identidade.
 - (a) 12345678-?
 - (b) 1023?219-9
 - (c) 1531?000-0
 - (d) 19235132-?
 - (e) 1254432?-1