

1^a Frequência de Matemática e Estatística

3^o ano da Lic. Administração Pública

Duração: 2h 30m

12-01-2005

Justifique todas as respostas. Indique todos os cálculos que efectuar.

1. Para eleger os elementos de uma comissão de seis elementos é utilizado o método proporcional d'Hondt. A essa eleição concorreram três listas e o resultados estão indicados na tabela.

lista	%	eleitos
A	40	3
B	39	2
C	21	1

- (a) Sabendo que as decisões na comissão são tomadas por maioria (i.e. são necessários 4 votos), indique todas as coligações vencedoras, o índice de poder e o poder relativo de cada uma das listas.
- (b) Se o número de elementos da comissão fosse oito, qual seria a representação na comissão de cada uma das listas.
2. Numa votação, para escolher entre cinco candidatos, registaram-se as seguintes preferências individuais.

preferências	votos
S \succ T \succ U \succ V \succ X	12
V \succ T \succ U \succ X \succ S	4
X \succ V \succ U \succ T \succ S	4

- (a) Determine, caso exista, o vencedor da votação utilizando os métodos *Rumoff*, de Condorcet e voto antiplural.
- (b) Indique, justificando a sua escolha, um método segundo o qual o candidato T seja o único vencedor.
3. A tabela mostra os resultados de uma eleição com três candidatos.

ordenação	votos	ordenação	votos
A \succ B \succ C	5	B \succ C \succ A	6
A \succ C \succ B	3	C \succ A \succ B	1
B \succ A \succ C	1	C \succ B \succ A	4

- (a) Escreva a representação triangular deste perfil eleitoral. A partir dela, deduza o vencedor e o perdedor de Condorcet.
- (b) Determine os resultados normalizados da votação plural (q_0) e da votação antiplural (q_1). Represente o segmento dos resultados eleitorais em função do vector eleitoral $(1, s, 0)$, $0 \leq s \leq 1$.

- (c) Sem efectuar cálculos, diga se o candidato C pode ser o vencedor da eleição para algum método posicional. Justifique.
- (d) Determine todos os valores de s para os quais B é o vencedor da eleição com vector eleitoral $(1, s, 0)$, $0 \leq s \leq 1$.
4. Diga se as afirmações que se seguem são verdadeiras ou falsas, referindo o resultado em que se baseia ou indicando um exemplo que suporte a sua resposta.
- (a) A votação plural verifica o critério da *Independência das alternativas irrelevantes*.
- (b) Existe um perfil eleitoral tal que o resultado da votação plural é $p_0 = (50, 30, 20)$ e da votação antiplural é $p_1 = (100, 80, 20)$.
- (c) A utilização da contagem de Borda numa votação tem vantagens em relação à utilização do voto plural.
- (d) Se o resultado duma eleição usando o voto plural é $(5, 2, 0)$ e usando o voto antiplural é $(5, 3, 6)$, então para o voto de aprovação existem 10 resultados possíveis.
- (e) Numa eleição com três candidatos o vector $v = (-1, 1, 0, 0, 0, 0)$ descreve uma mudança estratégica de voto de um eleitor de $A \succ B \succ C$ para $C \succ A \succ B$.
5. (a) Usando o algoritmo de Euclides calcule $\text{mdc}(1876, 350)$.
- (b) Para cada um dos números naturais $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, diga se ele é primo com 8 e calcule, se existir, o seu inverso módulo 8. Deduza o valor de $\varphi(8)$.
- (c) Sabendo que 101 é um número primo, calcule $\varphi(1212)$.

COTAÇÃO

1. 3 valores

2. 3 valores

3. 5 valores

4. 5 valores

5. 4 valores