

# Geodesia Física e Espacial

\*\*\*\*\*

## Sistemas e Tecnologias de Georeferenciação

Ano lectivo 2011/2012

# Definição

- A geodesia é uma palavra de origem grega ( $\gamma\epsilon\omega\delta\alpha\iota\sigma\acute{\iota}\alpha$ ) que literalmente quer dizer *divisão da Terra*
- Esta terminologia deve-se a Aristóteles e remetia para a divisão da Terra em parcelas, materializada nos mapas

# Definição (cont.)

- A Geodesia é uma disciplina da área Ciências da Terra que tem como objectivo (American Geophysical Union):

*“Determinar o tamanho e a forma da Terra; posição dos pontos à superfície terrestre; e os comprimentos e direcções das linhas terrestres, bem como as variações da gravidade terrestre”*

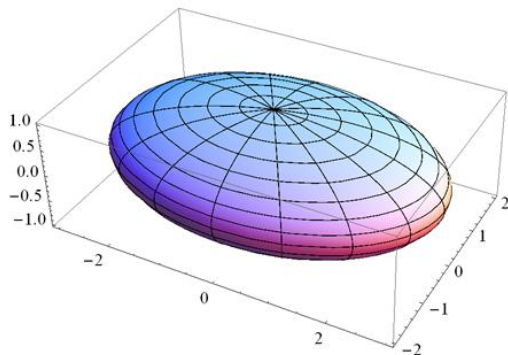
# Definição (cont.)

- A Geodesia é uma disciplina da área Ciências da Terra que tem como objectivo (American Geophysical Union):

*“Determinar o **tamanho e a forma** da Terra; **posição** dos pontos à superfície terrestre; e os **comprimentos** e direcções das linhas terrestres, bem como as **variações da gravidade terrestre**”*

# Tamanho e forma da Terra

- Então a Terra não é redonda ?
  - Não, embora vista do Espaço pareça
  - Raios equatorial e polar diferentes (desde meados do séc. XVIII)
  - Será um elipsoide ? Sim, mas ...



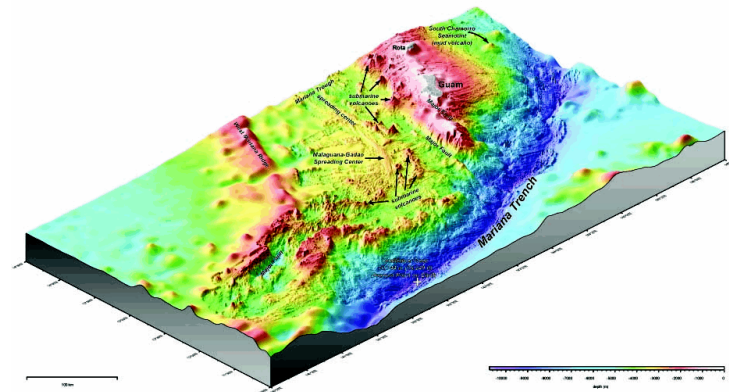
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

# Posição a 3 dimensões

- Mesmo que a Terra possa ser (globalmente) representada/aproximada por uma equação, persistem problemas de pequena escala: o relevo. Ainda Sistemas de Referência !



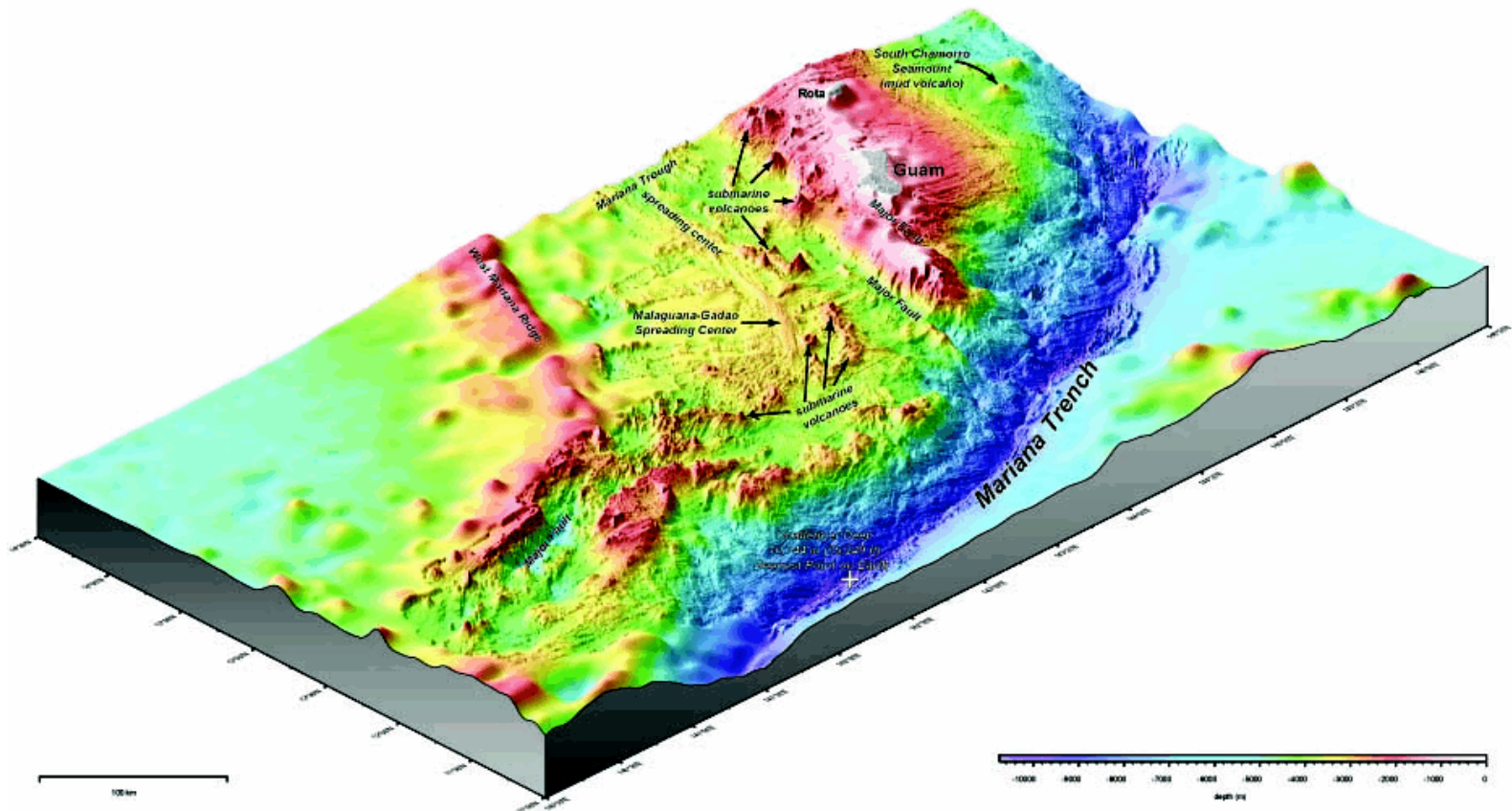
Oblique View of the Southern Mariana Arc



[http://www.soest.hawaii.edu/SOEST\\_News/AGU2003/pfryer.htm](http://www.soest.hawaii.edu/SOEST_News/AGU2003/pfryer.htm)

# Posição a 3 dimensões

## Oblique View of the Southern Mariana Arc



# Comprimentos

- Tendo os ponto posicionados (eg  $x,y,z$ ), determinar comprimentos  $\Rightarrow$  DISTÂNCIA !
  - Geodésica
    - Plano – uma recta
    - Esfera – um arco de círculo máximo
    - Outra superfície – ver curso de Geometria Diferencial



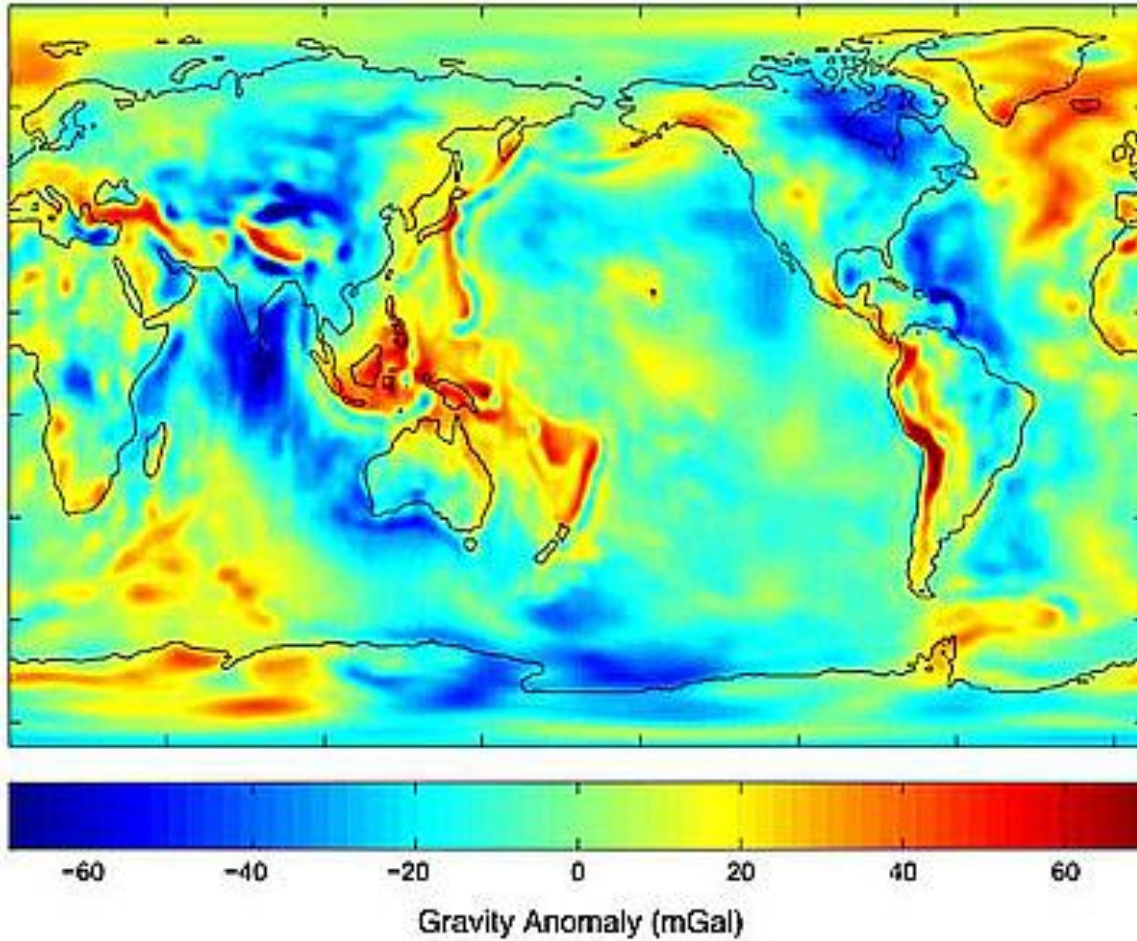
# Variações da Gravidade

- Define-se aceleração da gravidade como

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Mesmo que considerássemos a massa da Terra, pontual e concentrada no centro, o facto da distância do centro da Terra à superfície não ser o mesmo em todos os pontos do globo, isso implicaria automaticamente em diferenças em  $g$

# Dados da missão espacial GRACE



Gravity Recovery and  
Climate Experiment – 2  
satélites gémeos

(<http://www.csr.utexas.edu/grace/>)

$$\text{mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

<http://www.fas.org/irp/imint/docs/rst/Intro/pia04652-browse.jpg>

# Mas a Terra não está só

- Noutros corpos do Sistema Solar passam-se ou virão a passar-se problemas semelhantes:

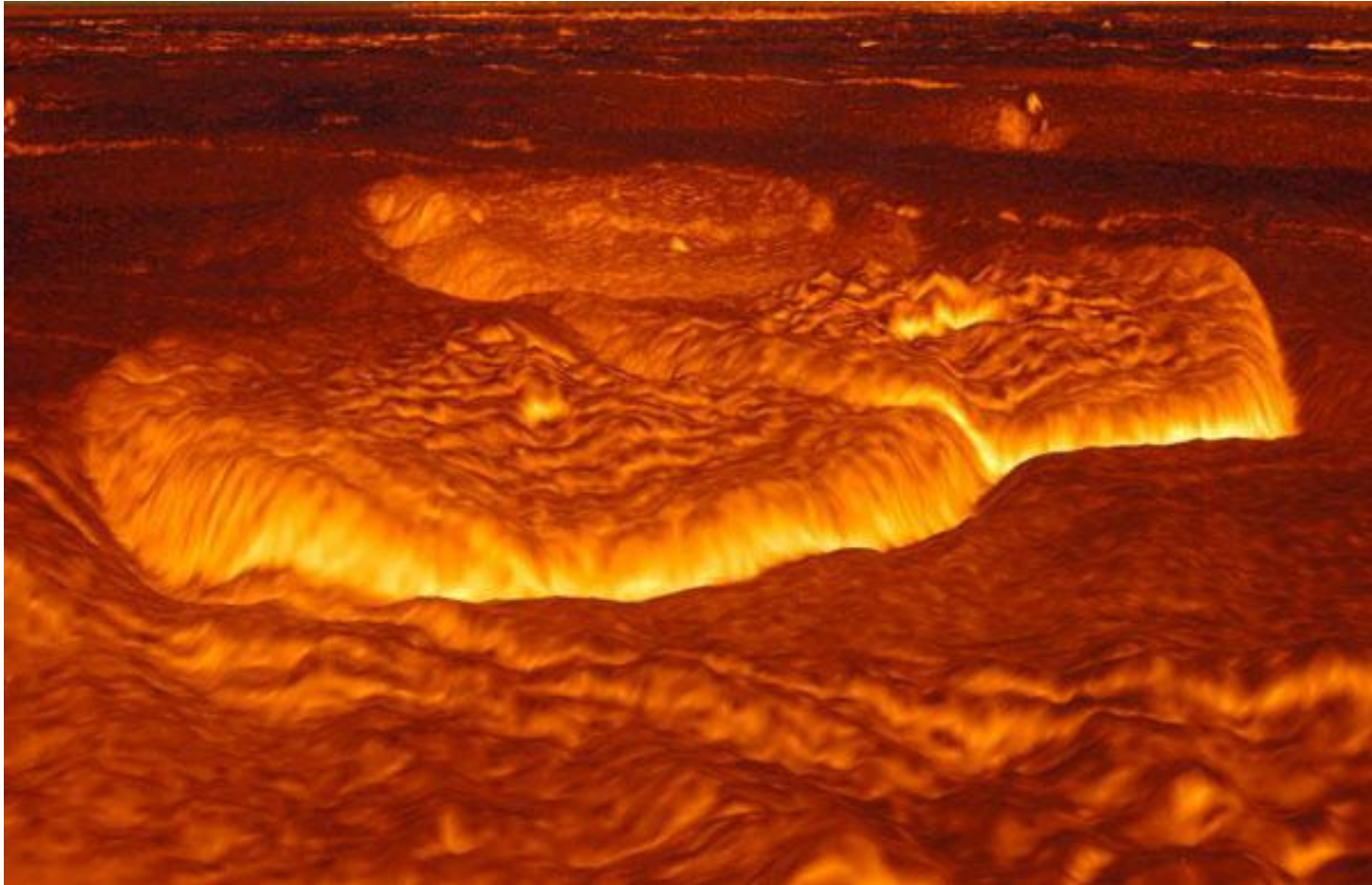
# Lua



[http://en.wikipedia.org/wiki/Mons\\_Huygens](http://en.wikipedia.org/wiki/Mons_Huygens)

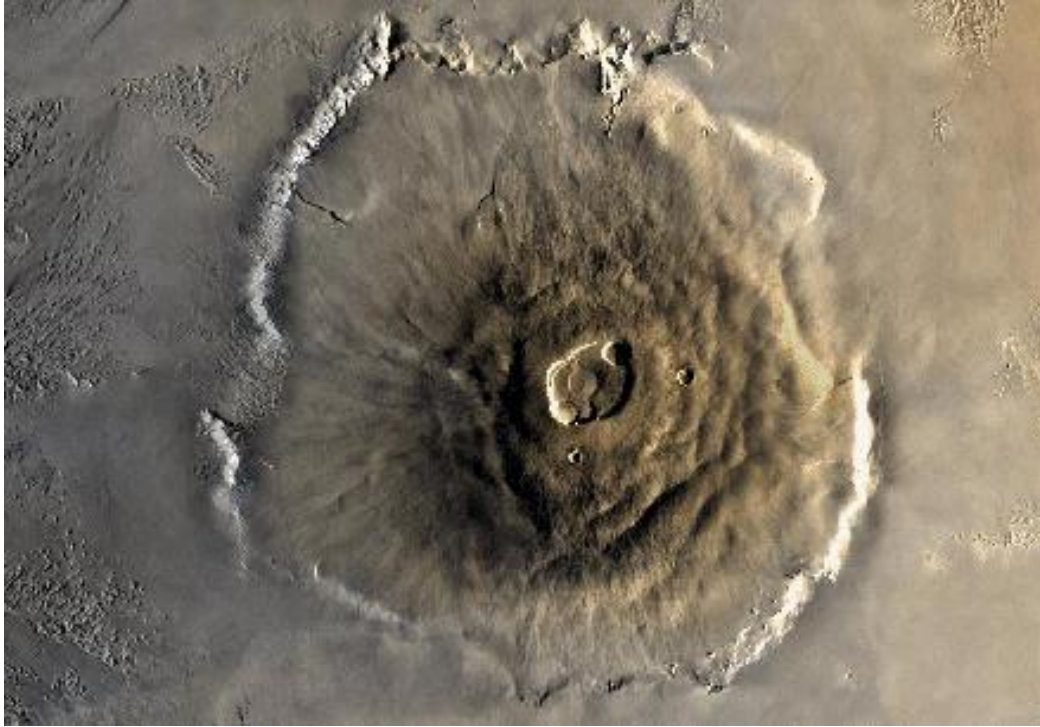


# Vénus

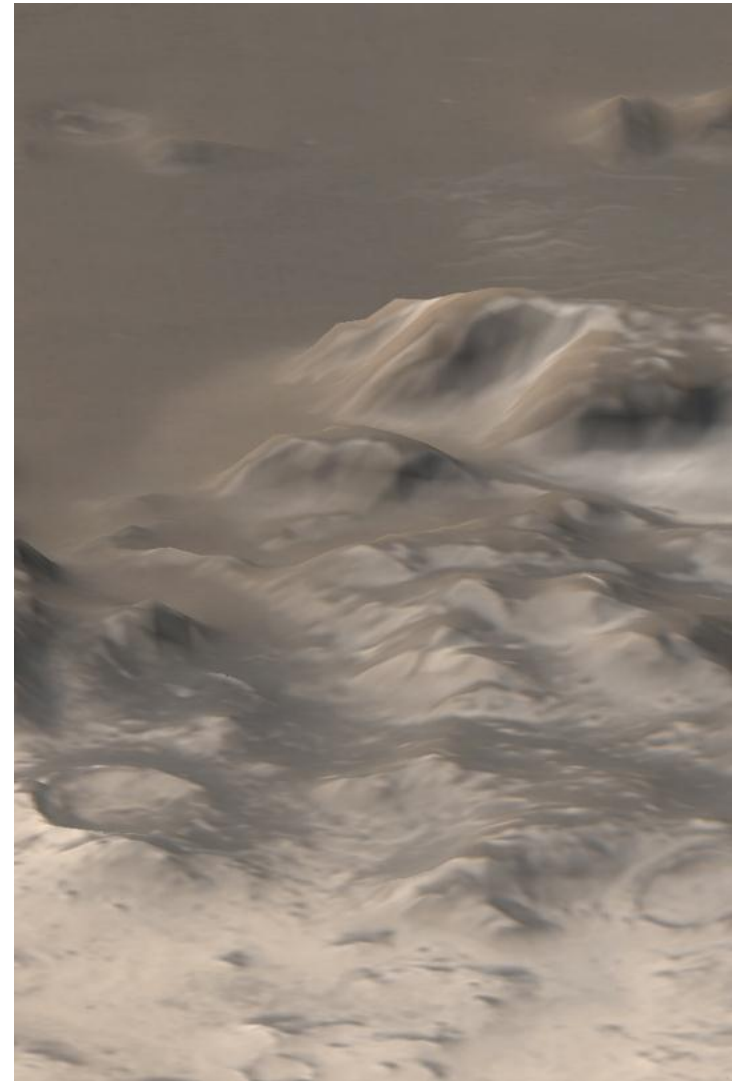


<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030427.html>

# Marte

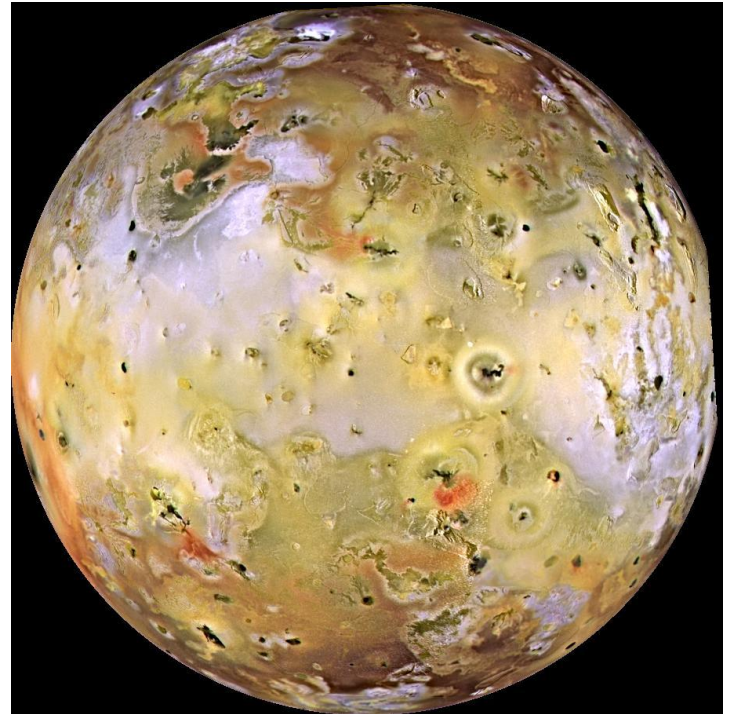
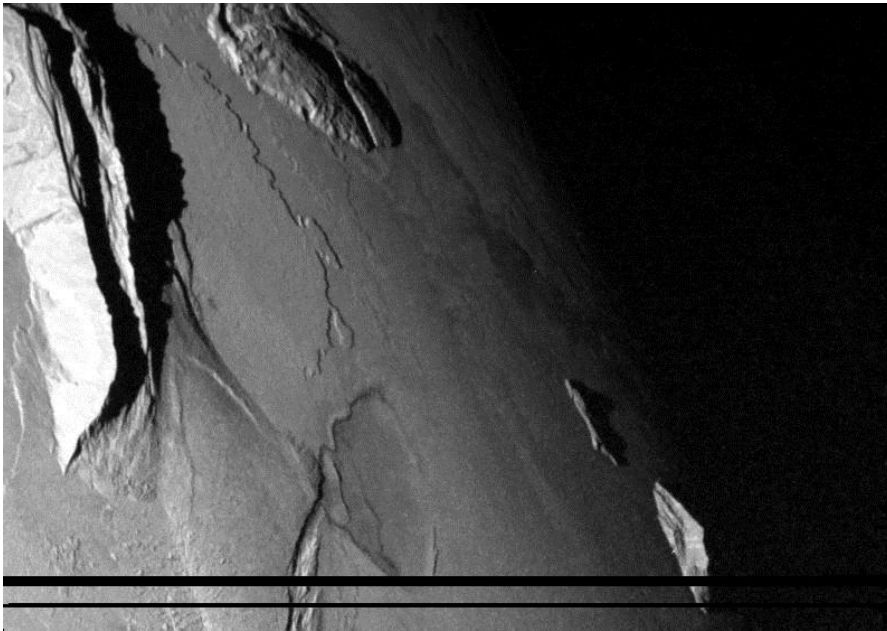


<http://apod.nasa.gov/apod/ap950719.html>



<http://apod.nasa.gov/apod/ap030730.html>

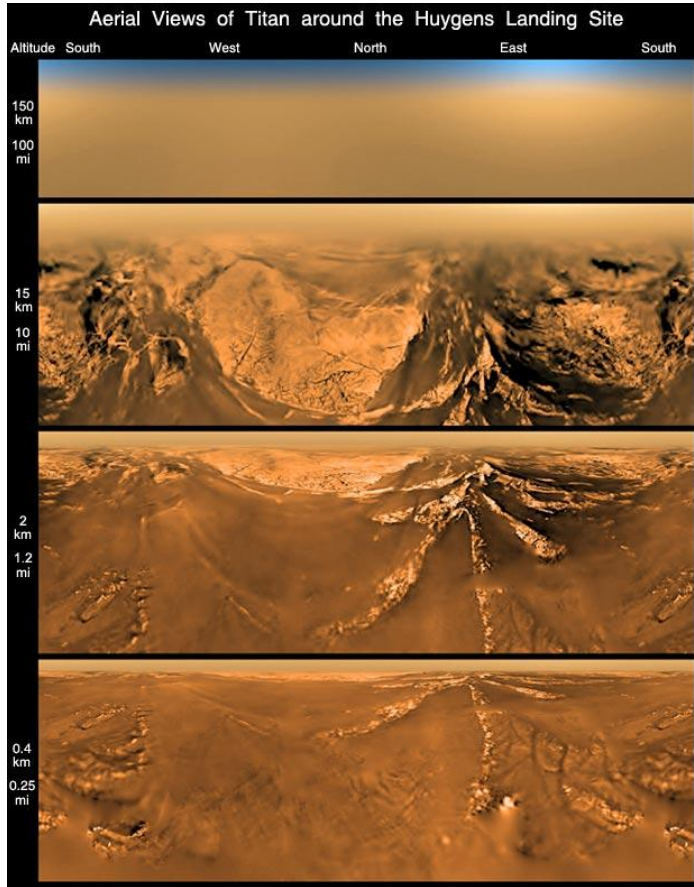
# Io – satélite de Júpiter



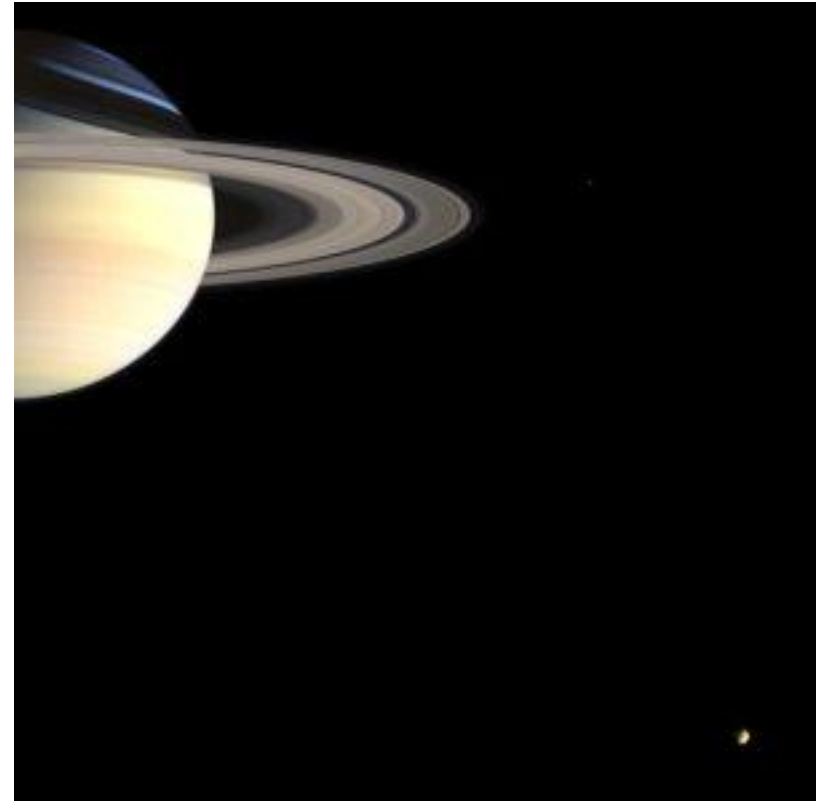
[http://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA03886\\_modest.jpg](http://photojournal.jpl.nasa.gov/jpegMod/PIA03886_modest.jpg)



# Titã – satélite de Saturno



<http://www.jpl.nasa.gov/images/cassini/2006-05-04/pia08427-browse.jpg>



[http://www.webwombat.com.au/careers\\_ed/education/images/titan.JPG](http://www.webwombat.com.au/careers_ed/education/images/titan.JPG)



# História da Geodesia

## Breve análise dos métodos de medição da Terra

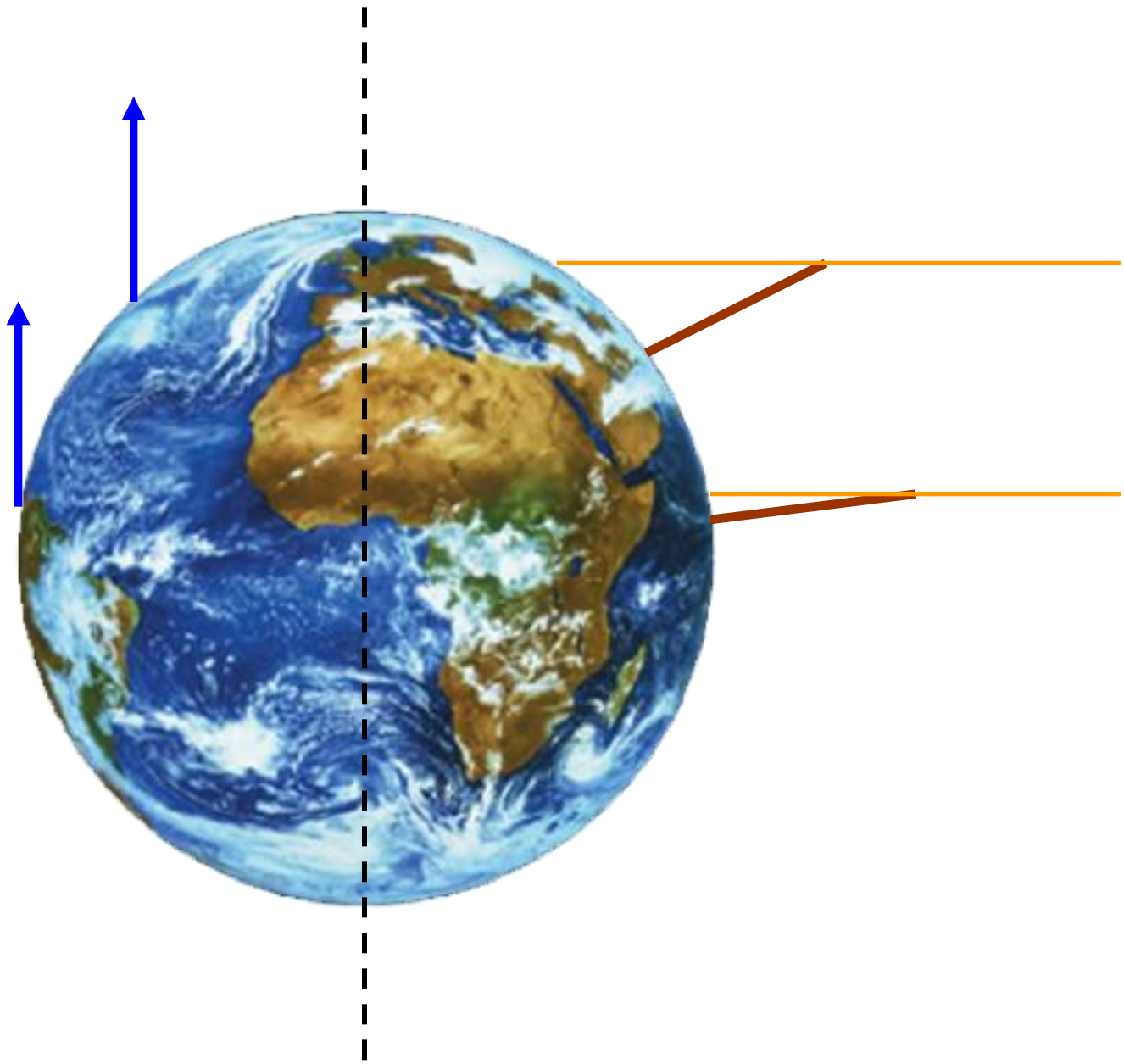
- Contrariamente ao que é frequente ouvir dizer, há muitos séculos que o Homem tem a percepção que a Terra não é plana. Duas experiências maiores conduzem a essa conclusão:
  - Desaparecimento dos barcos no horizonte
  - Comprimentos das sombras ou observação da estrela polar (em diferentes locais)



*"De sphaera  
mundi"*

Sec. XIII de  
Sacrobosco (ed.  
de 1550)

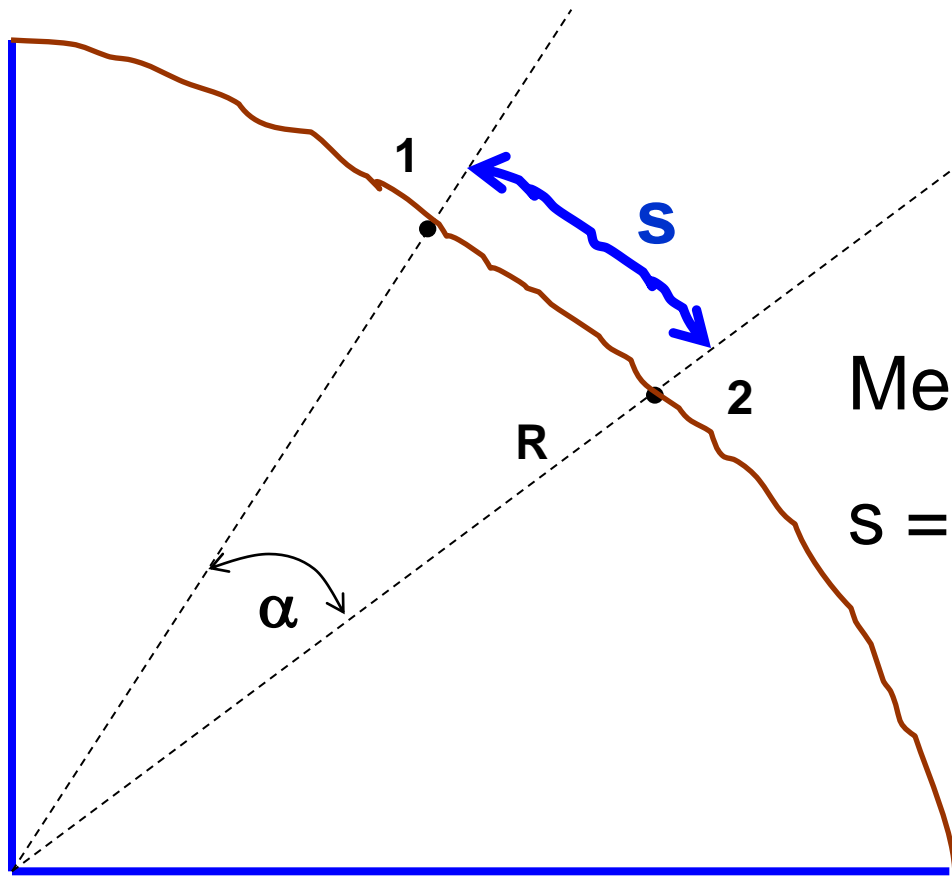
Estrela Polar



Sol

- Pitágoras (580 – 500 aC): terá sido o primeiro a propor a Terra curva, mas essencialmente por questões filosóficas ligadas à ideia de perfeição da figura esférica. Dificuldades:
  - medição raio (da esfera)
  - a “sustentabilidade” da água de rios e oceanos

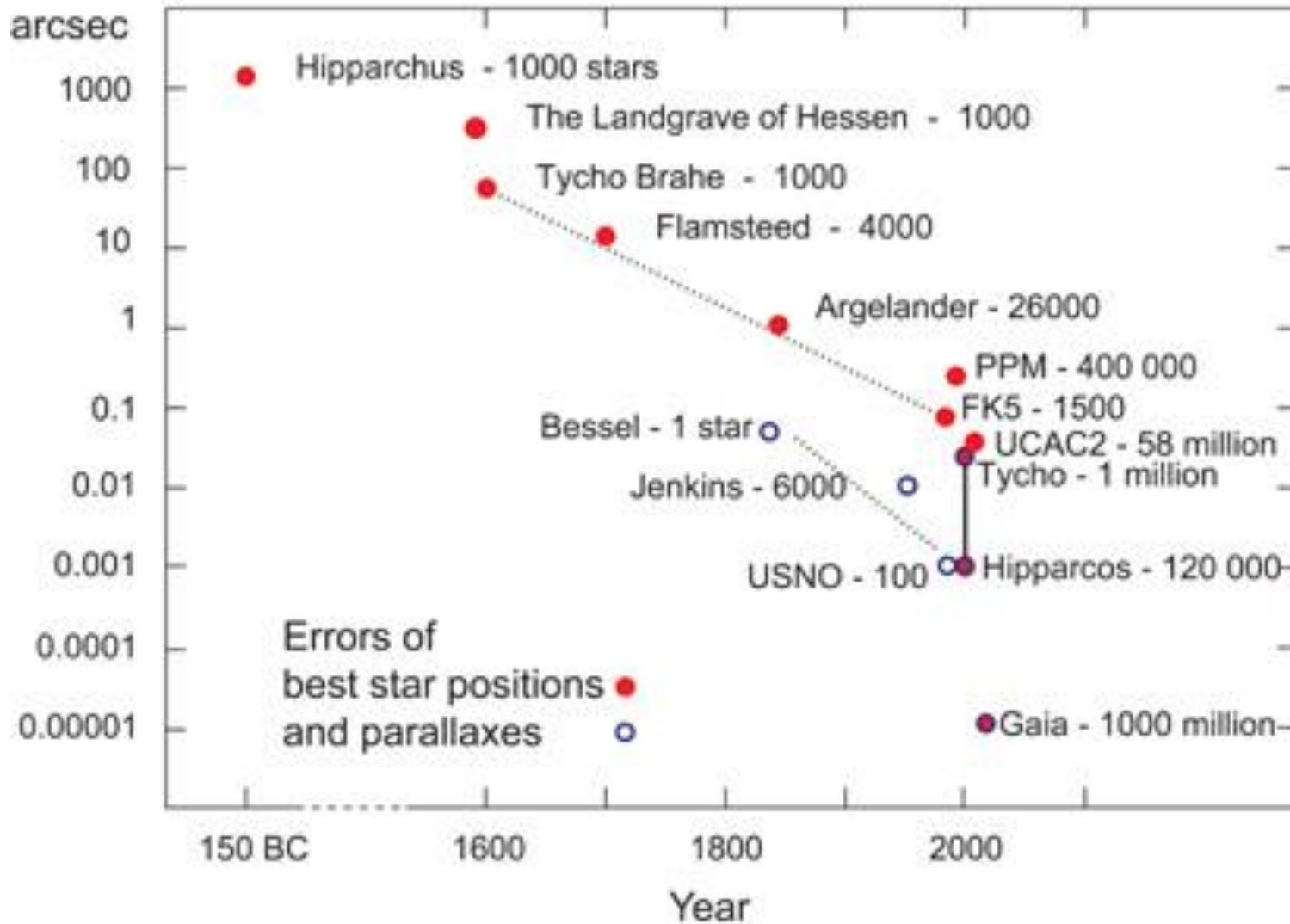
- Princípio da determinação experimental do Raio da Terra



$$R = \frac{360^\circ \times s}{2\pi\alpha}$$

Medição do ângulo  $\alpha$  ?

$s = 50 \text{ km} \Rightarrow \alpha \sim 0.5^\circ$  !!!

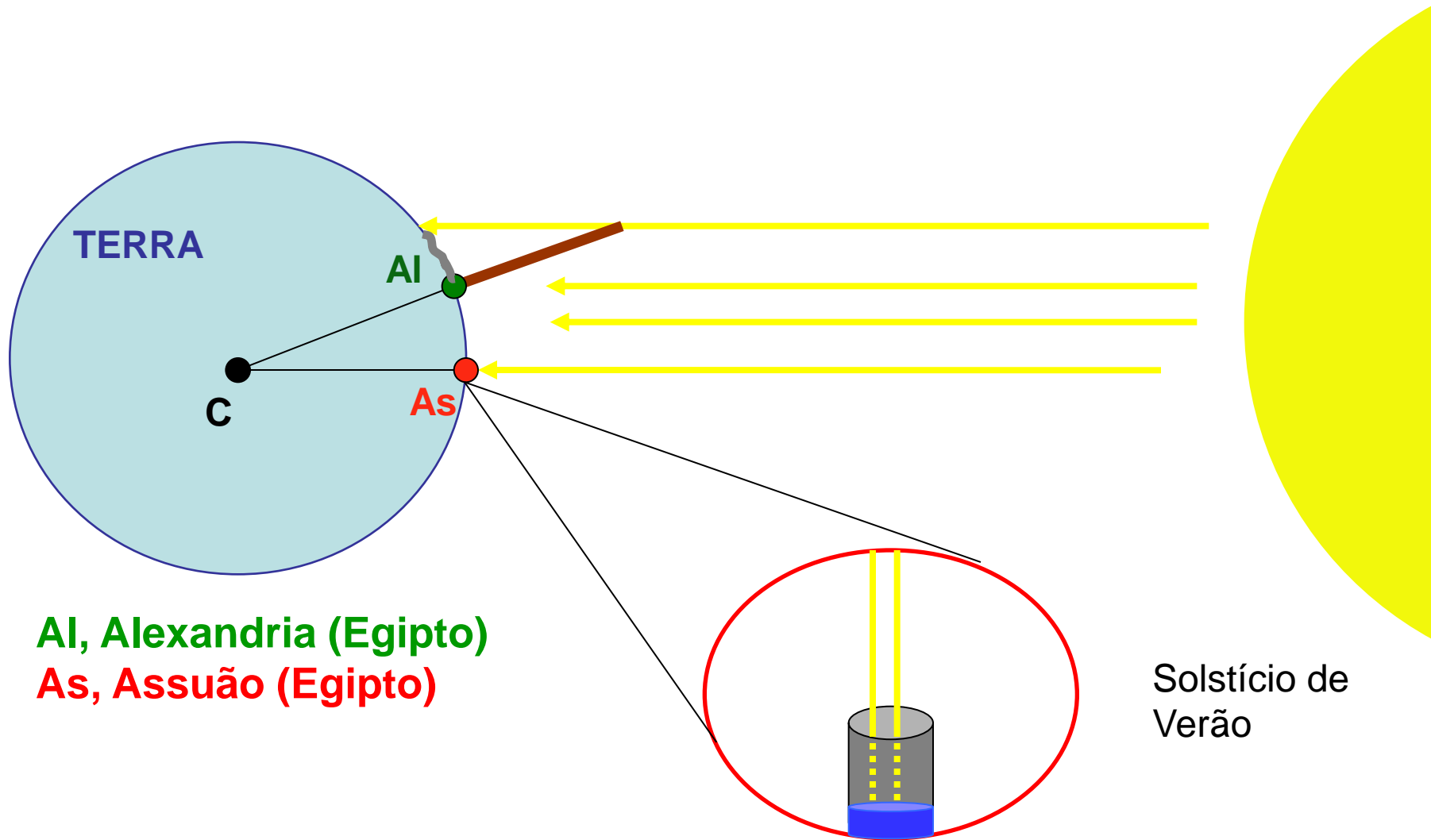


<http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/images/astromprogressesa.jpg>



(276-195 a. C)

- Eratóstenes: originário de Cyrene (actualmente Líbia)
- Primeira determinação fiável da medição do raio da Terra
- Confirmando a ideia aristotélica (pitagóricas?) da Terra esférica
- Re-determinação por Posidonius (150 depois) usando a estrela Canopus



TERRA

Al

C

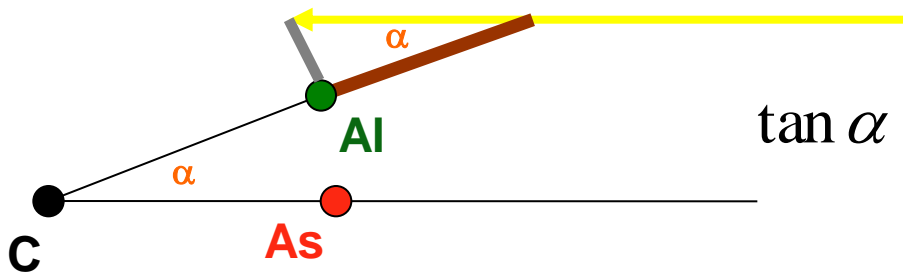
As

Al, Alexandria (Egipto)

As, Assuão (Egipto)

Solstício de Verão

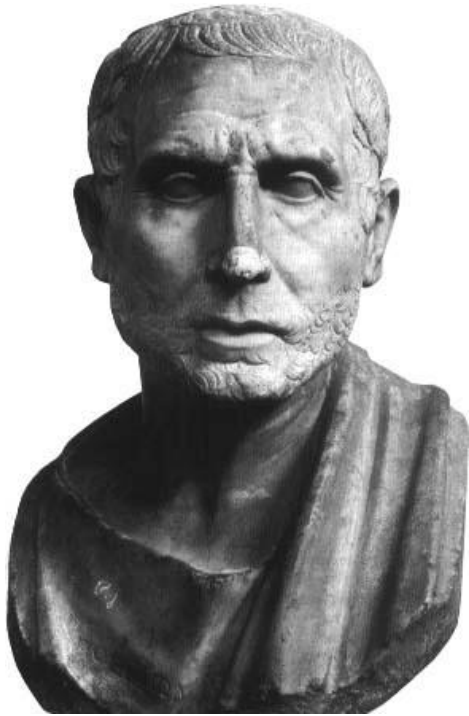




$$\tan \alpha = \frac{\textit{sombra}}{\textit{altura}} \Rightarrow \alpha \approx \frac{1}{50} \oplus (\approx 7.2^\circ)$$

- Conhecido o ângulo importava, agora, saber o valor da distância entre Assuão e Alexandria. Erastónetes estimou 5000 estádios
  - Valor do estádio em km ? Hoje mal conhecido: 160 e 210 metros.
  - Distância: 800 – 1050 km

- Assim, usando a estimativa do Raio da Terra seria algo entre 6270 e 8400 km.
- Apesar da extraordinária coincidência com o valor actual (6378 km – raio equatorial), este resultado parece fruto de (em parte) do acaso.  
Fontes de erros
  - Medição da distância: camelos (!)
  - Assuão não tem exactamente a latitude de  $23,5^\circ$  mas  $23^\circ$  (solstício)
  - Assuão e Alexandria não estão sobre mesmo meridiano (longitudes:  $32^\circ 59' \text{ O}$  e  $29^\circ 52' \text{ O}$ )
- O importante é haver uma medida.

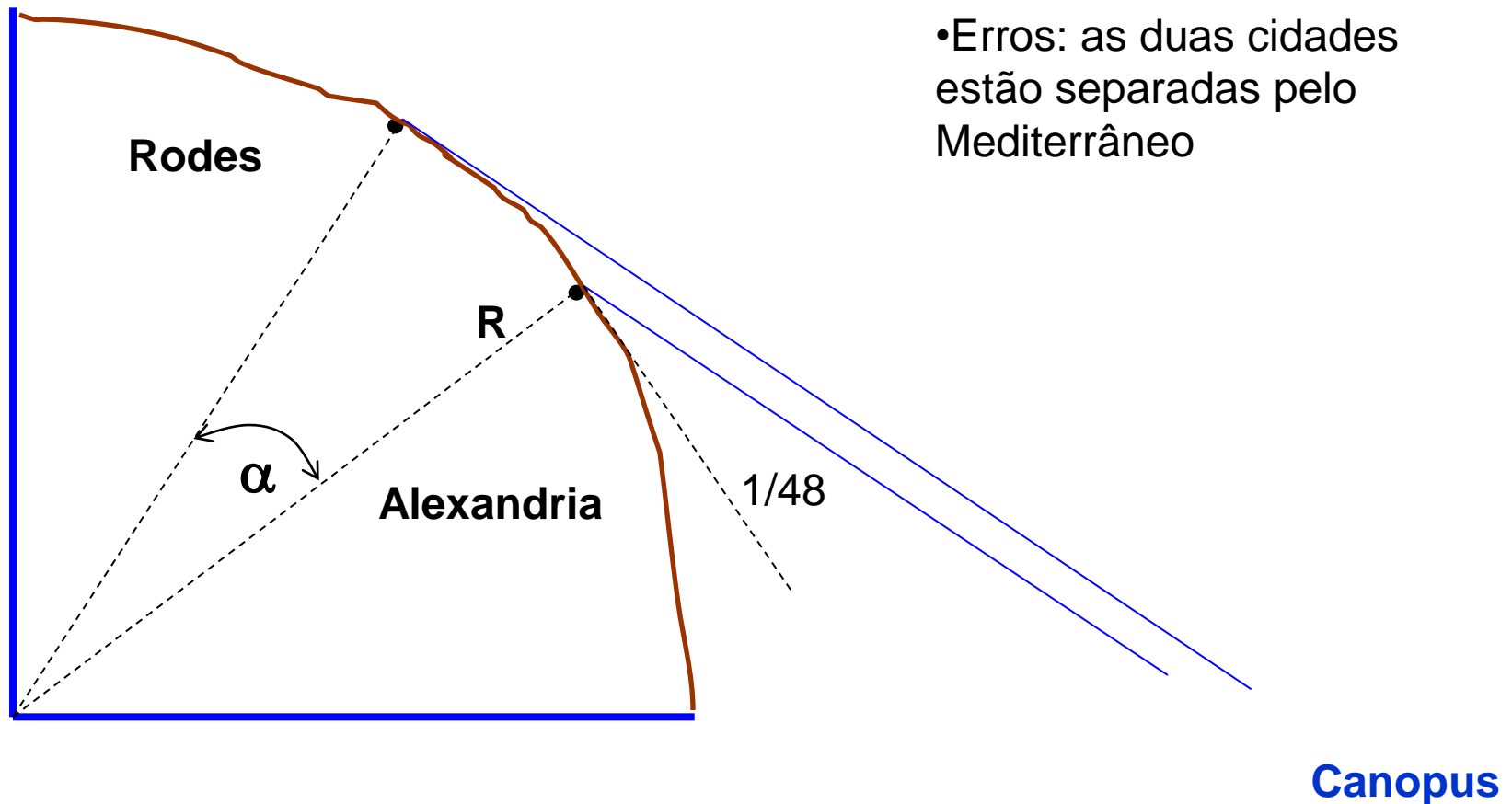


(135-51 a. C)

- Re-determinação por Posidonius (150 depois) usando a estrela Canopus (constelação da Carina; estrela mais brilhante, depois de Sírius)
- Observações feitas em Rodes (Grécia) e Alexandria (Egipto)

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/64/Posidonio\\_de\\_Apamea.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/64/Posidonio_de_Apamea.jpg)

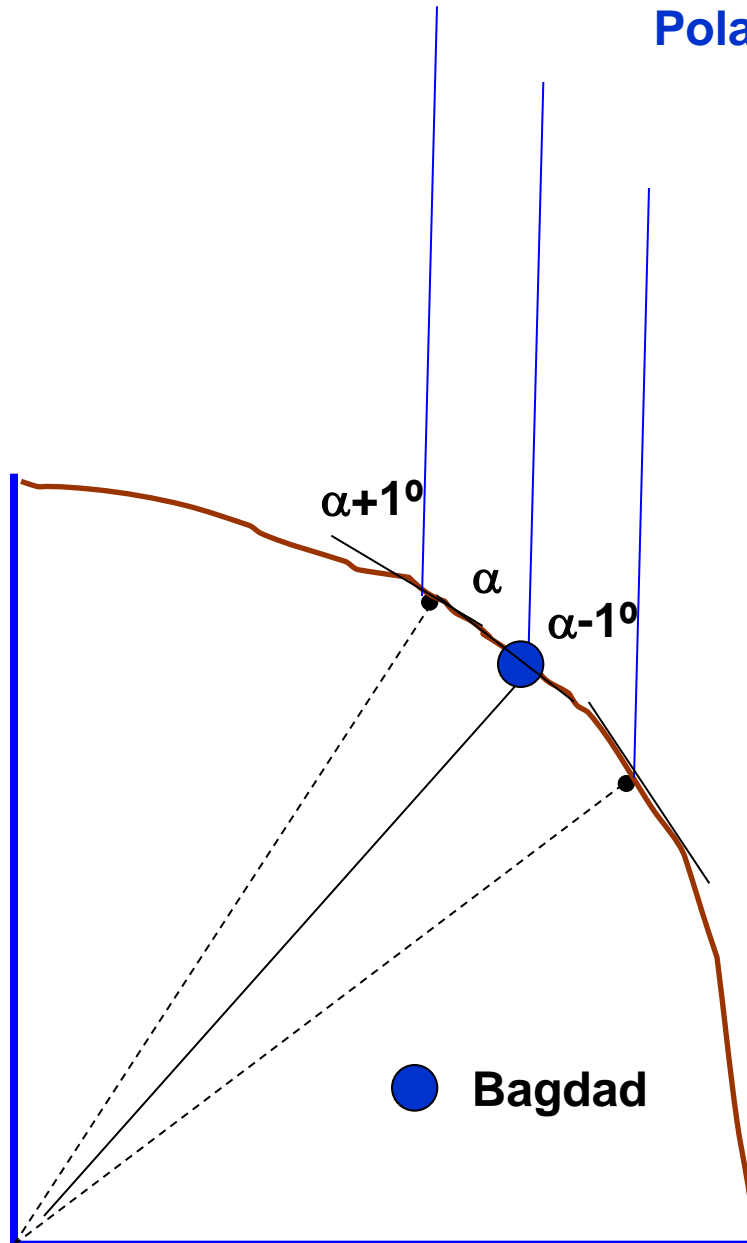
- Medição de Posidónius



- O valor encontrado foi da mesma ordem de grandeza do de Erastotenes

- Erros: as duas cidades estão separadas pelo Mediterrâneo

## Estrela Polar



- Determinação pelo Califa árabe Al-Mamun (786-833)
- Usando um método envolvendo mais do que as medidas “necessárias”.
- Observações da estrela Polar em locais em torno de Bagdad, de forma a que a altura da Polar fosse  $\pm 1^\circ$  relativamente a Bagdad
- $R = 6363 \text{ km (!)}$



(1451 – 1506)

<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Colomb.jpeg>

- Como é sabido Colombo descobriu a América, por acaso, quando tentava alcançar a Índia indo para Oeste.
- Essa opção ter-se-à numa errada estimativa das distâncias que tiveram como origem um erro no cálculo das distâncias (ver Smith p. 15)
- Foi baseado na possibilidade de que poderia haver erro nos cálculos de Colombo que D. João II não apoio a viagem. Depois Colombo teve apoio dos pelos Reis católicos espanhóis D. Fernando e D. Isabel

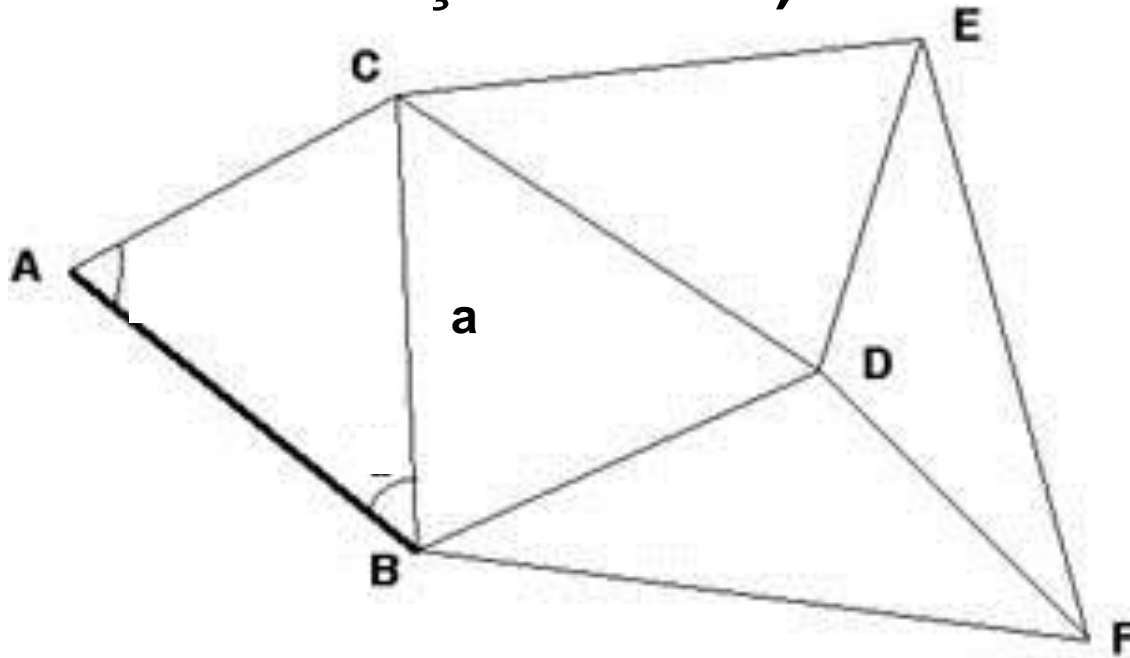


(1620 – 1682)

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9c/Jean\\_Picard.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9c/Jean_Picard.png)

- Jean-Felix Picard (conhecido como abade Picard), astrónomo e geodeta (especialista em geodesia) francês
- Foi a primeiro a dar uma valor preciso do raio da Terra ao medir comprimento de um arco do meridiano de Paris, com um ângulo ao centro de  $1^\circ$
- Resultado:  $R = 6370 \text{ km}$
- O método usado tem como base os descritos. Porém a distância à superfície terrestre usou a “triangulação”  
(<http://dutarte.club.fr/Siteinstruments/Mesure%20Terre%20Picard.htm>)

# “Triangulação” (na realidade uma intersecção inversa)



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$$



Delambre e Méchain (final XVIII)



- No final do séc. XVI início do séc. XVII havia muita controvérsia sobre a forma da Terra
- Algumas expedições davam resultados a favor da Terra achatada nos pólos:
  - Oscilação do pêndulo gravítico
  - Diferenças da velocidade do som, em altitude
  - Diferenças da pressão, em altitude
- Para além disso, a teoria da gravitação de Newton (força centrífuga) reforça a ideia.



**Giovanni Domenico Cassini (1625-1712)**

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d6/Giovanni\\_Cassini.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d6/Giovanni_Cassini.jpg)



**Jacques Cassini (1677—1756)**

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f1/Jacques\\_Cassini.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f1/Jacques_Cassini.jpg)

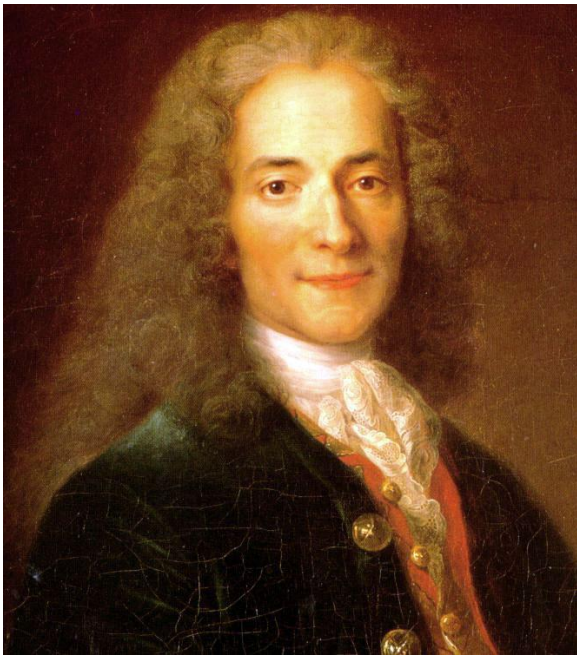


**César-François Cassini (1714-1784)**

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cc/C%C3%A9sar-Fran%C3%A7ois\\_Cassini\\_-\\_Jean-Marc\\_Nattier.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cc/C%C3%A9sar-Fran%C3%A7ois_Cassini_-_Jean-Marc_Nattier.jpg)

- Várias medições do Meridiano de Paris feita pelos Cassini contrariavam este modelo, defendendo a terra achatada no Equador
- Em 1730 há uma proposta apresentada à Academia de Ciências de Paris para o envio de duas missões:
  - Uma para perto do Equador (Peru)
  - Outra para perto do Polo Norte (Lapónia)

- Os resultados mostraram a Terra achatada nos Pólos com os seguintes valores:
  - Raio equatorial: 6376.45 km
  - Raio polar: 6355.88 km
- Este resolver da controvérsia levou Voltaire (1694-1778) a duas afirmações curiosas:



- “Pierre-Louis de Maupertuis achatou a Terra e os Cassinis”
- “Vocês concluíram o mesmo que Newton sem nunca ter saído de casa”

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Voltaire.jpg>