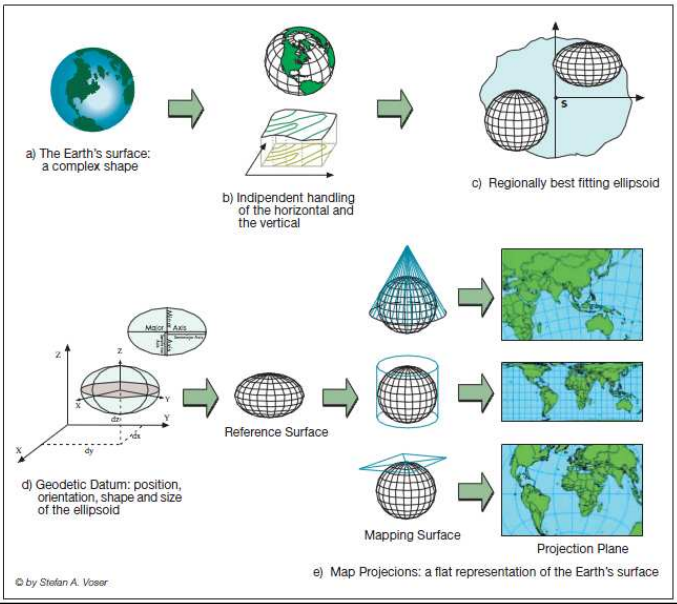
Projecções cartográficas

Professores: Gil Gonçalves e João Fernandes

Cursos: Mestrado em Engenharia Geográfica
Mestrado em Tecnologias de Informação Geográfica

Ano Lectivo: 11/12

Projecções cartográficas



Sistema de coordenadas geodésicas ETRS89

- É um datum geodésico baseado no elipsóide GRS80 e constitui a base do sistemas de referência que usam coordenadas geodésicas (ou elipsoidais).
- Parâmetros do elipsóide GRS80
  - a = 6378137 m
  - 1/f =298.257222101

Entitiy	Value
CRS ID	ETRS89
CRS alias	ETRS89 Ellipsoidal CRS
CRS valid area	Europe
CRS scope	Geodesy, Cartography, Geoinformation systems, Mapping
Datum ID	ETRS89
Datum alias	European Terrestrial Reference System 1989
Datum type	geodetic
Datum realization epoch	1989
Datum valid area	Europe/EUREF
Datum scope	European datum consistent with ITRS at the epoch 1989.0 and fixed to the stable part of the Eurasian continental plate for georeferencing of GIS and geokinematic tasks
Datum remarks	see Boucher C., Altamimi Z. (1992): The EUREF Terrestrial Reference System and its First Realizations. Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Heft 52, München 1992, p. 205-213 or ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/euref/info/guidelines/
Prime meridian ID	Greenwich
Prime meridian Greenwich longitude	0°
Ellipsoid ID	GRS 80
Ellipsoid alias	New International
Ellipsoid semi-major axis	6 378 137 m
Ellipsoid shape	true
Ellipsoid inverse flattening	298.257222101
Ellipsoid remarks	see Moritz, H. (1988): Geodetic Reference System 1980. Bulletin Geodesique, The Geodesists Handbook, 1988, Internat. Union of Geodesy and Geophysics
Coordinate system ID	Ellipsoidal Coordinate System
Coordinate system type	geodetic
Coordinate system dimension	3
Coordinate system axis name	geodetic latitude
Coordinate system axis direction	North
Coordinate system axis unit identifier	degree
Coordinate system axis name	geodetic longitude
Coordinate system axis direction	East
Coordinate system axis unit identifier	degree
Coordinate system axis name	ellipsoidal height
Coordinate system axis direction	up
Coordinate system axis unit identifier	metre

ERTS89: Transformações de coordenadas

- Transformação das coordenadas geodésicas em cartesianas

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N+h] \cos\varphi \cos\lambda \\ [N+h] \cos\varphi \sin\lambda \\ [N(1-e^2)+h] \sin\varphi \end{bmatrix}$$

onde

$$N = a(1-e^2 \sin^2\varphi)^{-1/2} \; ; \quad e = (2f-f^2)^{1/2}$$

- Transformação de coordenadas cartesianas em coordenadas geodésicas

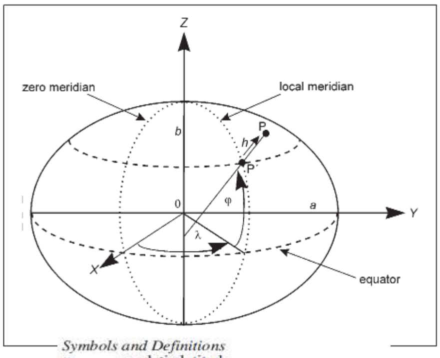
Calcula-se em primeiro lugar

$$\lambda = arc\tan\frac{Y}{X} \qquad \varphi_0 = arc\tan\frac{Z}{(1-e^2)(X^2+Y^2)^{1/2}}$$

Depois resolve-se iterativamente a equação

$$N_i = a(1-e^2 \sin^2\varphi_{i-1})^{-1/2}$$

$$h_i = \frac{(X^2+Y^2)^{1/2}}{\cos\varphi_{i-1}} - N_i \text{ for } |\varphi_o| < 45° \text{ and } h_i = \frac{Z}{\sin\varphi_{i-1}} - (1-e^2)N_i \text{ for } |\varphi_o| \geq 45° \qquad \varphi_i = arc\tan\left[\frac{Z}{(X^2+Y^2)^{1/2}} \cdot \frac{1}{1-\frac{e^2 N_i}{N_i+h_i}}\right]$$



Symbols and Definitions

φ	geodetic latitude
λ	geodetic longitude
h	ellipsoidal height
X, Y, Z	cartesian coordinates
N	radius of curvature in the prime vertical
e	first numerical eccentricity
a	semi-major axis of the ellipsoid
f	flattening of the ellipsoid

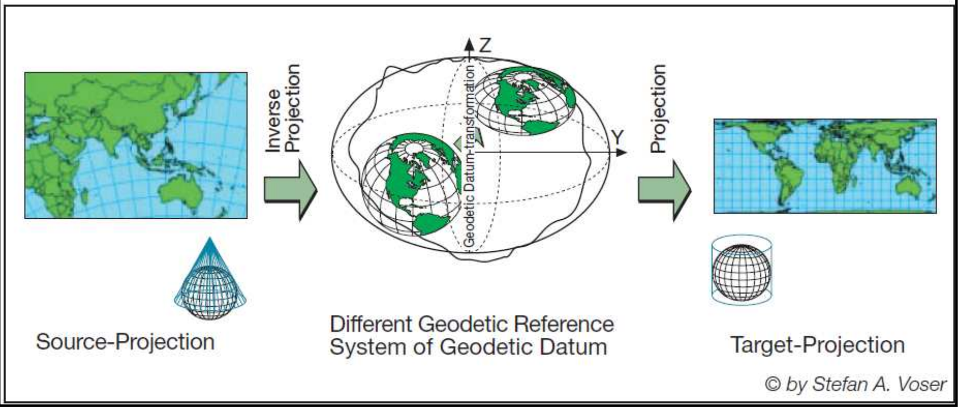
PT-TM06/ETRS89 - European Terrestrial Reference System 1989

- Elipsóide de referência:GRS80
  - Semi-eixo maior: a = 6 378 137 m
  - Achatamento: f = 1 / 298,257 222 101
- Projecção cartográfica:
  - Transversa de Mercator
    - Latitude da origem: 39º 40’ 05’’,73 N
    - Longitude da origem: 08º 07’ 59’’,19 W
- Falsa origem das coordenadas rectangulares:
  - Em M (distância à Meridiana): 0 m
  - Em P (distância à Perpendicular): 0 m
- Coeficiente de redução de escala no meridiano central:1,0

Transformação entre duas projecções cartográficas

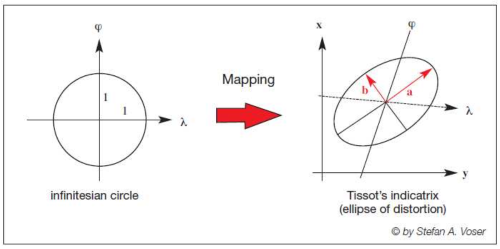
- A passagem duma projecção cartográfica A para uma projecção cartográfica B (A → B) faz-se executando os seguintes passos

1. Formulas da projecção inversa de A
2. Mudança do datum A para o datum B
3. Projecção directa de B



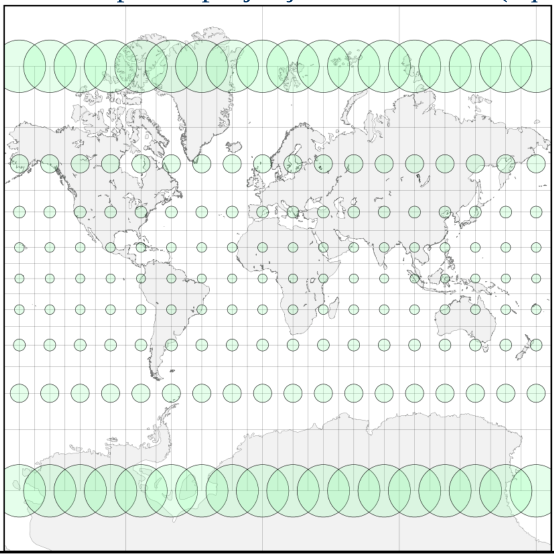
Indicatriz de Tissot

- O instrumento matemático que permite calcular as deformações das projecções num dado ponto é a indicatriz de Tissot (ou elipse de Erro)
  - Se a projecção for conforme num dado ponto a indicatriz irá manter-se circular, apesar de esta ser maior ou menor que a original
  - Se a projecção for equivalente num dado ponto é provável que a indicatriz não seja um círculo
  - Se a projecção for afilática num dado ponto a indicatriz pode variar tanto em forma com em tamanho.



Indicatriz de tissot

- Elipses de erro para a projecção de Mercator (equatorial)



Projecção Transversa de Mercator: Fórmulas directas

- Passo 1: Cálculo das constantes do arco meridional
  - Dados

k_0	(grid) scale factor assigned to the central meridian	a	semi-major axis of the ellipsoid
φ_0	parallel of geodetic latitude (grid) origin	b	semi-minor axis of the ellipsoid
λ_0	central meridian (CM)		
E_0	false easting (constant assigned to the CM)		
N_0	false northing (constant assigned to the latitude of grid origin)		

  - Calcula-se

e^2	first eccentricity squared	$e^2 = 2f - f^2$
e'^2	second eccentricity squared	$e'^2 = e^2/(1-e^2)$
n	second flattening	$n = f/(2-f)$

$$f = \frac{a-b}{a}$$

  - E depois

$$c = \frac{a}{(1-e^2)^{1/2}}$$

$$r = \frac{a\,(1+n^2/4)}{(1+n)}$$

$$U_0 = c\left[\left(\left(\left(\left(-\frac{86625}{8}e'^2 + 11025\right)\frac{e'^2}{64} - 175\right)\frac{e'^2}{4} + 45\right)\frac{e'^2}{16} - 3\right)\frac{e'^2}{4}\right]$$

$$U_2 = c\left[\left(\left(\left(-\frac{17325}{4}e'^2 + 3675\right)\frac{e'^2}{256} - \frac{175}{12}\right)e'^2 + 15\right)\frac{e'^4}{32}\right]$$

$$U_4 = c\left[-\frac{1493}{2} + 735\,e'^2\right]\frac{e'^6}{2048}$$

$$U_6 = c\left[\left(-\frac{3465}{4}e'^2 + 315\right)\frac{e'^8}{1024}\right]$$

- E ainda

$$V_0 = \left(\left(\left(\left(16384\,e'^2 - 11025\right)\frac{e'^2}{64} + 175\right)\frac{e'^2}{4} - 45\right)\frac{e'^2}{16} + 3\right)\frac{e'^2}{4}$$

$$V_2 = \left(\left(\left(-\frac{20464721}{120}e'^2 + 19413\right)\frac{e'^2}{8} - 1477\right)\frac{e'^2}{32} + 21\right)\frac{e'^4}{32}$$

$$V_4 = \left(\left(\frac{4737141}{28}e'^2 - 17121\right)\frac{e'^2}{32} + 151\right)\frac{e'^6}{192}$$

$$V_6 = \left(-\frac{427277}{35}e'^2 + 1097\right)\frac{e'^8}{1024}$$

- Nestas condições, as fórmulas para o arco meridional são

$$\omega_0 = \varphi_0\, r + \sin\varphi_0 \cos\varphi_0 \,(U_0 + U_2\cos^2\varphi_0 + U_4\cos^4\varphi_0 + U_6\cos^6\varphi_0)$$

$$S_0 = k_0\,\omega_0$$

Projecção Transversa de Mercator: Fórmulas directas

Input: geodetic coordinates of a point P (φ, λ)

Output: grid coordinates of a point P (E,N)

$$L = (\lambda - \lambda_0) \cos \varphi$$

$$\omega = \varphi r + \sin \varphi \cos \varphi (U_0 + U_2 \cos^2 \varphi + U_4 \cos^4 \varphi + U_6 \cos^6 \varphi)$$

$$S = k_0 \omega$$

$$R = \frac{k_0 a}{\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{1/2}}$$

$$A_1 = R$$

$$A_3 = \frac{1}{6} (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$A_5 = \frac{1}{120} (5 - 18 t^2 + t^4 + \eta^2 (14 - 58 t^2)$$

$$A_7 = \frac{1}{5040} (61 - 479 t^2 + 179 t^4 - t^6)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} R t$$

$$A_4 = \frac{1}{12} [5 - t^2 + \eta^2 (9 + 4 \eta^2)]$$

$$A_6 = \frac{1}{360} [61 - 58 t^2 + t^4 + \eta^2 (270 - 330 t^2)]$$

$$E = E_0 + A_1 L [1 + L^2 (A_3 + L^2 (A_5 + A_7 L^2))]$$

$$N = S - S_0 + N_0 + A_2 L^2 (1 + L^2 (A_4 + A_6 L^2)]$$

Projecção Transversa de Mercator: Fórmulas inversas

Input: grid coordinates of a point P (E, N)

Output: geodetic coordinates P (φ, λ)

$$\omega = \frac{N - N_0 + S_0}{k_0 r}$$

$$\varphi_f = \omega + (\sin \omega \cos \omega) (V_0 + V_2 \cos^2 \omega + V_4 \cos^4 \omega + V_6 \cos^6 \omega)$$

$$R_f = \frac{k_0 a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_f)^{1/2}}$$

$$B_6 = \frac{1}{360} [61 + 90 t_f^2 + 45 t_f^4 + \eta_f^2 (46 - 252 t_f^2 - 90 t_f^4)]$$

$$B_3 = -\frac{1}{6} (1 + 2 t_f^2 + \eta_f^2)$$

$$B_2 = -\frac{1}{2} t_f (1 + \eta_f^2)$$

$$B_5 = \frac{1}{120} [5 + 28 t_f^2 + 24 t_f^4 + \eta_f^2 (6 + 8 t_f^2)]$$

$$B_4 = -\frac{1}{12} [5 + 3 t_f^2 + \eta_f^2 (1 - 9 t_f^2) - 4 \eta_f^4]$$

$$B_7 = -\frac{1}{5040} (61 + 662 t_f^2 + 1320 t_f^4 + 720 t_f^6)$$

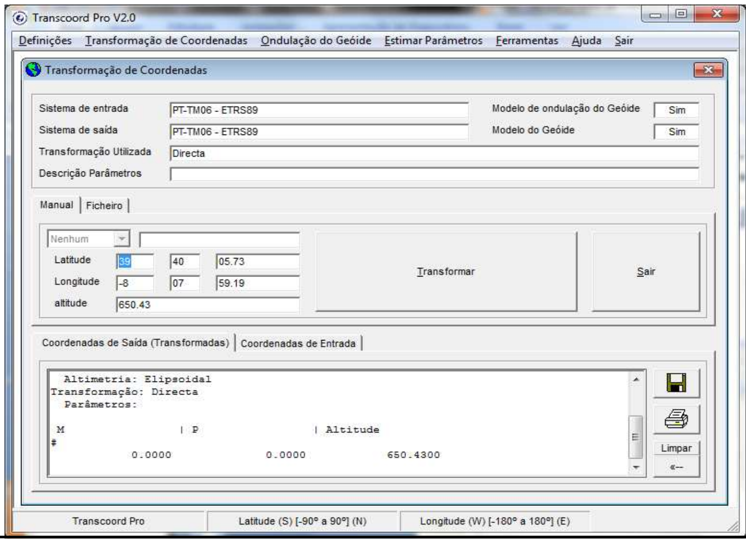
Finalmente

$$\varphi = \varphi_f + B_2 Q^2 [1 + Q^2 (B_4 + B_6 Q^2)]$$

$$L = Q [1 + Q^2 (B_3 + Q^2 (B_5 + B_7 Q^3))]$$

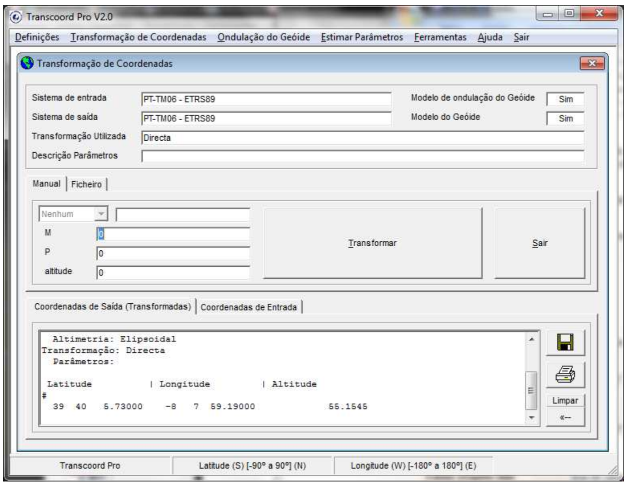
$$\lambda = \lambda_0 + L/\cos \varphi_f$$

Transcoord Pro: fórmulas directas



Transcoord Pro: fórmulas inversas

- Dados: Coordenadas rectangulares e altitude ortométrica M=0 ; P=0 ; H=0
- Pedido. Coordenadas geográficas e altitude elipsoidal $\phi = ?$; $\lambda = ?$; $h = ?$



Transformação de coordenadas: Folha Excel

1. Descarregar a folha excel em
   - http://www.ordnancesurvey.co.uk/oswebsite/gps/osnetfreeservices/furtherinfo/spreadsheet.html
2. Modificar os campos adequados:
   - Da folha constantes
3. Introduzir as coordenadas que se pretendem calcular.
4. Verificar os resultados obtidos

Aviso de Segurança As macros foram desactivadas. Opções...

L25C3 | f_x parts per million

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	ELLIPSOID AND PROJECTION CONSTANTS									
2										
3					°	'	"	Dec Degs	Rads	
4	**Semi-major axis, a**	6378137.0000	**True origin latitude, φ_0**	N	39	40	5.73	39.66825833	0.692341716	
5	**Semi-minor axis, b**	6356752.3141	**True origin longitude, λ_0**	W	8	7	59.19	-8.13310833	-0.141949519	
6	**Central Meridan Scale, F_0**	1.000000000000					a for OSGB36 =	6377563.3960		
7	**True origin Easting, E_0**	0.000					b for OSGB36 =	6356256.9100		
8	**True origin Northing, N_0**	0.000					a for GRS80 & WGS84 =	6378137.0000		
9	aF_0	6378137.00000000					b for GRS80 =	6356752.3141	Slight difference in b is due to different flattening values	
10	bF_0	6356752.31410000					b for WGS84 =	6356752.3142		
11							All other parameters same			