

---

FEUC / Departamento de Matemática  
FEUC/FCTUC

**Matemática I**

Licenciatura em Gestão

7 de novembro de 2014

Primeira Frequência

---

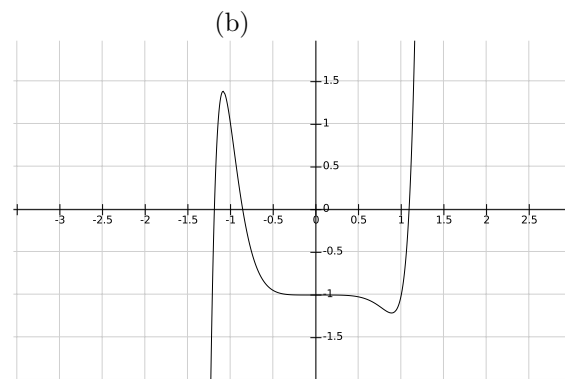
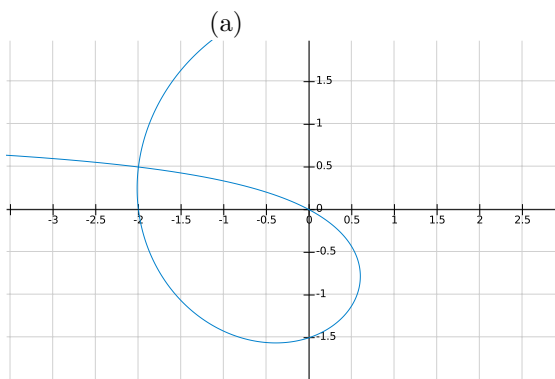
Duração: 2h

Sem consulta de apontamentos ou textos

Tabela de primitivas autorizada

Calculadora científica ou gráfica autorizada

- Num determinado país, o imposto sobre o rendimento singular é cobrado da seguinte forma: ficam isentos os que têm rendimento até 900 euros; aos que têm um rendimento acima de 900 euros e até 2.200 euros é cobrado um imposto de 23,5%; e acima de 2.200 euros é-lhes cobrado um imposto de 32,5%.
  - Esboce o gráfico da percentagem  $P$  cobrada em função do rendimento  $R$ .
  - Qual o montante do imposto cobrado sobre um rendimento de 1.250 euros? E sobre 2.750 euros?
  - Esboce o gráfico do montante de imposto  $T$  cobrado em função do rendimento  $R$ .
- Diga, justificando, se a curva dada é o gráfico de uma função definida pelas suas coordenadas cartesianas.



- Determine o domínio da função real de variável real definida por  $f(x) = \arcsen\left(\frac{x^2}{5x+6}\right)$ .
- Calcule a derivada de uma e uma e só das seguintes funções:
  - $y = \sinh(\cosh(8x))$
  - $y = x \arccos(5x) - \sqrt{1-x^2}$
- Calcule um e um e só dos seguintes limites, utilizando a regra de L'Hôpital. Deve indicar em cada caso qual a indeterminação em causa.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(\sqrt{x})}{2x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$

6. A função arco-tangente definida por  $h(x) = \arctan x$  representa a função inversa da restrição da tangente ao intervalo  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ .

(a) Indique o domínio e o contradomínio de  $h$ .

(b) Calcule

$$h(\sqrt{3}), h(-1), h(0).$$

(c) Mostre que  $h$  é uma função ímpar.

(d) Esboce os gráficos das funções definidas por  $p(x) = |h(x)|$  e  $q(x) = h(|x|)$ .

(e) Verifique que  $p(x) = q(x)$ .

7. A população  $P$  de uma certa cidade cresce exponencialmente com o tempo  $t$  (isto é, é descrita por uma função definida por uma expressão da forma  $Ce^{Kt}$  com  $C$  e  $K$  constantes). Dos registos feitos a partir do ano de 1999, considerado o ano zero, obtivemos os seguintes resultados:

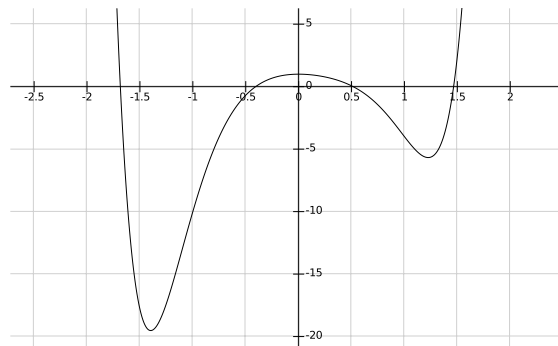
Table 1: Tabela de variação da população P

$t$ anos	0	1	2	3	4
população $P$	826758	843293	860159	877361	894908

(a) Será este um crescimento exponencial? Porquê?

(b) Se se mantiver o mesmo tipo de crescimento, qual será a população no ano de 2016?

8. O desenho seguinte representa o gráfico de uma função  $f$ . Esboce o gráfico de  $f'$ .



9. Calcule as primitivas de duas e só duas das funções indicadas:

(a)  $\sqrt{5x+2}$

(d)  $\frac{\tan \sqrt{2x}}{\sqrt{x}}$

(b)  $\frac{\sqrt{\ln(x)+1}}{x}$

(e)  $\frac{x}{1+x \tan x}$

(c)  $\sec x(\sec x + \tan x)$

(f)  $\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$