
FEUC / Departamento de Matemática
FEUC/FCTUC

Matemática I

Licenciatura em Gestão

13 de novembro de 2015

Primeira Frequência

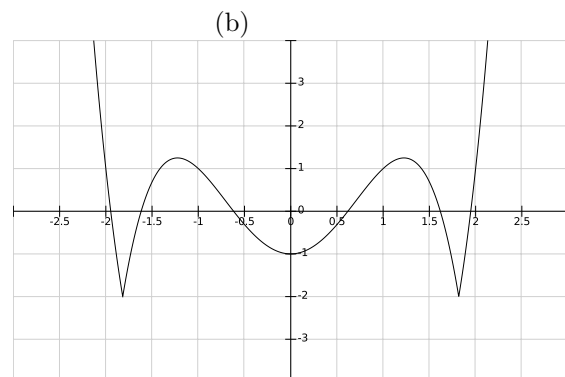
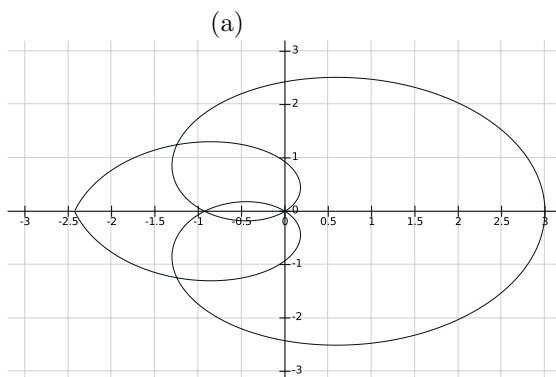
Duração: 2h

Sem consulta de apontamentos ou textos

Tabela de primitivas autorizada

Calculadora científica ou gráfica autorizada

- O custo de uma plantação é, normalmente, uma função do número de hectares semeados. O custo do equipamento é um **custo fixo**, pois tem que ser pago independentemente do número de hectares plantados. O custo dos materiais e o custo da mão de obra varia com o número de hectares plantados e são chamados **custos variáveis**. Suponha que os custos fixos sejam de 10 mil euros e os custos variáveis de 200 euros por hectare. Seja C o custo total, calculado em milhares de euros, e x o número de hectares plantados.
 - Encontre uma fórmula para C em função de x .
 - Esboce o gráfico da função $C(x)$.
 - Explique como você pode visualizar no gráfico os custos fixos e variáveis.
- Diga, justificando, se a curva dada é o gráfico de uma função definida pelas suas coordenadas cartesianas.



3. Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x}{x} = 1$.

4. Calcule:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tanh(2x)}{x^2}$;

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sec(3x)]^{1/x}$.

5. Calcule as derivadas de **duas (e só duas)** das quatro funções indicadas a seguir.

(a) $x \ln(x^3 + 1)$

(b) e^{e^x}

(c) $\frac{\cosh x + 1}{x^3 + \arg \cosh x}$

(d) $\log_{0,5}(x + \cos x)$

6. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \arcsen(x^2) & \text{se } x < 0 \\ (\arcsen x)^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Determine o domínio de f (utilizando a convenção habitual).

(b) Calcule $f'(x)$, indicando o seu domínio e justificando cuidadosamente o valor que obtiver para $f'(0)$.

(c) f é uma função par? Justifique.

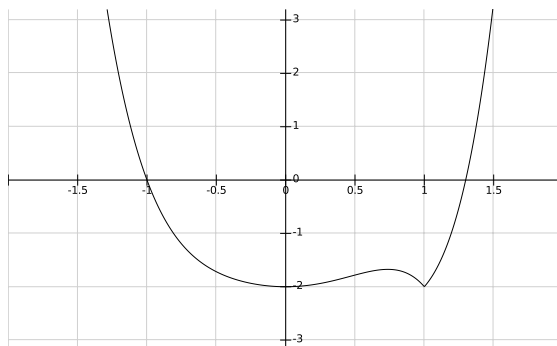
7. O Governo decide lançar um imposto sobre a cerveja. Supõe-se que o consumo total anual (em milhões de litros) seja descrito pela função

$$b(x) = 30 - 10\sqrt{x}$$

onde x é o valor do imposto (por litro) em euros.

Qual o valor de x que irá maximizar as receitas do Estado?

8. O desenho seguinte representa o gráfico de uma função f . Esboce o gráfico de f' .



9. Considere a seguinte equação diferencial:

$$y'(x) = (\cosh(x - e^x) - 2015)^2$$

Sem efetuar quaisquer cálculos indique uma propriedade da solução da equação diferencial.

10. Calcule as primitivas de **duas (e só duas)** das quatro funções indicadas a seguir.

(a) $x \cos(3x)$

(b) $e^x \cos(e^x) \sen(e^x)$

(c) $e^{-(x^2)} + \frac{\sen x}{x}$

(d) $\text{tg}(2x) + \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1}$