
FEUC / Departamento de Matemática
FEUC/FCTUC

Matemática I

Licenciatura em Gestão

29 de janeiro de 2016

Exame de Recurso

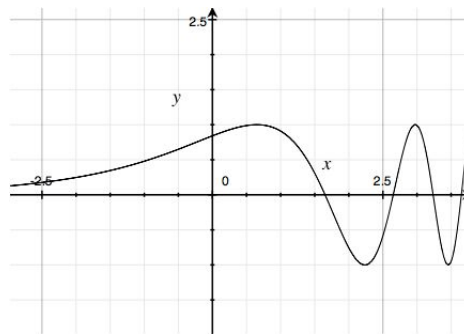
Duração: 2h

Sem consulta de apontamentos ou textos

Tabela de primitivas autorizada

Calculadora científica ou gráfica autorizada

1. O desenho seguinte representa o gráfico de uma função f . Esboce o gráfico de f' .



2. Um investidor faz uma aplicação do seu dinheiro durante um ano numa instituição financeira que remunera o capital investido, $K(t)$, de acordo com

$$\frac{dK}{dt} = 0,025K(t)$$

onde t é medido em meses. Supondo que o investidor aplica inicialmente 999 euros, determine o valor do capital que o investidor recebe ao fim desse ano.

3. Resolva a desigualdade em ordem à variável x

$$2^{x^2-1} > 8$$

4. (a) Esboce o gráfico da função g definida em $[-5,5]$ por $g(x) = \begin{cases} -2^x & \text{se } x < -1 \\ 1 & \text{se } x = -1 \\ \ln(x+2) & \text{se } x > -1 \end{cases}$

(b) Justifique, por um argumento geométrico, se g é ou não invertível.

5. Calcule a derivada das funções definidas por:

(a) $h(x) = 2^x + \log_4(5x + 7)$

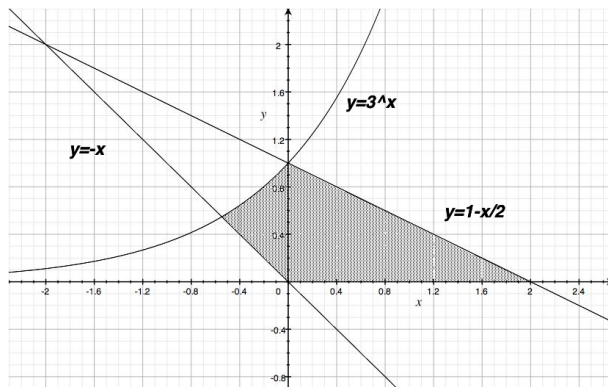
(b) $r(x) = \frac{5x+7}{1+2^x}$

6. Considere a equação diferencial ordinária:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x^2$$

- (a) Investigue se $f(x) = \frac{x^3}{2} + 2016x$ é solução da equação diferencial.
 (b) Determine a solução geral da equação diferencial.

7. Indique quais os integrais definidos que permitem calcular a área da figura sombreada na imagem seguinte (não é preciso calcular os integrais obtidos):



8. Calcule dois (e só dois) dos seguintes integrais:

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx \quad \int_1^2 \ln(x^2) dx \quad \int_0^1 (\cosh x)^3 dx \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{2x + x^2 + 1}{x(x^2 + 1)} dx$$

9. Considere a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} \arcsen(x^2) & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - x^3 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (a) Diga, justificando, se f tem derivada em $x = 0$.
 (b) Determine, caso existam, os extremos locais de f .
10. (a) Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$.
 (b) Calcule, se possível, o valor dos integrais impróprios $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ e $\int_0^1 \ln x dx$.
 (c) Diga, justificando, como pode relacionar os integrais impróprios anteriores com áreas de regiões do plano.

11. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} -y - z = 0 \\ x + 2y - 3z = 1 \\ -x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

- (a) Escreva o sistema na forma matricial e resolva-o pelo método de eliminação de Gauss;
 (b) Justifique que a matriz do sistema é invertível e calcule a sua inversa.
12. Calcule o determinante da matriz $A = \begin{bmatrix} 1,6 & 0,4 & 1,2 \\ 2,2 & -0,3 & 2,5 \\ 0,4 & 0,2 & 0,2 \end{bmatrix}$ e diga, justificando, se a matriz A admite inversa.