
FEUC / Departamento de Matemática
FEUC/FCTUC

Matemática I

Licenciatura em Gestão

11 de novembro de 2016

Primeira Frequência

Duração: 2h

Sem consulta de apontamentos ou textos

Tabela de primitivas autorizada

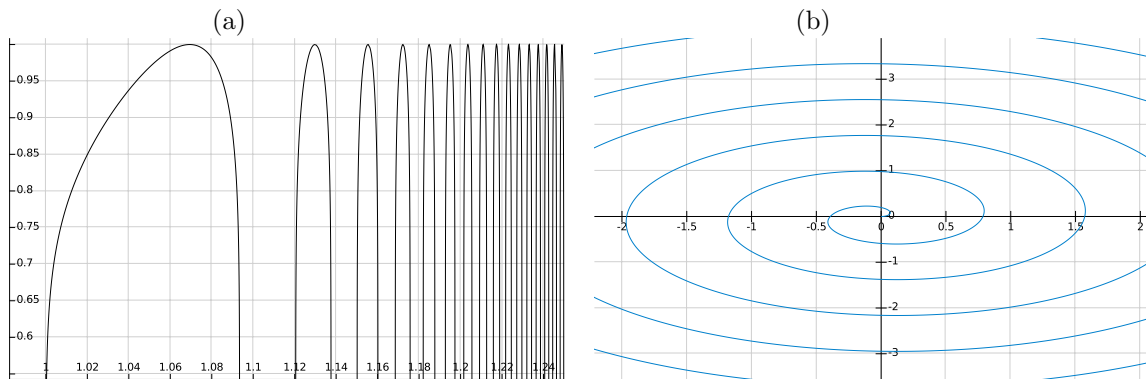
Calculadora científica ou gráfica autorizada (qualquer modelo)

1. Para vender 100 unidades de uma certa mercadoria, um comerciante dispõe de duas lojas.

Na loja A o lucro obtido com a venda de x unidades é dado por $L_A(x) = -300 + 10x - \frac{x^3}{6}$. Na loja B o lucro obtido com a venda de x unidades é dado por $L_B(x) = -100 + 9x$ (note-se que $L_A(0) = -300$ e $L_B(0) = -100$, pois as lojas têm custos mesmo que não vendam nada).

Supondo que todas as unidades serão vendidas, como deve o comerciante distribuir as 100 unidades pelas duas lojas de forma a que o seu lucro seja máximo?

2. Diga, justificando justificando devidamente, se alguma curva dada é o gráfico de uma função definida pelas suas coordenadas cartesianas.



3. Determine o domínio da função real de variável real definida por $f(x) = \frac{x^2}{\cosh x}$.

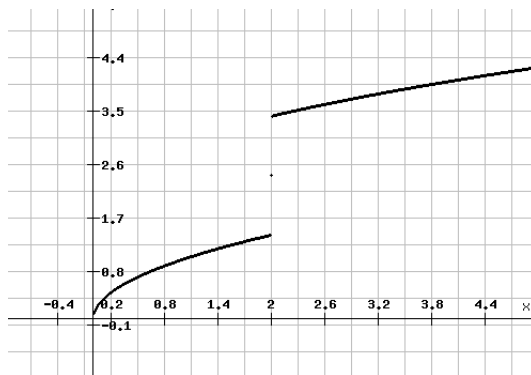
4. Justifique que:

(a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ para todo o $x \in \mathbf{R}$;

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tgh}(20x)}{x} = 20$.

5. Seja h a função definida por $h(x) = \frac{x}{5^x - 2}$. Justifique que a função h não tem pontos críticos.

6. O desenho seguinte representa o gráfico de uma função f . Esboce o gráfico de f' .



7. Calcule a derivada de **duas (e só duas)** das três funções indicadas a seguir:

(a) $m(x) = x \arctan(\sqrt{x}) + \arctan(\sqrt{x}) - \sqrt{x}$

(b) $j(x) = x^{x^2}$

(c) $k(x) = (x^\pi - \pi^x)^2$

8. Considere a restrição ao intervalo $[0, \frac{\pi}{2}[$ da função secante ($\sec x = \frac{1}{\cos x}$).

(a) Justifique que essa função tem inversa;

(b) Defina a função inversa e esboce o seu gráfico.

9. Calcule o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x}$$

10. Calcule as primitivas de **duas (e só duas)** das quatro funções indicadas a seguir:

(a) $\sin^2(2x) \cos(2x)$

(b) $x^3 \ln x$

(c) $\operatorname{arctg} x$

(d) $\frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$