
FEUC / Departamento de Matemática
FEUC/FCTUC

Matemática I

Licenciatura em Gestão

10 de novembro de 2017

Primeira Frequência

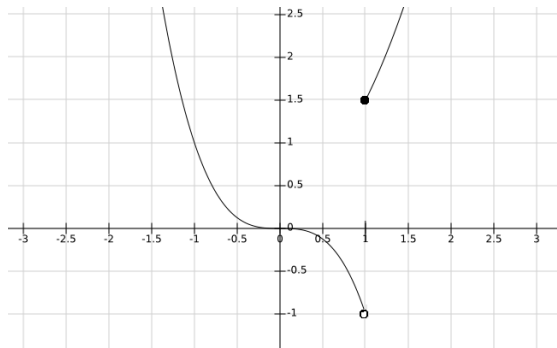
Duração: 2h

Sem consulta de apontamentos ou textos

Tabela de primitivas autorizada

Calculadora científica ou gráfica autorizada (qualquer modelo)

1. O desenho seguinte representa o gráfico de uma função f . Esboce o gráfico de f' .



2. Considere a expressão na variável x definida por

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{2x+1}{x^2+1}\right).$$

Determine o domínio de $f(x)$.

3. Seja f a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{1/x} - 1 & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}.$$

- (a) Estude a continuidade de f e determine as assíntotas ao gráfico de f ;
(b) Defina a função derivada de f , f' ;
(c) Justifique que f tem inversa e defina a inversa de f , f^{-1} .
4. Suponha que a proporção P de eleitores que reconhecem o nome de um candidato t meses após o início da campanha é dada por

$$P(t) = \frac{13t}{t^2 + 100} + 0,18$$

- (a) Quantos meses após o início da campanha o reconhecimento atinge o seu máximo?

(b) Quando é que a campanha deve ser lançada para que se tenha o maior reconhecimento no início de novembro?

5. Calcule, caso existam, **dois (e só dois)** dos seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sinh x} - 1}{x^3}$;

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-2} \ln(\cosh x)$;

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/\ln(2x)}$.

6. Calcule as primitivas de **duas (e só duas)** das quatro funções indicadas a seguir:

(a) $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$;

(b) $g(x) = \sin(\ln(x))$;

(c) $h(x) = \frac{3^x}{3^{2x} - 3^x - 2}$;

(d) $m(x) = \cos^5(x)$.

7. Considere a equação diferencial que modela o crescimento populacional $y(t)$, segundo Malthus:

$$y'(t) = ky(t)$$

onde k é um parâmetro real, $y(t)$ está expresso em milhões e t expresso em anos.

- (a) Resolva a equação diferencial (solução geral).
- (b) Tendo por base o sinal de y' descreva (sem efetuar cálculos) qual o comportamento qualitativo (monotonia) das soluções não-negativas em função do sinal de k .
- (c) Determine o valor de k e a solução da equação diferencial (solução particular), sabendo que a população inicial era de 10 milhões e que passados 10 anos era de 100 milhões.