

Prefácio

Duas atitudes em face da Ciência

A Ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente — descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.

Descobre-se ainda qualquer coisa mais importante e mais interessante: — no primeiro aspecto, a Ciência parece bastar-se a si própria, a formação dos conceitos e das teorias parece obedecer só a necessidades interiores; no segundo, pelo contrário, vê-se toda a influência que o ambiente da vida social exerce sobre a criação da Ciência.

A Ciência, encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.

A atitude que será aqui adoptada

Será esta a atitude que tomaremos aqui. A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado,

ÍNDICE

onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol, nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro.

Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre.

Mesmo quanto aos seus problemas próprios, raramente acontece, se eles são de facto daqueles grandes problemas que põem em jogo a sua essência e o seu desenvolvimento, que eles não interessem também, e profundamente, a corrente geral das ideias.

O leitor encontrará a justificação destes pontos de vista nos capítulos que se seguem. Neste primeiro volume^[1] estão agrupados aqueles conceitos básicos que dizem respeito à noção de quantidade; nos seguintes^[2] serão estudados os que têm por tema as noções de lei, de evolução e de classificação.

Lisboa, Junho de 1941.

^[1] Refere-se à 1.^a Parte desta obra, então publicada isoladamente.

^[2] Refere-se à 2.^a e 3.^a Partes desta obra projectadas então como volumes, dos quais se publicou o relativo à 2.^a Parte.

1. ^a PARTE: NÚMEROS	1
--	---

Capítulo I

O problema da contagem	3
1. ^o Números naturais	3
2. ^o Operações.	16

Capítulo II

O problema da medida.	29
1. ^o Construção do campo racional	29
2. ^o Propriedades do campo racional	38

Capítulo III

Crítica do problema da medida	48
1. ^o Crítica	48
2. ^o Construção	53

Capítulo IV

Um pouco de história	64
--------------------------------	----

Capítulo V

O campo real.	83
-----------------------	----

Capítulo VI

Números relativos	95
-----------------------------	----

2.ª PARTE : <i>FUNÇÕES</i>	105
<i>Capítulo I</i>	
Estudo matemático das leis naturais	107
1.º Ciência e lei natural	107
2.º Conceito de função	125
<i>Capítulo II</i>	
Pequena digressão técnica	140
1.º Observações preliminares	140
2.º Algumas funções importantes	142
<i>Capítulo III</i>	
Equações algébricas e números complexos	153
1.º Equações algébricas	153
2.º Números complexos	161
3.º Interação	170
<i>Capítulo IV</i>	
Excursão histórica e filosófica	179
3.ª PARTE : <i>CONTINUIDADE</i>	211
<i>Capítulo I</i>	
O método dos limites	213
1.º Conceito de infinitésimo	213
2.º Conceito de limite	227
<i>Capítulo II</i>	
Um novo instrumento matemático — as séries	255
<i>Capítulo III</i>	
O problema da continuidade	288
NOTA I	313
NOTA II	317
ERRATA	319

1.ª PARTE. NÚMEROS