

Introdução à Álgebra Linear

Ana Paula Santana e João Filipe Queiró

Gradiva, 2010

Resolução do exercício 14 da Secção 1.2

Pelo exercício anterior, já sabemos que A tem de ser uma matriz diagonal. Sejam $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ os seus elementos diagonais. Pretendemos mostrar que estes n números são todos iguais.

Designemos por E_{12} a matriz $n \times n$ cujos elementos são todos nulos excepto o elemento na posição $(1, 2)$, que é igual a 1. Como A comuta com todas as matrizes $n \times n$, tem-se $AE_{12} = E_{12}A$.

O elemento $(1, 2)$ de AE_{12} é a_{11} , enquanto que o elemento $(1, 2)$ de $E_{12}A$ é a_{22} . Como as duas matrizes são iguais, concluímos que $a_{11} = a_{22}$.

Com raciocínios análogos concluímos que todos os elementos diagonais de A são iguais.