

**Fundação Calouste Gulbenkian**

# **REANIMAT**

## **Relatório de Avaliação Final do Projecto**

**António St.Aubyn  
Frederico Valsassina Heitor  
João Filipe Queiró**

**Dezembro 2007**

## Índice

|  |    |
|--|----|
| <i>Preâmbulo</i>   | 3  |
| <b>1. Diagnóstico da situação do ensino da Matemática em Portugal</b>  |    |
| O problema da Matemática em Portugal                                   | 5  |
| A importância da questão para o país                                   | 6  |
| <b>2. A discussão sobre os programas de Matemática na década de 90</b> |    |
| A Lei de Bases de 1986 e a reforma curricular                          | 8  |
| O ajustamento de 1995-1997   | 12 |
| <b>3. Descrição e análise do projecto REANIMAT</b>                     |    |
| Origem e objectivos do projecto  | 23 |
| A organização do projecto  | 30 |
| O curso do projecto  | 35 |
| As finanças do projecto  | 41 |
| <b>4. Análise dos textos produzidos no âmbito do projecto</b>          | 42 |
| <b>5. Depoimentos de professores</b>                                   |    |
| Professores participantes no REANIMAT                                  | 48 |
| Outros professores   | 50 |
| <b>6. Depoimentos de alunos</b>  | 54 |
| <b>7. Conclusões</b>   |    |
| Sobre a fundamentação e os objectivos                                  | 56 |
| Sobre a organização e a concretização                                  | 65 |
| Sobre os resultados, os textos e o impacto do projecto                 | 68 |
| <b>8. Anexos</b>   |    |
| Objectivos do projecto   | 74 |
| Depoimentos dos membros da Comissão de Acompanhamento                  | 79 |

## **Preâmbulo**

*No Verão de 2005, após o fim do projecto REANIMAT, que ao longo dos anos lectivos de 2001/2002, 2002/2003 e 2003/2004 acompanhou a leccionação da disciplina de Matemática a seis turmas do ensino secundário de três escolas da região de Lisboa, fomos convidados pelo Serviço de Educação e Bolsas da Fundação Calouste Gulbenkian para levar a cabo a respectiva avaliação final.*

*Reunimos logo de início com os responsáveis científicos do projecto. Nos meses seguintes, e ao longo de 2006, analisámos os relatórios intercalares dos coordenadores do REANIMAT e os textos didácticos produzidos no âmbito do projecto, postos à nossa disposição pela Fundação.*

*Fomos também recolhendo depoimentos sobre o REANIMAT de vários professores não associados ao projecto. E ouvimos todos os membros da Comissão de Acompanhamento, que ao longo dos três anos de vigência do projecto obtiveram informações sobre o seu desenvolvimento. Já em 2007, reunimos com os professores directamente envolvidos no REANIMAT.*

*A nossa maior dificuldade esteve em obter informações sobre os estudantes que, tendo feito parte das turmas abrangidas pelo projecto, prosseguiram para cursos do ensino superior (informações essas, de resto, cuja obtenção estava inicialmente prevista pelo projecto). Conseguimos, de duas instituições, alguma informação sobre o seu aproveitamento, mas acabámos por não conseguir promover uma reunião com esses estudantes, dos quais recolhemos apenas um pequeno número de depoimentos.*

*O presente relatório inicia-se com um diagnóstico da situação do ensino da Matemática em Portugal e uma referência à evolução dos programas de Matemática em Portugal na década de 90. Segue-se uma resumida descrição do REANIMAT e uma apreciação dos textos produzidos no âmbito do projecto. Após análise dos resultados dos estudantes e do impacto do projecto nos professores e nas escolas, e referência aos depoimentos recolhidos, o relatório termina com um capítulo de conclusões e recomendações.*

*Lisboa, Dezembro de 2007*

*António St.Aubyn*

*Frederico Valsassina Heitor*

*João Filipe Queiró*

## 1. Diagnóstico da situação do ensino da Matemática em Portugal

### O problema da Matemática em Portugal

Não é de todo inútil começar a nossa análise por uma questão muito geral e perguntar: Há um problema com a Matemática no ensino não-superior em Portugal? E, se há, tem alguma importância?

Quanto à primeira pergunta, o mínimo que se pode dizer é que parece haver um problema com a aprendizagem da Matemática. Todos os indicadores disponíveis convergem para esta conclusão: os estudos e relatórios internacionais (PISA, TIMMS, OCDE), os resultados médios dos exames nacionais do 12º ano (e agora também do 9º ano), a fuga aos cursos superiores que exigem ou incluem formação em Matemática, os resultados de testes diagnóstico realizados com estudantes do 1º ano de cursos de Ciências e Engenharia, que sugerem quebra grave de competências matemáticas, em média, à entrada no Ensino Superior. (Sobre este tema, ver, por exemplo, Jorge Buescu, *Sintomas, diagnósticos e terapêuticas: o olhar de um matemático*, Actas do Seminário "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", Conselho Nacional de Educação, Lisboa, 2003, p. 155-204.)

A estes indicadores razoavelmente objectivos acrescenta-se uma multiplicidade de depoimentos negativos, sobretudo de professores (de vários graus), sobre os

conhecimentos e competências com que os alunos lhes chegam às mãos, e também de empregadores. É mais difícil atribuir um valor objectivo a tais depoimentos, frequentemente impressionistas e pouco sistemáticos, devendo eles ser vistos sobre o pano de fundo dos indicadores atrás referidos.

Noutro plano, são de registar críticas frequentes e sérias a programas, manuais, peso curricular da Matemática nalguns níveis de ensino, defeitos graves na formação e recrutamento dos professores.

#### A importância da questão para o país

Quanto à segunda pergunta, é legítimo colocá-la: se de facto há problemas com a aprendizagem da Matemática, deve isso ser uma preocupação para Portugal? A resposta a esta pergunta ou é razoavelmente banal ou envolve considerações políticas de fundo que excedem o âmbito deste documento.

Fiquemo-nos pelo seguinte: a Matemática, nos sucessivos níveis de ensino, tem um papel estruturante, seja pela disciplina mental que proporciona seja pelo seu uso nas outras disciplinas. A jusante do sistema educativo, a Matemática desempenha um papel central em todas as actividades que se desenrolam num quadro de racionalidade, mais até do que de quantificação.

Se Portugal pretender ter no futuro uma economia com forte componente industrial própria e com uma terciarização diferenciada – isto é, serviços baseados no conhecimento, na inovação científico-tecnológica, no valor acrescentado intelectual – então o investimento na qualidade do ensino da Matemática é absolutamente crucial.

O papel central atribuído à Matemática, e os maus resultados na disciplina, levam a que a Matemática escolar seja por vezes apontada como um instrumento de selecção social. É preciso a este respeito sublinhar que, pelo contrário, a Matemática – sobretudo no decisivo 1º ciclo – pode funcionar como um excelente igualizador social.

Voltando à questão do “problema da Matemática”, convém referir que não há um problema mas sim vários (conforme os níveis de ensino), o que implica que não haja uma só tentativa de resposta mas sim várias. Por outro lado, e mais geralmente, parte dos problemas não são em rigor problemas específicos da Matemática, mas problemas da Escola e da sociedade, de que a Matemática, uma disciplina que exige concentração, esforço e trabalho continuados, funciona como revelador.

## **2. A discussão sobre os programas de Matemática na década de 90**

### A Lei de Bases de 1986 e a reforma curricular

As origens remotas do processo que veio a conduzir à criação do projecto REANIMAT podem localizar-se na Lei de Bases do Sistema Educativo de 1986, que reorganizou o ensino não-superior em Portugal, instituindo um ensino básico de nove anos e um ensino secundário de três anos. Na sequência da aprovação da Lei, foi criada uma Comissão de Reforma do Sistema Educativo, que produziu documentos de orientação e constituiu comissões para as diversas reformas curriculares.

Já no início dos anos 90, após discussão pública, foram publicados pelo Ministério da Educação programas de Matemática para os vários ciclos de ensino, que foram aplicados primeiro em algumas escolas em regime experimental, e mais tarde generalizados. O debate em torno dos novos programas permitiu detectar, talvez pela primeira vez de forma clara em Portugal, uma divergência de fundo quanto ao ensino da Matemática: contra a Matemática como disciplina de rigor, de ensino cumulativo, começou a manifestar-se em Portugal a concepção, já conhecida noutros países, que centra o processo de ensino na vontade do aluno, que “constrói” o seu conhecimento de acordo com a sua realidade e interesses e a partir da consideração de problemas, “experiências” e “actividades de investigação”. Esta concepção tornou-se dominante nos meios das Ciências da Educação e também da Associação dos Professores de

Matemática (APM) – constituída na segunda metade da década de 80 – e veio a ter grande influência nas estruturas do Ministério da Educação.

Bem representativo deste ponto de vista é o seguinte trecho do documento “Renovação do currículo de Matemática”, produzido pela APM em 1988 na sequência de um seminário em Vila Nova de Milfontes e publicado pela Comissão de Reforma do Sistema Educativo. Numa secção intitulada “Aprender Matemática: porquê e para quê”, depois de várias considerações sobre os objectivos do ensino e da aprendizagem escolar da Matemática, diz-se (citamos dos extractos reproduzidos no Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, nº 12, Março 1989, p. 64-68):

*Decorrem daqui diversas implicações quanto aos objectivos e orientações fundamentais para o Ensino da Matemática, sendo alguns de natureza educativa geral:*

*(a) O ensino da Matemática, em todos os níveis, deve proporcionar aos alunos experiências diversificadas em contextos de aprendizagem ricos e variados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afectiva e social, designadamente estimulando a curiosidade, a atitude crítica, o gosto de organizar raciocínios e de comunicar, o gosto de enfrentar e resolver problemas, a independência e a auto-confiança intelectuais. Esta visão opõe-se totalmente a uma aprendizagem baseada na acumulação de conhecimentos factuais e de técnicas, e a um ensino orientado para os conteúdos e para as aptidões cognitivas dos níveis mais baixos.*

*(b) A aprendizagem da Matemática, em todos os níveis, deve constituir aos olhos dos alunos uma experiência pessoal positiva que tem significado e importância por si mesma e no momento em que decorre e se desenvolve. Esta visão opõe-se totalmente a um ensino cuja relevância é apenas justificada de modo autoritário em termos de futuras necessidades escolares ou profissionais ou de imposições da organização lógica de uma ciência que, pretensamente, se estruturaria de uma forma estática e rígida.*

*(c) Os currículos e programas de Matemática, em todos os níveis, devem não só admitir como encorajar experiências de aprendizagem que tenham a ver com motivações e interesses de natureza individual, social ou cultural resultantes das vivências que os alunos tiveram e têm ou que é possível proporcionar-lhes. Esta visão opõe-se totalmente a um ensino em que tudo é igual para todos, em nome das características próprias de uma ciência que, pretensamente, seria independente daquelas vivências.*

*(d) O ensino e a aprendizagem da Matemática, em todos os níveis, devem ser avaliados de uma forma que corresponda à diversidade dos seus objectivos e à multiplicidade das suas actividades, recorrendo a instrumentos muito variados que visem: os aspectos cognitivos e os afectivos; o trabalho individual e o de grupo; as aptidões escritas e as orais; as capacidades de interpretação e as de criação. Esta visão opõe-se totalmente a um ensino em que tudo é avaliado através de testes e exames escritos, individuais, sem consulta e com tempo limitado.*

Várias das considerações do documento sobre as finalidades do ensino da Matemática, anteriores a esta passagem, parecem razoáveis e equilibradas. É na cadência das quatro ocorrências de “Esta visão opõe-se totalmente a” que se detecta melhor a caricatura do ensino da Matemática como disciplina de rigor, e o radicalismo da ruptura proposta.

A caricatura permanece muitos anos depois, como se pode observar lendo alguns dos artigos contidos nas Actas do Seminário "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", Conselho Nacional de Educação, Lisboa, 2003. Leia-se o final do artigo *O ensino da Matemática em Portugal: uma prioridade educativa?*, de João Pedro da Ponte:

*A Matemática tem algo de fundamental a oferecer a todas as crianças e jovens. Não a Matemática autoritária, dos dogmas, dos anátemas, do certo e do errado, das humilhações e dos castigos, mas a Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas. Proporcionar a todos os alunos experiências matemáticas genuínas deveria ser, na minha perspectiva, uma importante prioridade educativa. (p. 54)*

Note-se a justaposição das palavras “certo” e “errado” com “autoritária”, “dogmas”, “anátemas”, “humilhações”, “castigos”.

A discussão sobre os programas atravessou os primeiros anos da década de 90, com contribuições variadas, desde escolas universitárias a associações e individualidades. Em 1992, a equipa responsável pelas propostas de programa publicou algumas reflexões

sobre a sua actividade e sobre o debate havido (Brigitte Thudichum, Natália Vaz, Ana Ribeiro Rosa, Guilhermina Lobato, Maria José Burnay, Francelino Gomes, Yolanda Lima, *Ainda os novos programas de Matemática*, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, nº 24, Novembro 1992, p. 58-60), dizendo a determinado passo:

*Não se pode elaborar um programa sob a pressão de um grupo que põe a tónica na resolução de problemas e no desenvolvimento de actividades abertas, ou de outro que considera o volume dos saberes sempre insuficiente para quem vai ingressar na Faculdade (...).*

#### O ajustamento de 1995-1997

Em princípios de 1995, o Ministério da Educação constituiu uma equipa técnica para o ajustamento do novo programa de Matemática do ensino Secundário (10º, 11º e 12º anos), que entrara em aplicação generalizada a partir de 1993/94. As propostas apresentadas por esta equipa – constituída por Arsélio Martins (Esc. Sec. José Estevão, Aveiro), Graziela Fonseca (Esc. Sec. Filipa de Vilhena, Porto) e Jaime Carvalho e Silva (Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra) – foram objecto de discussão durante o ano de 1995, que envolveu de novo várias partes, com muitas contribuições.

A Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) emitiu um parecer muito crítico em relação à primeira proposta de ajustamento (texto de Natália Bebiano, Celeste Gouveia e Luís Sanchez no Boletim da SPM, nº 32, Agosto 1995, p. 129-143), criticando a

ênfase nas calculadoras, apresentando uma proposta alternativa de encadeamento dos temas, e chegando a propor uma constituição diferente para a equipa técnica.

No mesmo nº do Boletim da SPM há um artigo, sobre os programas, de um dos membros da equipa técnica (Arsélio Martins, *Como levantar a indeterminação que o ensino secundário de Matemática é*, Boletim da SPM, nº 32, Agosto 1995, p. 96-101), insistindo na multiplicidade de factores condicionantes e opiniões sobre os programas, e afirmando, a terminar, que

*No sentido de transformar este actual programa num “programa de temas”, os ajustamentos, agora previstos, pretendem obrigar a uma leitura temática — com imposições ou limitações (que são sempre infelizes) de tempos máximos dedicados a cada tema em cada ano, com informações circunstanciadas (que são sempre infelizes) de metodologias e de tecnologias a utilizar, dando uma clara predominância às intuições, verificações simples e conjecturas (para tentar evitar — e como isto é também infeliz! — a predominância do formalismo, das definições e demonstrações sem compreensão real e raciocínio, dos exercícios rotineiros).*

Ainda em 1996, o Departamento do Ensino Secundário do Ministério da Educação formou uma comissão de acompanhamento do programa de Matemática. Esta comissão ficou constituída pela equipa técnica que preparou o ajustamento e ainda individualidades representantes da SPM, APM, Sociedade Portuguesa de Estatística,

Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, e Instituto de Inovação Educacional.

As propostas de ajustamento conduziram à publicação, pelo Ministério da Educação, de novos programas de Matemática para o ensino Secundário, em Janeiro de 1997. Estes programas, incluindo as metodologias associadas, foram objecto de duras críticas por vários matemáticos portugueses. Citamos, a título de exemplo:

Luís Sanchez, *Os novos programas de matemática para o Ensino Secundário*, Boletim da SPM, nº 36, Abril 1997, p. 55-60.

Luís Sanchez, *Matemática: “ajustamento” infeliz*, Expresso, 9 de Agosto de 1997.

Eduardo Marques de Sá, Isabel Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato, *Critérios de elaboração de Programas de Matemática do 7º ao 12º ano*, relatório no âmbito do projecto Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática, Setembro de 1998. Este estudo está disponível no endereço <http://www.mat.uc.pt/~emsa/PMEnsino/programasIIE-SPM.pdf>.

(A mesma equipa elaborou também um estudo sobre os manuais: Eduardo Marques de Sá, Isabel Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato, *Critérios de Elaboração de Manuais Escolares e Guiões para Professores de Matemática, do 7º ao 12º ano*, relatório no âmbito do projecto Inovações

nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário, Instituto de Inovação Educacional e Sociedade Portuguesa de Matemática, Março de 1999. Também este estudo está disponível *online*, no endereço <http://www.mat.uc.pt/~emsa/PMEnsino/manuaisIIE-SPM.pdf>.)

António St. Aubyn, Carlos Rocha, Francisco Teixeira, Carlos Silva Ribeiro, Luís de Loura (presidentes dos departamentos de Matemática da Universidade Técnica de Lisboa), *Análise dos programas de Matemática do ensino secundário*, Lisboa, 2000.

(Este texto é explícito, logo de início, sobre o ponto de vista em que se coloca, o da preparação dos alunos à entrada do ensino superior: “Nos últimos anos tem-se verificado, de forma permanente, uma diminuição clara da preparação em Matemática dos alunos oriundos do Ensino Secundário que chegam à Universidade (e, em particular à Universidade Técnica de Lisboa), o que se tem traduzido no aparecimento de um **hiato** significativo entre as matérias leccionadas no Ensino Secundário e os programas de Matemática dos primeiros anos das licenciaturas da UTL; é cada vez menos possível ensinar as matérias que constam dos programas das disciplinas da UTL.”)

Eduardo Marques de Sá, *O ensino da Matemática para a formação de professores*, em “O Ensino da Matemática na Universidade em Portugal e Assuntos Relacionados” (L. Trabucho de Campos, J. F. Queiró, editores), Centro Internacional de Matemática, 2000, p. 22-29.

As críticas incidem nomeadamente sobre a concepção de Matemática subjacente aos programas, a qualidade do texto que os acompanha, as indicações metodológicas e a sua normatividade, o papel das demonstrações, o uso das calculadoras. São assinalados erros científicos em alguns pontos, em particular (por Luís Sanchez no primeiro artigo acima referido) no teorema fundamental que afirma o anulamento da derivada de uma função num ponto em que ela atinge um extremo relativo.

Os estudos de Eduardo Marques de Sá, Isabel Reis, Miguel Ramos e Jorge Pato são dos mais profundos que se têm realizado a cabo em Portugal, nas últimas décadas, sobre as questões dos programas e dos manuais. Vale a pena transcrever as principais recomendações contidas nestes dois trabalhos.

Sobre os programas:

*Recomendação 1. Que o texto do programa não contenha reproduções ou paráfrases da Lei de Bases, ou de outros princípios gerais já legislados, ocupando o lugar de finalidades e objectivos gerais da Matemática.*

*Recomendação 2. Que o programa contenha um curto texto introdutório, de qualidade, onde se enunciem as grandes finalidades da matemática no nível de ensino em causa, de uma forma simples e objectiva e sem enunciar finalidades que pertençam a um âmbito tão geral que não envolva explicitamente a disciplina de matemática.*

*Recomendação 3. Que se resista a justificar todas as opções feitas, por exemplo a propósito de cada tema dos conteúdos. Que se indiquem, quanto muito, os critérios que estiveram na base dessas opções.*

*Recomendação 4. Que se resista à tentação de sobrevalorizar determinado objectivo, empolando-o por artificial fraccionamento ou multiplicação de paráfrases. Caso se entenda atribuir-lhe um maior peso no desenvolvimento do programa, nada melhor do que dizê-lo com toda a clareza.*

*Recomendação 5. Que o programa identifique, para cada tema, os objectivos desse tema para todo o ciclo, agrupados em categorias, como conhecimentos, capacidades, atitudes, ou outras, por esta ou outra ordem.*

*Recomendação 6. Que o programa apresente uma distribuição dos temas e tópicos por ano de escolaridade, com cada tópico acompanhado dos seus objectivos.*

*Recomendação 7. Que os objectivos referentes às atitudes e valores sejam especificados, apenas, no primeiro nível de desenvolvimento que foi objecto da recomendação 5.*

*Recomendação 8. Que todos os objectivos dos programas de matemática, em particular os de natureza não intelectual, sejam eles os de ordem*

*estética, de organização, de relacionamento e outros, se refiram à matemática e à actividade do aluno nas disciplinas de matemática.*

*Recomendação 9. Que o programa não contenha, sobre matéria didáctica, nem normas nem indicações.*

*Recomendação 10. Que o programa seja muito prudente no que respeita às orientações metodológicas (...). Que aponte genuínas orientações, sem carácter impositivo. Que tente convencer e não comandar.*

*Recomendação 11. Que os objectivos dos temas e tópicos sejam enunciados de modo adequado ao desempenho do papel de itens de avaliação. Que o programa não desenvolva o tema da avaliação, mas se limite à indicação de eventuais medidas que se ache conveniente adoptar relativamente à disciplina, em complemento da legislação sobre a matéria.*

*Recomendação 12. Que o texto do programa seja excelentemente escrito, claro, curto e simples, que dispense vocabulário, glossário e outros instrumentos descodificadores.*

Sobre os manuais:

*Recomendação 1. Tenha-se em conta que um manual não tem que seguir estratégias de sala de aula. Não tem, pois, que cumprir normativos*

*metodológico-didáticos de um programa pensados para aplicação na sala de aula.*

*Recomendação 2. Que se procure uma apresentação sóbria, com recurso a um mínimo de cores, alinhamentos consistentes e em pequeno número por página.*

*Recomendação 3. Que cada imagem e cada ilustração sejam colocadas com critério e surjam de forma discreta e reflectida, como elementos essenciais ao texto.*

*Recomendação 4. Que se procure recorrer, na exposição das matérias, a pequenas unidades temáticas, autónomas e significativas.*

*Recomendação 5. Que se resista a dilatar o número de páginas do livro de texto, remetendo, se necessário, partes específicas do manual (...) para um volume anexo.*

*Recomendação 6. Que se adopte o princípio taxativo de eliminar, em livros escolares, toda e qualquer referência a marcas de serviços ou produtos comerciais identificados.*

*Recomendação 7. Que a apreciação e controlo da qualidade científica e pedagógica dos manuais escolares comece a fazer-se a montante do processo de produção.*

*Recomendação 8. Que no eventual processo de autorização de “projectos editoriais” se tenham em conta, em particular, o mérito e a craveira científica e pedagógica dos autores e “amostras significativas” do texto e imagens a publicar.*

*Recomendação 9. Que a apreciação e o controlo da qualidade dos manuais escolares sejam supervisionados pelo Ministério da Educação, com a participação de entidades externas competentes, em moldes que sejam efectivos e expeditos, e não como os que actualmente vigoram.*

*Recomendação 10. Que se incentive e patrocine a produção e divulgação de publicações que se debrucem, nomeadamente, sobre os manuais escolares existentes no mercado.*

À lista de trabalhos que indicámos poderiam acrescentar-se vários outros textos. Particularmente significativo é o artigo *Geometria no Secundário. Conjecturar e provar – exemplos*, de Yolanda Lima (Boletim da SPM, nº 39, Outubro 1998, p. 77-85), pelo facto de a autora ser um dos responsáveis dos programas apresentados no início da década de 90. Depois de analisar um problema geométrico estudado em certo artigo, diz a autora:

*Fiquei contente por ver a preocupação em apresentar uma demonstração geométrica independente do uso de qualquer software. É que a frase do “Ajustamento dos programas” “todo o ponto de vista axiomático é excluído” tem gerado a ideia de que a manipulação de modelos, ou de software ou de calculadoras, dispensa os raciocínios demonstrativos, estruturados logicamente a partir de saberes já provados ou claramente admitidos antes: vê-se, mede-se, as máquinas confirmam, está provado.*

*Isto é grave porque se perde a própria essência da Matemática e o seu papel formativo por excelência e que lhe é peculiar, **o raciocínio lógico abstracto**, reduzindo-a a uma ciência experimental. Lembremo-nos de que “a Matemática confere às ciências naturais exactas uma certa dose de segurança que, sem ela, estas ciências não logravam alcançar” (a frase é de Einstein que era um físico).*

*Pelo menos a partir do Secundário, as conjecturas devem ser confirmadas ou rejeitadas por via de uma demonstração.*

*Para transmitir um pouco da essência da Matemática aos nossos alunos temos de lhes lembrar que “o único critério de verdade matemático é o da correcção lógica dos resultados” palavras de Jorge Buescu no prefácio da obra de Stewart “Deus joga aos dados”.*

*A Matemática não pode perder este carácter essencial de disciplina do raciocínio e do rigor. E por eles que ela é formativa e estruturante e linguagem científica por excelência.*

*O esforço louvável que temos desenvolvido nos últimos anos para ligar a Matemática às aplicações concretas, à modelação, à vida real, não significa que ela passe a ser ensinada como ciência experimental.*

*Se tivemos de combater a abstracção excessiva que estrangulou o ensino da Matemática nos anos 60, cujo exagero o próprio Sebastião e Silva assinalou, não vamos agora cair no extremo oposto, na superficialidade, na substituição sistemática da demonstração pela observação das máquinas ou pela manipulação de modelos; estes não devem ultrapassar o seu papel de excelentes coadjuvantes para a compreensão dos conceitos, para a exemplificação e descoberta de possíveis relações e propriedades.*

*Além disso é preciso evoluir nos métodos de ensino desde o 7º ao 11º ano. O que pode ser aceitável aos 12 anos não o é aos 16, no ensino secundário. Neste ciclo, prescindir do ensino da Matemática como disciplina do raciocínio lógico e do rigor, seria grave e até comprometedor do futuro do país, uma vez que a ciência matemática intervém de modo vital em todos os sectores de desenvolvimento.*

Este texto coloca de forma clara um problema de fundo sobre a Matemática e o seu ensino, a questão das demonstrações e do rigor. Voltaremos a esta questão crucial mais adiante.

### 3. Descrição e análise do projecto REANIMAT

#### Origem e objectivos do projecto

O aparecimento do REANIMAT (Projecto Gulbenkian de Reanimação Científica da Matemática no Ensino Secundário) apresenta-se – citamos do documento *Breve apresentação do REANIMAT* – como ligado ao “profundo mal-estar existente em várias instituições do Ensino Superior resultante da degradação, acentuada nos últimos anos, do nível de destrezas e conhecimentos matemáticos revelados pela maioria dos estudantes que nelas ingressavam”, referindo, como manifestação desse mal-estar, vários artigos de opinião e ainda o texto, acima referido, da autoria dos presidentes dos departamentos de Matemática da Universidade Técnica de Lisboa.

Como motivação primária (o “desafio proposto pela Fundação Calouste Gulbenkian”) apresenta-se “o combate ao problema do insucesso escolar na disciplina de Matemática”. Esse insucesso é descrito em duas vertentes: nas provas efectuadas no ensino secundário, e nas disciplinas de Matemática que os estudantes vêm a frequentar no ensino superior.

Na página de abertura do *site* do projecto na Internet, lê-se que o projecto tentará, com o seu trabalho em algumas escolas, “contribuir para a inversão da tendência que se tem

feito sentir para uma degradação das aptidões e conhecimentos matemáticos dos estudantes que iniciam os estudos superiores.”

Os responsáveis científicos do projecto – Armando Machado e Luís Sanchez, respeitadas professores catedráticos da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, com intervenção anterior qualificada em questões de ensino – são lúcidos ao reconhecer que o insucesso não tem causas simples:

*Vários factores contribuem de forma evidente para o insucesso escolar na Matemática do ensino secundário: O facto de o acesso à docência ter sido aberto, de forma indiscriminada, a pessoas com licenciaturas inapropriadas; a política de deixar progredir no ensino básico estudantes que não atingiram níveis aceitáveis de aproveitamento; a falta de uma cultura de esforço e perseverança nas práticas pedagógicas em que os estudantes foram educados. Um factor talvez menos evidente, mas que é a nosso ver relevante, tem a ver com o próprio enunciado do programa actual, principalmente nas ênfases e nas indicações metodológicas que ele aponta.*

O primeiro dos factores mencionados, o das habilitações dos professores e do seu recrutamento pelo Ministério da Educação – tanto no que se refere ao secundário como ao básico –, é absolutamente crucial, e nesse âmbito foram cometidos em Portugal, por vários governos, erros gravíssimos, cujos efeitos demorarão muitos anos a corrigir. Mas essa é matéria que cai fora do objecto directo do presente relatório.

No caso do REANIMAT, os responsáveis afirmam ter contado com “um grupo de professores experientes, competentes e motivados para o projecto, capazes de conduzir as aulas de uma forma pedagógica e cientificamente apropriada.”

Apesar de, realisticamente, os responsáveis reconhecerem que o projecto só podia tentar corrigir alguns dos factores que contribuem para o insucesso escolar na Matemática do ensino secundário, havia a ambição clara de obter resultados através de uma acção dirigida a esses factores.

É claramente no programa e nas metodologias associadas que reside o essencial da intervenção pensada para o projecto. Os objectivos básicos são assim apresentados num documento dos responsáveis:

*Reenunciar o Programa:*

— *enumerando, sem ambiguidades, os items, definições e resultados que constituem o núcleo de cada tema do programa.*

— *utilizando um rigor formal moderado, compatível com o escalão etário dos alunos, de forma que conceitos e resultados sejam transmitidos de forma precisa, ainda que não necessariamente em linguagem formal.*

— *apresentando a matéria, sempre que possível, sob a forma de cadeia estruturada logicamente: conceitos e resultados novos utilizam termos e proposições anteriores; as propriedades dos objectos a estudar são, sempre que possível, justificadas.*

— *produzindo textos de apoio, a utilizar quer por professores quer por alunos, dentro dos princípios anteriores.*

*Pensar a metodologia:*

— *confiando ao Professor a condução da aprendizagem, no pressuposto de que a sua experiência e o conhecimento directo da turma permitirá modular o ritmo e o grau de dificuldade das actividades a desenvolver.*

— *promovendo incentivos à aquisição pelos alunos de uma certa destreza no cálculo numérico e algébrico, sem descurar o treino da argumentação matemática, o recurso à intuição geométrica e à visualização espacial sempre que adequado e a utilização do cálculo numérico e gráfico automático.*

— *estudando a colocação de problemas, com grau de dificuldade variável, resolúveis através da utilização dos resultados e técnicas fornecidos no âmbito das matérias do programa; serão admissíveis alguns desafios de resolução não trivial mas serão de evitar questões "abertas" cuja resposta esteja claramente para além daquilo a que os alunos podem aceder neste nível.*

A seguir detalham-se estes objectivos, explicando-se que não se pretende testar um programa claramente alternativo, e sim seguir o programa existente nos seus conteúdos fundamentais mas com outra filosofia. A demarcação do programa oficial dá-se

principalmente no plano das indicações metodológicas, “que (...) têm contribuído para promover uma visão empobrecida e descaracterizada da Matemática”.

Essa visão, no documento, é caracterizada pelo desprezo do poder da abstracção, ao determinar “que certas questões só podem ser estudadas em ligação com problemas concretos”, pelo papel excessivo atribuído à “descoberta” feita pelo aluno, e pelo erro conceptual que ignora que o critério de validação da Matemática é o dedutivo e não o das Ciências Experimentais (embora os responsáveis do REANIMAT reconheçam que “o papel do método experimental é determinante na descoberta e no apoio intuitivo ao conhecimento dos conceitos matemáticos”).

É valorizado negativamente o facto de que o programa em vigor restringe a prática do método dedutivo ao capítulo de Probabilidades, afirmando-se a importância de ensinar alguma Lógica e exemplificar métodos frequentes de raciocínio.

São também criticados livros de texto apoiados no programa em vigor. É natural que os manuais reflectam as concepções veiculadas pelos programas. E para muitos professores os manuais **são** os programas.

Os objectivos básicos do REANIMAT conciliam de forma sensata a necessidade de estruturação clara e lógica das matérias com as necessidades pedagógicas adequadas ao escalão etário, incluindo o recurso à intuição e à visualização, e a utilização cuidadosa de meios tecnológicos. São valorizados os problemas e a sua importância. É de aplaudir

também o relevo dado ao papel do professor e a confiança que lhe é dada para a condução da aprendizagem.

Os autores do presente relatório tendem a concordar globalmente com o espírito da crítica levada a cabo, e com os termos da proposta programática e metodológica alternativa, que parecem eminentemente razoáveis e equilibrados. Como se referirá de forma mais desenvolvida no capítulo final de conclusões e recomendações, nenhuma abordagem ao ensino da Matemática estará correcta se ignorar a natureza da disciplina e dos seus critérios últimos de validação.

Já a opção por uma intervenção apenas a nível do ensino secundário se afigura como mais discutível. Independentemente das considerações sobre o conjunto do sistema educativo a que procederemos no capítulo final, pensamos que se devia ter admitido a possibilidade de um projecto de qualidade semelhante a começar no 3º ciclo.

Isto por dois motivos. Primeiro, parece-nos que alguns dos problemas de fundo relativos à aprendizagem da Matemática no ensino secundário têm as suas raízes no 3º ciclo, elo muito frágil na cadeia do nosso sistema educativo. De facto, a sua progressiva assimilação aos ciclos anteriores – na sequência da Lei de Bases de 1986, que “reclassificou” o 3º ciclo como parte do ensino básico, identificado com “obrigatório” – foi criando condições para o enfraquecimento do 3º ciclo, no que foi um grave erro de estrutura educativa em Portugal. E já no fim da década de 90 era visível, em documentos orientadores do Ministério da Educação, uma inclinação ideológica tendente à desvalorização dos conteúdos no ensino básico como um todo.

Em segundo lugar, seria excessivamente optimista acreditar que poderia ter efeitos substanciais uma intervenção apenas em três anos, ainda por cima tratando-se dos anos terminais do ensino não-superior, com toda a previsível acumulação de problemas de aprendizagem nos ciclos anteriores.

É óbvio que as dificuldades organizativas de um projecto abrangendo o 3º ciclo aumentariam muito: o período de funcionamento do projecto subiria para seis anos, seria difícil acompanhar grupos de estudantes ao longo desse período, e as escolas “3+S”, em que funcionam tanto o 3º ciclo do ensino básico como o ensino secundário, tinham-se tornado relativamente raras (tendência que, felizmente, começa agora a ser invertida).

A escolha do ensino secundário para a intervenção do REANIMAT parece muito determinada pelas controvérsias anteriores sobre os programas desse nível de ensino, e pela proximidade científica do secundário aos primeiros anos do superior. Por outro lado, os responsáveis do projecto provavelmente sentir-se-iam menos confortáveis em níveis anteriores (onde, no entanto, é essencial uma intervenção cientificamente qualificada).

O projecto tem o claro objectivo de intervir para diminuir o insucesso e a queda de conhecimentos e aptidões matemáticos no ensino superior. Conforme se lê na página de abertura do *site* do projecto (em <http://www.lmc.fc.ul.pt/~armac/Reanimat/>),

*[O REANIMAT] propõe-se promover uma abordagem renovada aos actuais programas de Matemática no ensino secundário num conjunto limitado de turmas de quatro escolas da região de Lisboa. Tenta assim contribuir para a inversão da tendência que se tem feito sentir para uma degradação das aptidões e conhecimentos matemáticos dos estudantes que iniciam os estudos superiores.*

Isto levanta o problema de saber se há um pensamento sobre a Matemática e o seu ensino para os estudantes que frequentem agrupamentos no secundário correspondentes a estudos superiores que não contêm Matemática, e para os quais, portanto, o ensino secundário da Matemática tem carácter terminal. Tanto quanto conseguimos perceber, sobre esta questão – a da concepção de um curriculum matemático no secundário para estudantes que não estudarão Matemática no ensino superior, e em que medida tal curriculum se distinguiria do que foi proposto e seguido no decurso do projecto – os documentos do REANIMAT são omissos.

#### A organização do projecto

O REANIMAT foi pensado para se concretizar no acompanhamento, ao longo dos três anos do Ensino Secundário (nos anos lectivos de 2001/2002, 2002/2003 e 2003/2004), de oito turmas de Matemática, distribuídas por quatro Escolas Secundárias da Região de Lisboa:

Escola Secundária Gama Barros, Cacém

Escola Secundária Padre Alberto Neto, Queluz

Escola Secundária Pedro Nunes, Lisboa

Escola Secundária Prof. Herculano de Carvalho, Lisboa.

Estas escolas foram convidadas pelos responsáveis do REANIMAT, após o que foi obtido o acordo da Direcção Regional de Educação de Lisboa.

Esta selecção de escolas reflecte o documento em que se enunciam os objectivos básicos do REANIMAT, onde se diz:

*O objectivo do projecto não é o de criar turmas de elite destinadas a alunos mais dotados ou mais motivados para a Matemática. Ele pretende antes experimentar conteúdos e metodologias que permitam transmitir uma visão mais autêntica da Matemática a um conjunto de alunos comuns.*

Em cada escola, as turmas participantes no projecto foram dos primeiro e terceiro agrupamentos, que dão acesso a cursos do Ensino Superior para os quais a Matemática é especialmente importante (Ciências e Engenharias, Economia), tendo a escolha dos respectivos estudantes sido da responsabilidade das Escolas respectivas (não foram voluntários para o projecto), de forma a não prejudicar o carácter representativo da amostra.

Conforme dizem os responsáveis do REANIMAT,

*Não houve nunca a preocupação de seleccionar alunos pelo seu desempenho académico anterior: as turmas com que trabalhamos são turmas “normais” dentro dos agrupamentos referidos.*

Não foram fornecidas – e não sabemos se eram do conhecimento dos responsáveis do projecto – quaisquer informações sobre esse “desempenho académico anterior” dos alunos, nomeadamente na disciplina de Matemática ao longo do 3º ciclo.

Foram envolvidos na leccionação das oito turmas os seguintes professores:

Emanuel Martinho e Maria dos Anjos Moreira (E.S. Gama Barros)

Maria Clementina Timóteo e Maria Eduarda Paiva (E.S. Padre Alberto Neto)

Maria de Fátima Almeida (E.S. Pedro Nunes)

Hélder Martins e Maria João Estaca (E.S. Prof. Herculano de Carvalho)

A estes professores foi concedida uma redução de quatro horas na carga lectiva, após pedido da Fundação Gulbenkian ao Ministério da Educação.

No que se refere à selecção dos professores, os responsáveis do projecto tinham em cada uma das escolas um professor que conheciam por terem frequentado o mestrado em Matemática para o Ensino da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. O segundo professor (com a excepção da Escola Pedro Nunes, em que só houve um) foi escolhido na respectiva escola numa base de voluntariado e sem que os responsáveis o conhecessem *a priori*.

Para além disto, muitos dos professores envolvidos tinham obtido a licenciatura também no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Os sete docentes envolvidos foram considerados como “experientes, competentes e motivados”.

Em Junho e Julho de 2001, realizou-se na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa uma acção de formação destinada aos professores das turmas envolvidas no REANIMAT, e em que também participaram outros docentes interessados. Esta iniciativa visou a apresentação e a discussão do projecto. Iniciativa análoga teve lugar nos dois anos seguintes, no final de cada ano lectivo. As três acções de formação, leccionadas por professores da Faculdade de Ciências, com as designações de Matemática 10, Matemática 11 e Matemática 12, foram oficialmente acreditadas pelo Conselho Científico-Pedagógico da Formação Contínua.

Uma componente crucial do projecto, muito acertadamente, foi a redacção de livros de texto – em versões para alunos e para professores – a utilizar no decurso do projecto, em substituição dos manuais habituais usados em cada escola. Adiante faremos uma referência mais pormenorizada a estes textos, de que foram já disponibilizadas versões preliminares na referida acção de formação.

Para além da acção de formação e do acesso aos textos, o principal mecanismo previsto para a formação e acompanhamento dos professores envolvidos no projecto consistiu

em reuniões regulares – com periodicidade quinzenal – entre os professores e os responsáveis do projecto.

Este esquema organizativo parece-nos em termos gerais bem pensado para os objectivos em vista, com a possível ressalva do tamanho da “amostra”. Independentemente do que se veio a passar depois, pensamos que o esforço logístico não aumentaria sensivelmente se se trabalhasse com mais escolas, professores e turmas, o que tornaria o impacto do projecto, e a possibilidade da respectiva avaliação, mais significativos do ponto de vista estatístico.

A decisão de trabalhar com apenas quatro escolas pode ter resultado de negociações com a Fundação Gulbenkian e o Ministério da Educação, aspecto sobre o qual não dispomos de informação.

Ao longo dos três anos de vigência do projecto, o trabalho do REANIMAT foi acompanhado por uma Comissão constituída por:

Carlos Braumann (Universidade de Évora)

Carlos Rocha (Universidade Técnica de Lisboa)

Carlos Sá (Universidade do Porto)

Eduardo Marques de Sá (Universidade de Coimbra)

Fernando Dias Agudo (Academia das Ciências)

Maria José Costa (Escola Secundária de Augusto Gomes, Matosinhos – indicada  
pela Associação de Professores de Matemática)

### O curso do projecto

Logo no início das actividades lectivas, a Comissão de Acompanhamento do REANIMAT sugeriu a realização de um teste de diagnóstico pelos alunos das turmas envolvidas no projecto. Conforme um dos relatórios intercalares dos responsáveis, os resultados médios desse teste foram muito maus.

As aulas das turmas envolvidas no projecto iniciaram-se normalmente no ano lectivo de 2001/2002. Durante este primeiro ano lectivo, a Escola Secundária Pedro Nunes abandonou o projecto (uma das turmas a meio do ano lectivo, a outra no fim). Esta desistência, que significou imediatamente uma redução de cerca de 25% no número de estudantes abrangidos pelo REANIMAT, não parece ter tido relação directa com os conteúdos e metodologias associados ao projecto, mas sim – conforme depoimento que nos foi prestado por Maria de Fátima Almeida, a professora envolvida no projecto na Escola Secundária Pedro Nunes – ter sido causada por preocupações de pais e alguns professores quanto à eventual perturbação de hábitos escolares existentes, nomeadamente relativos ao acesso ao ensino superior. Segundo os relatórios dos responsáveis do projecto, a adesão desta escola e dos seus órgãos directivos ao REANIMAT já tinha sofrido alguma instabilidade e indecisão desde o início do ano lectivo.

As restantes seis turmas mantiveram-se no projecto até ao fim do período previsto.

A Comissão de Acompanhamento do REANIMAT reuniu com os responsáveis do projecto em cinco ocasiões: uma antes do início, uma em cada ano lectivo da vigência do projecto, e uma após a sua conclusão.

Ao longo dos três anos, foram sendo redigidos e disponibilizados os textos sobre as sucessivas partes da matéria a leccionar, incluindo folhas com resoluções de exercícios, para distribuição aos alunos depois de eles tentarem resolvê-los. Foi criado um *site* na Internet onde foram colocados todos os textos.

Colaboraram na redacção dos textos os seguintes professores da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (os três primeiros do Departamento de Matemática, os dois outros do Departamento de Estatística e Investigação Operacional):

Armando Machado

Luís Sanchez

Maria Luísa Mascarenhas

Maria Eugénia Graça Martins

Luísa Canto e Castro de Loura

Nos anos lectivos de 2002/2003 e 2003/2004, foram admitidos nas turmas do projecto estudantes que não as frequentaram no 10º ano, em substituição de alunos que não obtiveram aproveitamento. Segundo os responsáveis do REANIMAT, esta inclusão não parece ter tido inconvenientes. Estes alunos não foram contabilizados para efeitos de avaliação do projecto.

Também nesses dois anos lectivos, cada uma das turmas teve uma hora adicional de leccionação de Matemática por semana. Para este fim, os professores receberam um subsídio da Fundação Gulbenkian.

No decurso de todo o projecto, realizaram-se quinzenalmente, na Faculdade de Ciências, reuniões entre os professores das turmas envolvidas no REANIMAT e os responsáveis do projecto. Estas reuniões, destinadas a partilhar experiências sobre a leccionação e a discutir estratégias para o futuro, foram complementadas por contactos através de correio electrónico.

Não existe menção nos relatórios à assiduidade e ao ambiente em que decorreram as acções e reuniões, não havendo razões para crer que tenha havido algum problema nesse plano.

Também não parece ter havido problemas de relacionamento com as escolas e os seus órgãos, com a já referida excepção da desistência da Escola Pedro Nunes.

De um total de 152 alunos abrangidos pelo REANIMAT no início do projecto (já sem contar as turmas desistentes da Escola Pedro Nunes), mantinham-se no 11º ano apenas 69, e no 12º ano 54. Destes, 45 concluíram com aproveitamento o 12º ano, ficando admitidos ao exame nacional. Nesta prova, obtiveram classificação positiva 35 alunos, uma percentagem de 23% relativamente aos iniciais. As correspondentes percentagens

por escolas foram: Gama Barros – 24%, Alberto Neto – 28,9%, Herculano de Carvalho – 17,5%.

Os dados completos por escola e por turma encontram-se no seguinte quadro, apresentado no relatório final dos responsáveis pelo REANIMAT:

| Turma       | Alunos<br>10ºano | Alunos<br>11ºano | Alunos<br>12ºano | Alunos<br>admitidos<br>a exame | Alunos<br>aprovados<br>no exame | Média<br>CIF | Média<br>Exame |
|-------------|------------------|------------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------|----------------|
| H.Carv. G1  | 28               | 13               | 11               | 9                              | 9                               | 13           | 14.9           |
| H.Carv. A3  | 29               | 13               | 6                | 5                              | 1                               | 11.4         | 5.5            |
| G.Barros IB | 26               | 13               | 11               | 9                              | 6                               | 13.1         | 11.5           |
| G.Barros3A  | 24               | 10               | 7                | 6                              | 6                               | 11.8         | 11.6           |
| A.Netto E   | 22               | 13               | 12               | 11                             | 10                              | 13.2         | 12             |
| A.Netto F   | 23               | 7                | 7                | 5                              | 3                               | 13.8         | 12.1           |
|             |                  |                  |                  |                                |                                 |              |                |
| Soma        | 152              | 69               | 54               | 45                             | 35                              |              |                |

De acordo com os relatórios dos responsáveis pelo projecto, os resultados dos alunos não foram significativamente diferentes dos observados noutras turmas das mesmas escolas. Por outro lado, os casos mais difíceis na disciplina de Matemática eram-no também na maioria das outras disciplinas. De uma forma geral, os piores resultados foram obtidos pelas turmas do terceiro agrupamento (que dá acesso a cursos superiores na área da Economia).

Em contrapartida, houve 11 classificações maiores ou iguais a 16 nas provas específicas, ou seja 24,4% dos admitidos a exame.

Algum desânimo dos responsáveis do projecto relativamente aos resultados dos alunos é já detectável nos relatórios intercalares. Num relatório já durante o terceiro ano de vigência do REANIMAT, em que se reconhece que a luta contra o insucesso que era a razão de ser do projecto não estava a ter o resultado desejado, menciona-se a dificuldade de recuperar de carências na formação anterior dos alunos, e também o elevado grau de exigência dos métodos de ensino e avaliação utilizados pelos professores participantes. Afirma-se também algum optimismo quanto aos futuros resultados nos exames finais do 12º ano.

No mesmo relatório, refere-se que não foi possível concretizar algumas actividades extra-curriculares inicialmente previstas. Entre estas, encontravam-se provavelmente as iniciativas referidas num dos documentos iniciais do projecto, onde se falava em “encorajar os estudantes mais interessados a ir mais longe, quer através de seminários optativos quer através de propostas de actividades e problemas com um maior grau de exigência.”

Do ponto de vista estritamente estatístico, os resultados globais do projecto REANIMAT não podem senão ser considerados como desanimadores, com uma alta percentagem de insucesso dos alunos, sobretudo logo no 10º ano (54,6%).

Apesar de os números não se afastarem da média do ensino secundário em Portugal, não era com certeza fácil, dada a ambição inicial, prever uma percentagem tão elevada de reprovações durante os três anos lectivos de vigência do projecto. Estes números, somados à reduzida dimensão inicial da amostra, tornam muito problemático qualquer tipo de análise estatística do REANIMAT.

Dos 35 alunos com classificação positiva no exame nacional de Matemática, temos informação de que 19 seguiram para o ensino superior (13 para o Instituto Superior Técnico, três para o Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, um para a Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, um para a Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, e um outro para uma escola não identificada do Instituto Politécnico de Lisboa). Este número corresponde a 12,5% do número inicial de alunos (sem contarmos as turmas desistentes da Escola Secundária Pedro Nunes).

As informações existentes dão conta de um comportamento médio no ensino superior dos alunos que nele ingressaram. Apesar de nos documentos do REANIMAT se dizer que “deverá haver posteriormente uma avaliação da experiência realizada, que terá em conta tanto os resultados obtidos pelos estudantes participantes na prova de Exame Nacional de Matemática do décimo segundo ano, como a forma como se adaptaram ao estudo da Matemática no decorrer do primeiro ano dos cursos superiores”, não tivemos conhecimento de que essa avaliação tenha sido realizada.

Se nos ativermos ao objectivo básico inicial do projecto – que era, recorde-se, “o combate ao problema do insucesso escolar na disciplina de Matemática” – e sem

prejuízo de mais informações sobre os percursos dos poucos alunos que prosseguiram para estudos superiores, pode dizer-se que a análise do REANIMAT suscita um sentimento de alguma frustração. Mas, como mais em pormenor se referirá no capítulo final, o REANIMAT tinha também outros objectivos e deixa outros legados.

### As finanças do projecto

O REANIMAT foi integralmente financiado pela Fundação Gulbenkian. Reportando-nos, unicamente, aos extractos elaborados pelos responsáveis do projecto, constatamos que houve um manifesto propósito de cumprir zelosamente os orçamentos previstos, notando-se pequenas oscilações compreensíveis.

Assinalamos em primeiro lugar os gastos cujos efeitos vão permanecer no tempo: a) Elaboração dos textos para professores e alunos (incluindo listas de exercícios e respectivas soluções). b) Três acções de formação, uma em cada ano de vigência do projecto (intituladas Matemática 10, Matemática 11 e Matemática 12). c) Material informático atribuído a cada escola do projecto (um computador portátil e um *data show* para apoio às aulas).

Em segundo lugar, referimos as despesas necessárias para o apoio logístico a estas acções para a realização do projecto: a) Dactilografia, impressão e encadernação, que pelo número de textos publicados sobrecarregaram fortemente o orçamento previsto. b) Direitos de autor aos professores que elaboraram os textos. c) Pagamento aos assistentes e assistentes estagiários contratados para colaborar com o Departamento de Matemática da FCL nos trabalhos do projecto.

#### 4. Análise dos textos produzidos no âmbito do projecto

Um dos objectivos básicos do REANIMAT foi a produção de textos de apoio, cobrindo as matérias dos programas oficiais, a utilizar por professores e alunos, seguindo as directrizes do projecto.

Existe, porém, uma forte contradição entre os princípios do projecto e o espírito dos programas oficiais. Na Nota Prévia do texto relativo ao 11º ano *Introdução aos Estudo das Funções Reais de Variável Real*, da autoria de Luís Sanchez com a colaboração de Maria Luísa Mascarenhas, fala-se na “clivagem muito acentuada entre os princípios do projecto e o espírito do programa oficial, implicando em consequência a adopção de metodologias de abordagem não coincidentes com as que o programa aconselha”.

Faremos uma análise dos textos em cinco pontos essenciais, ressaltando na verdade uma forte demarcação dos autores do projecto em relação às metodologias oficialmente recomendadas.

*1 — A Matemática como corpo coerente de conhecimentos, organizado e dotado de método próprio devia ser dada a conhecer aos alunos.*

Esta orientação do projecto reflecte-se no rigor com que os conceitos são apresentados, na sequência estruturada dos textos, no papel atribuído à abstracção, na importância da demonstração como critério de validação de resultados.

Os textos *Introdução à Lógica Matemática*, da autoria de Armando Machado, criam as raízes do edifício que se pretende construir, estimulando a reflexão sobre as bases do raciocínio matemático.

Nestes textos, são apresentados vários exemplos de raciocínio matemático, aproveitando-se a oportunidade para salientar que a Matemática não é uma ciência experimental, embora o método experimental possa desempenhar um papel importante na elaboração de conjecturas.

## 2 — *Ligação entre a Matemática e a vida real*

Um dos pontos fortes dos textos é a preocupação de sugerir os diversos conceitos a partir de situações da vida real conhecidas dos alunos e, a seguir, construir gradualmente os conceitos, explorá-los em novas situações, situá-los no contexto do edifício matemático.

Citemos, apenas a título de exemplo, a abordagem das sucessões de números reais — 11º ano — que pode servir de modelo a qualquer texto de ensino da Matemática: os exemplos introdutórios, a progressão gradual dos conceitos, os exercícios, a exploração de temas complementares optativos, um todo em que a Matemática surge com os seus

métodos próprios, mas também com a capacidade de interagir com outras disciplinas. O difícil conceito de limite é apresentado com todo o rigor e utilizado sucessivamente na obtenção de novos resultados.

O objectivo é ensinar Matemática. Não se deve confundir isto com a metodologia denominada “modelação”, muito em voga nos meios de ensino da Matemática no Ensino Secundário, em que os alunos são confrontados com conceitos que ainda não conhecem, o que muito tem contribuído para o desprezo da abstracção, tendo como consequência a não compreensão da Matemática como ciência viva, rigorosa e em constante evolução.

O trabalho realizado pelos autores do projecto na elaboração dos textos foi árduo, afirmando a dada altura “que nunca, antes de meterem ombros a esta obra, tinham tomado consciência nítida deste facto”. O resultado obtido é de enorme valor, tanto sob o ponto de vista científico como o ponto de vista pedagógico.

### *3 — O papel do professor no REANIMAT*

O REANIMAT atribui um papel activo ao professor na condução do processo de ensino-aprendizagem. Os professores que se responsabilizaram pelas aulas participaram em acções de formação dirigidas pelos responsáveis do projecto, donde resultaram discussões que influenciaram a elaboração dos textos.

O professor tem de ser competente na disciplina, com domínio completo dos temas tratados nos textos, disposto a “trabalhar bem para levar a bom termo esta fase de aprendizagem, uma vez que se trata de iniciar o domínio de matérias delicadas, ao mesmo tempo que se executa a recuperação de uma fase anterior”.

Os textos são o produto de uma reflexão profunda sobre a Matemática e sobre a forma de transmitir às jovens gerações a importância da disciplina, não só no contexto das outras ciências como também nas aplicações. O professor, na sala de aula e em sessões de acompanhamento do estudo da disciplina, deve apoiar o aluno na descoberta das ideias transmitidas nos textos, na tarefa de formar indivíduos capazes de utilizar criativamente os conhecimentos adquiridos em novas situações.

#### *4 — O papel do aluno*

Os autores do REANIMAT não acreditam nas metodologias centradas no aluno, que, ainda que guiado pelo professor, descobre por si os conceitos e desenvolve por si os seus conhecimentos.

Acreditam, sim, no papel activo do professor dentro da sala de aula, nas sessões de acompanhamento e estudo, no apoio à leitura de textos e à resolução de exercícios, no aconselhamento quanto à escolha de novos temas de estudo.

Os textos destinados aos alunos reflectem esta orientação. Não são textos fáceis, coloridos: são textos que exigem estudo, concentração.

### 5 — Utilização de instrumentos de cálculo no ensino da Matemática

O Apêndice B do texto *Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real*, 10º ano, da autoria de Luís Sanchez com a colaboração de M. Luísa Mascarenhas, denominado “Observações sobre a obtenção de gráficos numa máquina” é o único ponto em que, de forma explícita, os textos se referem às máquinas de calcular. Não é feita nenhuma utilização destas máquinas na exploração dos conceitos apresentados, em pleno contraste com os manuais vulgarmente utilizados.

Embora os autores não sejam explícitos relativamente a este assunto polémico, somos levados a pensar que defendem a não utilização destes instrumentos antes de se atingir um domínio elementar das funções reais de variável real. Estamos de acordo com esta orientação, aliás defendida pela maioria dos professores de Matemática no Ensino Superior. Basta verificar que as máquinas de calcular são banidas das aulas de Análise e Álgebra em quase todas as escolas superiores.

Não deixa de ser interessante notar que, nas poucas vezes em que se utiliza a computação, é justamente nos textos de *Introdução à Lógica Matemática*, da autoria de Armando Machado, e para encontrar argumentos que contrariem a ideia de que a Matemática é uma ciência experimental!

\*

Os autores do REANIMAT solicitaram a Luísa Canto e Castro Loura e Maria Eugénia Graça Martins a elaboração de textos relativos a *Introdução à Probabilidade* e a *Análise Combinatória*.

O programa apresenta alguns temas difíceis de tratamento rigoroso a nível do 12º ano: conceito axiomático de probabilidade, noção de variável aleatória e noção de densidade de uma variável aleatória contínua.

O conceito axiomático de probabilidade não pode ser apresentado a este nível pela simples razão de que não se pode falar de infinidade numerável de acontecimentos e a ideia de soma de uma série é de todo desconhecida.

As autoras dos textos adoptaram relativamente às noções de variável aleatória e densidade de probabilidade uma abordagem “ingénua”, única atitude possível a este nível, conseguindo um texto introdutório de muito bom nível.

## **5. Depoimentos de professores**

No decurso da elaboração deste relatório, reunimos com os professores directamente envolvidos no REANIMAT (com excepção da Dra. Maria Eduarda Paiva, que não pôde comparecer), e recolhemos depoimentos de vários professores não associados ao projecto.

### Professores participantes no REANIMAT

Aos professores das turmas do projecto foram propostos os seguintes tópicos para organizarem os seus depoimentos:

- Principais características positivas/negativas do projecto
- Principais vantagens/inconvenientes das metodologias propostas
- Comparação da prática docente do projecto com a prática “normal”
- Opinião sobre os textos do projecto (na utilização pelos professores e na utilização pelos alunos)
- Efeitos da participação no projecto na sua prática posterior como docentes
- Apreciação global sobre o projecto

A opinião geral destes professores sobre o REANIMAT é muito positiva. Todos os professores realçaram a importância do rigor e das demonstrações, e a qualidade dos materiais escritos (textos e fichas de exercícios) produzidos para o projecto. Foi mencionada alguma dificuldade de conciliação com o programa oficial em vigor e as obrigações dele decorrentes (leia-se: as matérias cobertas pelo exame final do secundário), e elogiado o capítulo dedicado à Lógica, uma área que tem sido negligenciada.

Vários dos professores referiram as dificuldades de muitos dos estudantes no 10º ano, considerando duvidosas as possibilidades de êxito de uma intervenção apenas a nível do ensino secundário. É generalizada a ideia de que o projecto constituiu uma experiência positiva e enriquecedora para os estudantes que “sobreviveram”, que adquiriram uma formação matemática de melhor qualidade. Quanto aos outros, o efeito do projecto foi negligenciável. Foi dito que as desistências ocorridas não foram causadas pelo REANIMAT: os alunos que desistiram fizeram-no a várias disciplinas.

Registaram-se algumas opiniões segundo as quais os textos produzidos eram graficamente pouco apelativos, quando comparados com as cores e as ilustrações dos manuais correntes.

Também foram referidas dificuldades com pais preocupados com as classificações dos filhos, mais do que com a qualidade das aprendizagens.

O aspecto positivo mais referido por estes professores foi o impacto do REANIMAT na sua formação e na sua actividade profissional. Este impacto proveio da formação recebida não só nas acções realizadas antes do início dos três anos lectivos de vigência do projecto como na coordenação permanentemente levada a cabo, e sobretudo através dos textos escritos e usados no âmbito do projecto, que foram unanimemente considerados muito bem estruturados e de muito boa qualidade. Foi dito que esse efeito positivo perdurou na sua actividade docente depois de ter terminado o projecto.

Vários destes professores referiram o impacto do REANIMAT em muitos outros docentes, não envolvidos no projecto, pelo facto de os textos estarem disponíveis através da Internet. Muito interessante é a convicção de um dos professores de que essa repercussão se estendeu aos próprios manuais comerciais de Matemática publicados desde então, que terão passado a ter mais cuidado na apresentação dos seus conteúdos. Os autores do presente relatório não tiveram oportunidade de averiguar até que ponto essa eventual influência dos textos do REANIMAT noutros manuais de Matemática terá ido.

### Outros professores

Pareceu-nos importante, para obter um maior distanciamento, registar opiniões sobre o REANIMAT de professores do ensino secundário não envolvidos no projecto. Escolhemos professores de idades variadas, e também de escolas diversificadas:

Aljustrel, Almada, Amadora, Coimbra (centro histórico, bairro residencial, periferia sul) e Lisboa (colégio particular).

Tendo-lhes facultado acesso aos livros produzidos pelos responsáveis do REANIMAT e aos testes de avaliação propostos nas escolas, bem como a informações genéricas sobre o projecto, recolhemos depoimentos dos seguintes professores:

Alexandra Cristina Ramos Afonso, E. S. Fernão Mendes Pinto, Pragal, Almada

Amélia Suzete, E. S. D. Duarte, Coimbra

Ana Patrícia Dias Pinto Estrela Manuel, E. S. de Aljustrel

Carlos Simões, E. S. Infanta D. Maria, Coimbra

Catarina da Silva Venâncio, E. S. de Seomara da Costa Primo

Natividade Correia Morgado, E. S. Jaime Cortesão, Coimbra

e ainda dos professores do Grupo de Matemática do Ensino Secundário do Colégio Valsassina, em Lisboa.

Os depoimentos são bastante concordantes em alguns pontos, nomeadamente a respeito da grande qualidade dos textos do REANIMAT (contrastando-os com os manuais habitualmente adoptados), sendo destacados os textos de Funções. É referida alguma excessiva concisão do texto de Geometria do 10º ano, de leitura difícil para os alunos desse nível. É muito elogiado o rigor e a clareza dos textos em geral, a ênfase posta na precisão dos conceitos e nas demonstrações, a qualidade dos exercícios.

Alguns dos depoimentos manifestaram cepticismo quanto à adequação dos textos à maioria dos alunos que actualmente chegam ao ensino secundário, que teriam enorme dificuldade em lê-los, e sobretudo em compreendê-los. Uma das professoras exprimiu esse ponto de vista – de que a utilização dos textos do REANIMAT pelos actuais alunos é irrealista e impraticável – com tal veemência que se recusou a prestar um depoimento por escrito. (Já a professora da Escola Pedro Nunes referira um colega docente que (*sic*) “tinha de ler seis ou sete vezes uma frase dos manuais do Reanimat para perceber de que se tratava.”)

Fala-se também numa crise de motivação para o estudo por parte dos alunos à saída do ensino básico.

São manifestadas várias críticas ao excessivo uso de meios tecnológicos de cálculo nas metodologias oficiais.

No que se refere aos testes, não é observada diferença significativa relativamente a testes realizados no contexto dos programas normais. O grupo do Colégio Valsassina chegou a detectar, em experiência levada a cabo com um teste de uma das escolas do projecto, alguma deslocação para a facilidade.

Vários professores referem que uma abordagem mais exigente como a do REANIMAT necessitaria de maior carga horária na disciplina de Matemática.

O grupo do Colégio Valsassina procede a uma interessante análise dos resultados das três escolas nos exames nacionais de Matemática em 2004 (último ano do projecto) e 2005, detectando uma descida nos mesmos (enquanto que as classificações internas não variam muito)

## 6. Depoimentos de alunos

Dados os objectivos do REANIMAT, pareceu-nos importante obter informações sobre os estudantes que, tendo feito parte das turmas abrangidas pelo projecto, prosseguiram para cursos do ensino superior. Conforme já referimos, tivemos grandes dificuldades nisso, que estiveram em larga medida associadas ao facto de que esses estudantes se dispersaram por várias instituições.

Conseguimos algumas informações isoladas. Um dos professores das escolas do projecto disse-nos que mantém contactos com os ex-alunos, e que estes não tiveram dificuldades no 1º ano do ensino superior, embora não possa afirmar que esta situação seja uma consequência directa do REANIMAT. Dos doze alunos admitidos em cursos de Engenharia do Instituto Superior Técnico, não há informações de dois (que podem não se ter matriculado ou ter desistido); os restantes tiveram bons resultados nas disciplinas de Matemática dos primeiros anos.

Não tendo conseguido organizar uma reunião geral com os estudantes, enviámos-lhes uma carta solicitando depoimentos sobre o REANIMAT, propondo os seguintes tópicos:

- Comparação das aulas do projecto com outras anteriores de Matemática
- Opinião sobre os livros de texto seguidos no projecto (incluindo os exercícios)

- Facilidade/dificuldade no exame de Matemática do Ensino Secundário, e sua relação com a participação no projecto
- Facilidade/dificuldade com as disciplinas de Matemática encontradas no Ensino Superior, e sua relação com a participação no projecto
- Efeitos da participação no projecto no seu gosto pela Matemática
- Apreciação global sobre o projecto

Recebemos sete respostas, dos alunos Bruno Cardoso, Inês Matos, Joana Fonseca, João Granchinho, João Neves, Pedro Gamito e Pedro Martins.

Embora com cambiantes, as respostas coincidem na valorização do REANIMAT pelos seus efeitos nas notas do exame nacional e nas disciplinas de Matemática dos cursos superiores. Alguns dos alunos são muito claros a explicitar exactamente porque é que o projecto foi importante para eles e para a sua formação de base: bons textos, mais demonstrações, exercícios mais exigentes, mais trabalho no Secundário.

Apesar do reduzido número, estes depoimentos acabam por ser, dada a sua convergência, muito sugestivos quanto ao impacto a prazo que o REANIMAT – pelos seus textos mas sobretudo pelas suas aulas e professores – teve nos estudantes que prosseguiram estudos superiores.

## 7. Conclusões

Neste capítulo reunimos e sistematizamos as principais conclusões a que chegámos após análise dos relatórios dos responsáveis do REANIMAT, dos textos didácticos produzidos para o projecto, dos depoimentos de professores, alunos e membros da Comissão de Acompanhamento, e após reflexão sobre todos esses dados e materiais.

### Sobre a fundamentação e os objectivos

O REANIMAT, como o próprio nome completo indica – Projecto Gulbenkian de Reanimação Científica da Matemática no Ensino Secundário – e como os documentos iniciais tornam claro, surge em reacção a uma situação específica. Essa situação é a dos programas oficiais adoptados na década de 90, e mais especificamente o “ajustamento” iniciado em 1995.

Formalmente, é citado pelos responsáveis do projecto como raiz próxima da iniciativa o “profundo mal-estar existente em várias instituições do Ensino Superior resultante da degradação, acentuada nos últimos anos, do nível de destrezas e conhecimentos matemáticos revelados pela maioria dos estudantes que nelas ingressavam”. E como motivação primária apresenta-se “o combate ao problema do insucesso escolar na disciplina de Matemática”, tanto nas provas efectuadas no ensino secundário como nas disciplinas de Matemática que o estudantes vêm a frequentar no ensino superior.

Há portanto um diagnóstico, algo informal, de uma situação de insucesso, e a associação dessa situação a orientações oficiais emanadas do Ministério da Educação na forma de programas e orientações metodológicas.

Daqui nasce a ideia de uma intervenção, de tipo experimental e localizado, no ensino secundário, que, como já dissemos, parece muito influenciada pelas controvérsias anteriores sobre os programas, bem como pela proximidade científica do secundário aos primeiros anos do superior.

A intenção clara e declarada é chegar a estudantes cujo perfil é o de continuação de estudos no ensino superior com forte componente de Matemática, nada se dizendo sobre o caso de estudantes para quem a Matemática no secundário tem, ou pode ter, carácter terminal. Isto levanta questões interessantes, mas que aparentemente caem fora do âmbito do projecto como ele foi pensado (e portanto também do presente relatório), já que os alunos que escolhem os agrupamentos em causa no secundário sinalizam já intenção em princípio de frequentar estudos superiores com forte conteúdo matemático.

A proposta alternativa ao sistema vigente por parte do REANIMAT concretiza-se essencialmente no plano dos textos seguidos por professores e alunos e das correspondentes metodologias. O projecto baseia-se na defesa da concepção da Matemática como ciência de rigor, cujo carácter dedutivo não pode ser elidido ou contornado.

Os autores do presente relatório não pretendem nem podem desenvolver com minúcia uma análise da questão filosófica, ou ideológica, que se perfila por trás deste assunto: a questão de saber o que a Matemática é e, reflexamente, como deve ser ensinada nos diversos níveis de ensino. Mas é indispensável uma referência ao tema, que mantém actualidade em Portugal – com substancial impacto nas políticas públicas – e noutros países.

Dir-se-ia que a discussão filosófica sobre a natureza da Matemática é indiferente para as questões do ensino, mas as duas últimas décadas em Portugal sugerem que não é assim. Tornou-se premente, como fazem os responsáveis do REANIMAT, reafirmar que há um critério último de legitimação do discurso matemático, e que esse critério é o da dedução lógica. Em Matemática, e no seu ensino, os discursos experimentais, indutivos e argumentativos só têm lugar acessório.

Contra isto ergue-se nos meios das Ciências da Educação o chamado construtivismo pedagógico, uma posição sobre o ensino, e em particular sobre o ensino da Matemática, que afirma justamente o contrário. Esta concepção está essencialmente ausente nos meios matemáticos.

Há dois motivos por que a questão ideológica é importante:

Em primeiro lugar, porque as equipas designadas pelo Ministério da Educação para conceber documentos orientadores e programas têm sido maioritariamente (quando não

exclusivamente) constituídas por individualidades adeptas do construtivismo e que, por via disso, perfilham concepções erradas e dissolventes sobre o que a Matemática é.

Em segundo lugar, porque a própria ideologia do construtivismo, e da aprendizagem baseada nos interesses e descobertas do aluno, introduz uma lógica de desresponsabilização de todos os agentes de ensino: se tudo é centrado no aluno, na sua vontade, nos seus interesses, nas suas experiências, descobertas e “investigações”, deixa de haver aprendizagens úteis, objectivos e metas controláveis e mensuráveis seja por que forma for. O resultado é o que se começa a chamar iliteracia matemática, ou inumeracia, o correspondente matemático da iliteracia funcional diagnosticada em amplos sectores da população.

Algum curso que o construtivismo (associado a pedagogias abertas e não dirigidas) tem tido em Portugal vem-lhe da sua aparente plausibilidade. Esta está associada ao facto de que a Matemática deve ensinar a pensar, de que o simples decorar de conceitos e enunciados não é verdadeira aprendizagem da Matemática, e de que cada um de nós segue um caminho próprio na aquisição de conhecimentos e capacidades.

Mas disto não se segue que se deva desprezar a memorização e o treino de competências básicas de operação e cálculo. É aqui que reside a confusão fundamental, que leva a privilegiar em exclusivo supostas “competências de alto nível”, o estudo das “ideias”, e a “experimentação”, ignorando que não há Matemática sem rigor, exactidão, construção lógica cumulativa, fundamentação e prova.

Se o papel dos problemas, do ensaio e da reflexão exploratória é importante, a fase da justificação rigorosa é indispensável, e o ensino, mesmo em níveis elementares (e seguramente em níveis mais adiantados), deve ter isso em conta. Claro que a importância do papel e da reflexão própria do aluno vai aumentando com a idade.

A questão ideológica no ensino tem escapado em larga medida à opinião pública. A tentativa de alerta que teve mais impacto em Portugal foi o livro *O 'educuês' em discurso directo. Uma crítica da pedagogia romântica e construtivista*, de Nuno Crato (Gradiva, 2006).

Mas, ainda que de forma difusa, não pode haver dúvidas sobre o papel que o país e as famílias portuguesas atribuem à escola, o local por excelência da transmissão aos jovens – e aquisição por estes – do nosso património cultural, científico e civilizacional, um local em que as palavras “conhecimento” e “capacidades” não sejam palavras vãs e de mero enfeite.

O problema da Matemática em Portugal, a que já nos referimos no capítulo inicial, não se reduz ao problema ideológico. Mas nenhuma abordagem ao ensino da Matemática estará correcta se ignorar a natureza da disciplina e dos seus critérios últimos de validação. Consequentemente, a questão ideológica não pode ser ignorada se o país efectivamente reconhecer o papel estruturante da Matemática e, conforme indicámos nesse capítulo, a sua importância para o próprio futuro económico português.

Grande parte do sucesso dos defensores do construtivismo pedagógico provém da sua eficácia no retrato caricatural que traçam da posição oposta. Citamos, por todos, a já referida contraposição da “Matemática autoritária, dos dogmas, dos anátemas, do certo e do errado, das humilhações e dos castigos” à “Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas.” Este é um dispositivo retórico bem conhecido, que os anglo-saxónicos designam por argumentação do *straw man*. Não se ataca, critica ou contesta uma posição real e concreta, mas sim uma caricatura.

De facto, não há nenhuma incompatibilidade entre a concepção da Matemática como ciência dedutiva, baseada no rigor lógico, e a utilização de pedagogias motivadoras, em que se usam problemas e aplicações. Também essa concepção da Matemática não significa necessariamente reprovações e insucessos, fenómenos que relevam de opções organizativas do sistema educativo.

O reconhecimento de que a Matemática é um edifício dedutivo não invalida de forma alguma o interesse das pedagogias abertas, das motivações e das posturas activas dos alunos. Bem pelo contrário.

A boa aula de Matemática é como uma visita guiada, com momentos interactivos, não é como um *atelier* de pintura livre. Se o processo escolar for centrado na vontade, nos interesses e na auto-estima do aluno, não será de admirar que pouco fique de património comum, partilhável, útil. Mesmo nos escalões etários iniciais, em que a postura dedutiva claramente não pode ser a preocupação dominante, é importante que haja um rumo.

O sucesso de “pedagogias abertas”, com actividades lectivas centradas no aluno, na sua vontade, nos seus interesses, e em explorações e “experiências matemáticas significativas”, parece-nos ser apenas possível com alunos de idades mais avançadas, muito predispostos e motivados, o que não é a situação média no ambiente difícil e imperfeito das escolas portuguesas. Claro que, para essas abordagens, a própria noção de “sucesso” sofre um deslocamento para algo de pessoal e subjectivo, e provavelmente intangível.

Neste contexto, a proposta metodológica e didáctica do REANIMAT e dos seus textos, que anteriormente referimos, com a enumeração sem ambiguidades das definições e enunciados, com a utilização de um rigor formal moderado (adequado ao escalão etário), com a apresentação da matéria sob a forma de cadeia estruturada logicamente, com incentivos à aquisição de destreza no cálculo, com treino da argumentação matemática, com o recurso à intuição geométrica e à visualização espacial, com a utilização do cálculo numérico e gráfico automático, com a colocação de problemas criteriosamente seleccionados, e finalmente confiando ao professor a condução da aprendizagem, parece-nos muito sensata e equilibrada para o escalão etário em causa.

Na apresentação das “didácticas alternativas” é sempre colocada grande ênfase na resolução de problemas. De novo uma concepção de ensino da Matemática baseado na consideração de questões abertas parece muito plausível, em contraposição a uma abordagem mais baseada no rigor e na dedução: será de facto a falta de um enquadramento dedutivo uma dificuldade real?

Mas esta oposição não resiste a uma análise mais cuidada. De facto, perante um problema que se pretende resolver, que ferramentas se podem usar? E que critérios de validação estão disponíveis para as propostas de solução? O carácter dedutivo da Matemática acaba sendo inescapável. A Matemática não é uma colecção de factos desconexos, como explica de forma exemplar um dos responsáveis do REANIMAT num texto sobre a formação de professores (Armando Machado, *O ensino da Matemática para a formação de professores*, em “O Ensino da Matemática na Universidade em Portugal e Assuntos Relacionados”, L. Trabucho de Campos e J. F. Queiró, editores, Centro Internacional de Matemática, 2000, p. 7-11):

*Outro dos pontos que, a meu ver, é muito importante na formação do professor é o da “cultura do rigor”. É fundamental que um professor de Matemática seja capaz de definir com precisão os conceitos com que trabalha, saiba distinguir um argumento correcto de um defeituoso e seja capaz de expor com rigor e clareza uma ideia. Ao contrário do que acontece com outras disciplinas é difícil imaginar uma discordância entre matemáticos sobre se um argumento é correcto ou incorrecto; há normas quase universalmente aceites que permitem distinguir o válido do falacioso, a definição da “vaga ideia”. E não se venha com a falsa ideia de que o rigor mata a intuição e o processo criativo e com a confusão entre rigor e formalismo estéril. A intuição e a ideia vaga têm um papel muito importante no processo de descoberta e de criação e é importante que o estudante seja estimulado na prática desse processo e na formulação de conjecturas, mas ele deve ser habituado a considerar que se trata de processos transitórios a*

*serem posteriormente confirmados ou infirmados (não há lugar permanente em Matemática para asserções que se baseiam apenas na intuição e que não são corroboradas por justificações rigorosas nem para conceitos que não sejam susceptíveis de explicação clara). Para além disso, a intuição e as ideias vagas só são em geral férteis quando apoiadas por ideias correctas e claras anteriores, não se podendo prosseguir demasiado tempo com coisas “sabidas mais ou menos”. E não deixa de ser irónico que uma das áreas normalmente identificadas como de “Matemática Aplicada”, a prática da programação em linguagens de computador, seja um dos pontos em que mais se faz sentir a necessidade de ideias claras e de rigor e minúcia: Não é possível construir um programa de computador explicando “mais ou menos” o que pretendemos que seja feito... Ainda a propósito desta “cultura do rigor”, é talvez oportuno referir a utilização de frases do tipo “vê-se facilmente que...” ou “é geometricamente intuitivo que...” em situações em que não se quer perder tempo em referir uma explicação ou em que esta não está ao alcance da compreensão do estudante. A utilização de frases deste tipo nestas situações é, a meu ver, extremamente negativa para a formação do estudante, sendo preferível, no último caso, ser dada a informação sobre o resultado, acompanhada de uma referência explícita à dificuldade da questão.*

*A resolução de problemas é outra das actividades que deveria talvez merecer maior atenção durante o processo de formação de professores, possivelmente fora do quadro das disciplinas tradicionais. Os problemas distinguem-se dos exercícios por envolverem questões para as quais não é,*

*à partida, claro quais os instrumentos que podem contribuir para a sua resolução; eles estimulam o espírito de descoberta e a capacidade de reconhecer a aplicabilidade dos resultados abstractos estudados, capacidade que é aliás inerente à possibilidade de aplicar a matemática a outras ciências ou em situações da vida de todos os dias. Uma experiência interessante nesta direcção, de que tive ocasião de tomar conhecimento e sobre cujos resultados gostaria de ter mais informações, foi feita na Universidade do Porto pela Prof.<sup>a</sup> Maria de Fátima Carvalho com estudantes do último ano da licenciatura do ramo educacional. Também nesta área há exageros a evitar, não se devendo identificar, como alguns parecem fazer, a resolução de problemas como sendo a actividade central do ensino: A Matemática é um saber organizado e não uma soma de observações avulsas; a profundidade e a fecundidade da Matemática está na capacidade de saber generalizar e de passar do concreto para o abstracto, de modo a poder aplicar os mesmos métodos em situações diferentes.*

#### Sobre a organização e a concretização

O REANIMAT foi pensado para três anos lectivos – 2001/2002, 2002/2003 e 2003/2004 – e decorreu até ao fim do período previsto.

A principal dúvida ou crítica que exprimimos a respeito do projecto no plano da concepção já a mencionámos: trata-se da opção por uma intervenção apenas a nível do ensino secundário, demasiado perto do fim dos estudos não-superiores, e portanto demasiado tarde para compensar ou corrigir deficiências de formação anteriores.

Este raciocínio, em bom rigor, podia levar-nos a pensar que se devia ter começado pelo 1º ciclo. E não andaríamos com isso longe da verdade, conhecidas que são as deficiências do ciclo inicial do ensino básico, designadamente no plano da formação dos professores e das horas mínimas dedicadas às matérias básicas.

Mas, sem nos afastarmos excessivamente do que foi pensado e feito, admitimos que, apesar do aumento das dificuldades organizativas, teria sido interessante, e porventura com resultados mais substanciais, considerar a possibilidade de um projecto de qualidade semelhante a começar no 3º ciclo.

O 3º ciclo tem uma colocação muito problemática na actual estrutura do nosso sistema educativo, e devia ser aproximado do secundário em todos os aspectos: na rede escolar, na formação de professores, na avaliação, em alguma flexibilidade de percursos. Constituir-se-ia assim um novo secundário – como chegou a estar previsto na Lei de Bases vetada pelo Presidente da República em Julho de 2004 – ficando os dois ciclos anteriores a constituir o ensino básico.

As escolas participantes no REANIMAT foram escolhidas pelos responsáveis do projecto. Na determinação da lista de professores envolvidos houve reduzida

aleatoriedade. Quatro professores – um em cada escola – foram escolhidos por conhecimento anterior, pois haviam frequentado o mestrado em Matemática para o Ensino do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. A maioria dos professores obtivera a licenciatura na mesma instituição universitária.

Portanto, os três factores de enquadramento “académico” decisivos para o sucesso de qualquer estratégia escolar – por ordem de importância: os professores, os livros de texto seguidos, e o programa – tinham no REANIMAT uma situação bastante favorável, mesmo que no caso do programa a intervenção dos responsáveis se tenha baseado na versão oficial em vigor.

Quatro escolas constituem uma amostra pequena. Ao contrário do cenário em que a intervenção começasse no 3º ciclo – que implicaria substancial aumento da complexidade da organização – não nos parece que o esforço logístico aumentasse muito se se trabalhasse com mais escolas e mais turmas. A menos que o número de escolas envolvidas tenha resultado de uma restrição do Ministério da Educação ou da Direcção Regional de Educação de Lisboa, talvez tenha sido pena não envolver um número maior de escolas, aumentando o impacto potencial do projecto.

Os mecanismos de formação e acompanhamento dos professores participantes foram bem pensados e foram seguidos nos três anos de funcionamento do projecto. Houve uma substancial acção de formação na Faculdade de Ciências antes do início de cada ano lectivo, e houve reuniões quinzenais entre os responsáveis do projecto e os

professores para discutir as actividades em curso e planear estratégias. Havia ainda a possibilidade de contactos por correio electrónico. Este sistema de formação e acompanhamento – ao qual devemos acrescentar os próprios textos produzidos especificamente para o projecto, e que tinham uma versão especial para os professores – está bem pensado e parece ter funcionado bastante bem.

Os responsáveis dispuseram-se ainda a redigir e disponibilizar aos alunos resoluções para alguns dos exercícios propostos.

Uma falha importante do REANIMAT é não se ter concretizado, como parte integrante do projecto e como indicado nos documentos iniciais, a avaliação da experiência realizada, incluindo tanto os resultados obtidos pelos estudantes no exame nacional de Matemática do 12º ano como o seu percurso no primeiro ano do ensino superior.

#### Sobre os resultados, os textos e o impacto do projecto

Que conclusões tirar dos resultados propriamente estatísticos do REANIMAT? A amostra é tão pequena que é arriscado tirar conclusões muito definidas. O número de alunos que abandonaram, sobretudo no 10º ano – 54,6%, sem contar a desistência das turmas da Escola Pedro Nunes – foi muito grande, o que acentuou o âmbito restrito da experiência.

A saída destes alunos, conforme referido oportunamente, não parece atribuível à sua participação no projecto (embora faltem dados numéricos sobre o abandono nas outras turmas das mesmas escolas), sendo manifestação de um fenómeno nacional com carácter muito mais vasto: o abandono escolar na transição do 3º ciclo para o secundário.

Os relatórios intercalares do projecto dão conta deste insucesso, associando-o sobretudo às carências na formação anterior dos alunos, que era difícil recuperar. Mas foi também referido “o elevado grau de exigência dos métodos de ensino e avaliação utilizados pelos professores participantes.” Em qualquer caso, à face estrita dos objectivos enunciados à partida do projecto, é inevitável o sentimento de algum desânimo.

Já a taxa de aprovação dos alunos no exame nacional de Matemática do 12º ano parece traduzir um bom resultado, e o mesmo se pode dizer das classificações obtidas nesse exame. Mas, tanto neste aspecto como no que se refere aos percursos posteriores no ensino superior – sobre os quais os poucos dados disponíveis apontam também no sentido positivo –, estamos já a falar de números bastante reduzidos, e é difícil ir longe na interpretação e valoração destes resultados.

Ainda em relação a objectivos previstos nos documentos iniciais do REANIMAT, não foram concretizadas, por dificuldades de tempo das escolas e alunos, algumas actividades extra-curriculares inicialmente previstas (“seminários optativos” e “actividades e problemas com um maior grau de exigência” para os alunos mais motivados). E não houve a também anunciada “avaliação da experiência realizada, que

terá em conta tanto os resultados obtidos pelos estudantes participantes na prova de Exame Nacional de Matemática do décimo segundo ano, como a forma como se adaptaram ao estudo da Matemática no decorrer do primeiro ano dos cursos superiores”. Neste segundo caso, não está claro se a avaliação era vista como parte integrante do projecto ou se devia ser levada a cabo por outras instâncias.

Se em relação ao principal objectivo declarado no início o sentimento não pode deixar de ser de alguma frustração, é também claro que o REANIMAT deixa outros legados.

O primeiro dentre eles são os manuais didácticos redigidos para o projecto, textos de muito grande qualidade que dão corpo a uma sólida proposta programática e metodológica alternativa aos programas oficiais e a concepções ideológicas sobre a Matemática e o seu ensino que se afiguram perigosas e dissolventes. Os textos estão disponíveis ainda hoje na página do projecto na Internet, podendo ter tido por essa via alguma influência no ensino da Matemática nos últimos anos.

Um segundo importante legado do REANIMAT é o impacto na formação, na prática, no entusiasmo e na motivação dos professores envolvidos, conforme testemunhado pelos próprios nos depoimentos que nos prestaram. Aqui o único aspecto a lamentar é o reduzido número destes professores, mesmo que outros tenham participado nas três acções de formação ou tenham tido acesso aos textos.

A formação de professores durante o seu exercício profissional é relevante e útil, mas não deve de modo algum fazer esquecer a importância crucial da qualidade científica da

formação inicial. E, como já referido, sabe-se que muitos dos professores envolvidos no REANIMAT obtiveram a sua formação na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, ainda por cima complementada, em alguns casos, com a frequência do mestrado em Matemática para o Ensino do Departamento de Matemática da mesma Faculdade.

Isto sugere que poderia haver dificuldades numa tentativa de replicação do “modelo” do REANIMAT em contextos mais amplos: muitos professores, com a formação inicial que tiveram, poderiam reagir como alguns alunos e não conseguir sequer ler os textos didácticos do projecto. Um dia se fará o estudo do completo “baixar da guarda” em matéria de qualidade da formação científica dos professores em Portugal nas duas últimas décadas, dos sucessivos erros políticos (incluindo as políticas públicas de recrutamento) que a ele conduziram, e do seu impacto no desenvolvimento do país.

Como terceiro legado a registar, o REANIMAT dá corpo à afirmação de uma alternativa possível ao quadro existente, que tantas preocupações tem causado. E, finalmente, o projecto permitiu registar a disponibilidade, por parte de respeitados matemáticos portugueses, para colaborar na construção dessa alternativa. Um problema do ensino da Matemática a nível não-superior é o reduzido envolvimento dos matemáticos portugueses nessas questões. É por isso extremamente positivo este esforço de dois dos mais prestigiados matemáticos do país.

Um aspecto que emerge repetidamente nos depoimentos dos professores e dos responsáveis pelo REANIMAT é o da carga horária de Matemática no ensino secundário e a necessidade de a reforçar. Este é um tema que tem feito o seu caminho e

que queremos referir, sem obviamente podermos ir muito longe na sua análise. Uma importante ideia que vale a pena considerar é referida pelos próprios responsáveis do REANIMAT:

*(...) seria interessante explorar na organização do nosso ensino secundário a existência de níveis diferenciados que permitissem enriquecer aqueles que podem e têm interesse em ir mais longe (estamos a pensar, por exemplo, no que se faz em Inglaterra ou nas escolas aderentes aos programas da “International Baccalaureate Organization”).*

A questão do abandono é grave e complexa, e não há respostas simples para ela. Mas uma tentativa de resposta, para além de dever partir de pontos de vista correctos sobre a Matemática e de ideias claras sobre as metas a atingir, poderia de facto ser a diferenciação de percursos (eventualmente já no 3º ciclo, embora reconheçamos que esse é um tema controverso). Não se desiste de educar todos, mas reconhece-se a “segmentação” dos públicos, com alunos de muitos perfis, interesses, aspirações e intenções.

\*

Chegamos ao fim deste relatório com uma impressão um pouco paradoxal sobre o REANIMAT. Por um lado, do ponto de vista estatístico relativamente aos resultados dos alunos, partilhamos o que foi sem dúvida alguma frustração dos responsáveis do projecto. E ficamos sem saber como se teriam passado as coisas com um maior número

de escolas e turmas a participar, eventualmente começando com o 3º ciclo. Mas, por outro lado, não temos dúvidas em considerar que se tratou de uma iniciativa muito meritória e com potencial impacto na melhoria do ensino da Matemática em Portugal.

Isto devido em primeiro lugar aos textos produzidos, mas também ao esboço de uma arquitectura de intervenção para melhorar o ensino da Matemática: boa formação dos professores, bons textos, concepções e metodologias correctas, confiança nos professores, avaliação. Se a isto juntarmos, num plano mais político, o reforço institucional das escolas, teremos os elementos fundamentais de uma reforma com futuro.

Ao longo do relatório fomos deixando ideias que se poderiam traduzir em sugestões para iniciativas a tomar, mas queremos deixar uma recomendação formal. Esta é que seja promovida a publicação e ampla divulgação dos textos produzidos no âmbito do REANIMAT. Isso poderá ter relevante impacto no ensino da Matemática no ensino secundário e, a prazo, constituir um importante legado do projecto.

As versões dos textos a contemplar deveriam talvez ser baseadas nas elaboradas para os professores, já que poderá ser através dos professores que a publicação terá o impacto mais profundo e duradouro.

Acessoriamente, sugerimos também que seja estudada a possibilidade de dar maior divulgação aos importantes estudos sobre programas e manuais de Eduardo Marques de Sá *et al.*, citados no capítulo 2.

## 8. Anexos

### **OBJECTIVOS DO REANIMAT Projecto Gulbenkian de Reanimação Científica da Matemática no Ensino Secundário**

(documento dos responsáveis)

São objectivos básicos deste projecto:

#### **Reenunciar o Programa:**

- enumerando, sem ambiguidades, os itens, definições e resultados que constituem o núcleo de cada tema do programa.
- utilizando um rigor formal moderado, compatível com o escalão etário dos alunos, de forma que conceitos e resultados sejam transmitidos de forma precisa, ainda que não necessariamente em linguagem formal.
- apresentando a matéria, sempre que possível, sob a forma de cadeia estruturada logicamente: conceitos e resultados novos utilizam termos e proposições anteriores; as propriedades dos objectos a estudar são, sempre que possível, justificadas.
- produzindo textos de apoio, a utilizar quer por professores quer por alunos, dentro dos princípios anteriores.

**Pensar a metodologia:**

— confiando ao Professor a condução da aprendizagem, no pressuposto de que a sua experiência e o conhecimento directo da turma permitirá modular o ritmo e o grau de dificuldade das actividades a desenvolver.

— promovendo incentivos à aquisição pelos alunos de uma certa destreza no cálculo numérico e algébrico, sem descurar o treino da argumentação matemática, o recurso à intuição geométrica e à visualização espacial sempre que adequado e a utilização do cálculo numérico e gráfico automático.

— estudando a colocação de problemas, com grau de dificuldade variável, resolúveis através da utilização dos resultados e técnicas fornecidos no âmbito das matérias do programa; serão admissíveis alguns desafios de resolução não trivial mas serão de evitar questões "abertas" cuja resposta esteja claramente para além daquilo a que os alunos podem aceder neste nível.

Detalhamos agora um pouco mais os objectivos atrás apontados.

O objectivo do projecto não é o de criar turmas de elite destinadas a alunos mais dotados ou mais motivados para a Matemática. Ele pretende antes experimentar conteúdos e metodologias que permitam transmitir uma visão mais autêntica da Matemática a um conjunto de alunos comuns. Não deixaremos, no entanto, de encorajar os estudantes mais interessados a ir mais longe, quer através de seminários optativos quer através de propostas de actividades e problemas com um maior grau de exigência. Isto sem prejuízo de considerarmos que seria interessante explorar na organização do

nosso ensino secundário a existência de níveis diferenciados que permitissem enriquecer aqueles que podem e têm interesse em ir mais longe (estamos a pensar, por exemplo, no que se faz em Inglaterra ou nas escolas aderentes aos programas da “International Baccalaureate Organization”).

O objectivo do projecto também não é o de testar um programa claramente alternativo para a disciplina de Matemática durante os três anos do Ensino Secundário. Em primeiro lugar porque, nas suas linhas gerais, os grandes temas do curriculum parecem corresponder aos que são estudados em muitos dos países de que estamos próximos. Em segundo lugar porque os estudantes pertencentes às turmas envolvidas vão ser chamados a prestar a mesma prova de exame no 12o ano que todos os outros estudantes e vão competir com estes no processo de entrada na Universidade. Isto sem prejuízo de considerarmos que, num ponto ou noutro, é possível e desejável sermos um pouco mais ambiciosos do que o programa em vigor.

Os pontos em que claramente nos demarcamos dos programas em vigor dizem essencialmente respeito à respectiva filosofia, traduzida principalmente nas indicações metodológicas e que, a nosso ver, têm contribuído para promover uma visão empobrecida e descaracterizada da Matemática. Detalhamos em seguida, a título de exemplo, alguns desses pontos em que entendemos ser importante mudar de ponto de vista.

O programa em vigor determina em várias situações que certas questões só podem ser estudadas em ligação com problemas concretos. Ninguém com um mínimo de bom

senso negará que é extremamente motivante e formativo encontrar situações concretas onde a Matemática se aplica, mas é empobrecedor reduzir o estudo da Matemática a isso, esquecendo que é exactamente a abstracção um dos aspectos que tornam a Matemática tão fecunda, nomeadamente ao permitir reconhecer o que há de comum em situações concretas muito diversas. É importante motivar sempre que possível mas não nos devemos envergonhar do que é abstracto nem sentir a necessidade de o mascarar com roupagens, tantas vezes artificiais e caricatas de “realidade”.

O programa em vigor insiste na descoberta feita pelo aluno como único meio de este adquirir conhecimentos e capacidades matemáticas. Mais uma vez um tipo de actividade que pode ser extremamente formativo e enriquecedor quando aplicado em situações especialmente favoráveis, acaba por se tornar limitativo e empobrecedor quando erigido em único método de aprendizagem. Não se pode subestimar o papel dos génios que foram fazendo avançar o conhecimento para formas cada vez mais fecundas de organização nem se pode pretender que todas as tentativas que foram sendo feitas ao longo dos séculos e que vieram a ser abandonadas ou melhoradas tenham que ser repetidas por cada aluno.

O papel do método experimental é determinante na descoberta e no apoio intuitivo ao conhecimento dos conceitos matemáticos, mas a Matemática distingue-se das Ciências Experimentais pelo facto de o seu critério de validação não ser o experimental mas o dedutivo. O programa em vigor torna pouco claro esse aspecto distintivo da Matemática e insinua frequentemente a experiência como fonte da verdade matemática.

O programa em vigor, pelo menos nalgumas das suas implementações em livro de texto, recorre frequentemente a várias definições de um mesmo conceito (a elipse é definida como secção cónica, é definida de novo como uma circunferência achatada e é definida ainda a partir da sua propriedade focal; a base dos logaritmos neperianos é definida como o limite de uma certa sucessão e mais tarde é definida de novo como a base de uma exponencial com certa propriedade). Trata-se de uma prática incorrecta que importa evitar: Diferentes textos podem escolher diferentes definições para um mesmo conceito, mas num mesmo texto só se pode dar uma definição e eventuais caracterizações alternativas que, ou são devidamente justificadas, ou são claramente declaradas como pontos que mereceriam justificação mas para os quais se pede que o aluno confie na informação dada (“pode mostrar-se que ... pode também ser caracterizado como ... mas não nos é possível apresentar agora essa justificação”).

O programa em vigor elege as probabilidades como local escolhido para a prática do método dedutivo quando nem se trata do quadro em que exemplos esclarecedores dos diferentes tipos de raciocínio aparecem mais facilmente. Seria porventura mais fecundo ensinar alguma Lógica (termos, proposições, expressões com variáveis, quantificação, regras de de Morgan, etc...) e exemplificar métodos frequentes de raciocínio (regra de dedução, método da hipótese alternativa, método de passagem ao contra-recíproco, método de redução ao absurdo) em quadros simples mais fecundos como o do estudo das propriedades elementares dos números reais.

Os coordenadores científicos do projecto

Armando Machado

Luís Sanchez

## DEPOIMENTOS DOS MEMBROS DA COMISSÃO DE ACOMPANHAMENTO

### **Carlos Braumann (Universidade de Évora)**

Sinto-me muito honrado por ter participado no Conselho Consultivo do Projecto “REANIMAT – Programa Gulbenkian de Reanimação Científica da Matemática no Ensino Secundário”, tendo assim tido ocasião de acompanhar e opinar sobre o desenvolvimento do projecto em várias reuniões onde participaram também os coordenadores do Projecto pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Professores Armando Machado e Luís Sanchez, e o Dr. Carmelo Rosa, que coordenou com total empenho e eficiência todo o envolvimento da Fundação Calouste Gulbenkian nesta iniciativa.

Tratou-se de uma iniciativa conjunta da Fundação e da Faculdade, com o envolvimento generoso de vários dos seus mais ilustres professores, que visava contribuir para a melhoria do ensino da Matemática no secundário, cuja degradação (facilmente constatável e confirmada pelas comparações internacionais) é um importante obstáculo ao desenvolvimento científico e tecnológico do País.

O projecto propôs-se acompanhar do 10º ao 12º ano, “com uma visão renovada do programa em vigor”, várias turmas de Matemática (absolutamente normais) do ensino secundário de Escolas Secundárias da região de Lisboa, tendo também como objectivo ver como os estudantes se comportaram nos exames nacionais do final do secundário e

no primeiro ano do ensino superior. O projecto só foi possível com a generosa participação dos professores e das Escolas e com a adesão dos alunos e pais.

O projecto envolveu o reenunciar do programa, procurando um maior grau de rigor e de ênfase no raciocínio dedutivo e na resolução de problemas, a formação dos professores e a elaboração de manuais de apoio a alunos e professores.

As reuniões do Conselho Consultivo decorreram sempre em excelente clima, com uma vontade comum de contribuir com sugestões para o sucesso da experiência, que se procurou também avaliar objectivamente com vista a utilizar os ensinamentos recolhidos na melhoria da qualidade do ensino.

Infelizmente, algumas turmas desistiram do projecto, principalmente por pressão dos pais, receosos porventura que um maior grau de exigência pudesse resultar numa classificação inferior que prejudicasse o ingresso no ensino superior. Noutras turmas, que permaneceram até ao fim, também houve bastantes abandonos individuais, mas os resultados dos estudantes que permaneceram foram bastante bons. Infelizmente, ao contrário do que eu havia recomendado desde início, não houve comparação estatística dos resultados com os de outras turmas das mesmas escolas. Não tenho também conhecimento dos resultados obtidos no primeiro ano do ensino superior pelos alunos que terminaram o programa, quer em termos absolutos quer em termos comparativos com os seus colegas.

Tudo indica, porém, a julgar pelos resultados da avaliação do exame do final do secundário dos alunos que concluíram o programa, que o resultado foi francamente positivo e estou convicto que os intervenientes terão visto a sua transição para o ensino superior bastante facilitada. Claro que isso pode dever-se a um especial empenhamento dos intervenientes, particularmente dos professores, que poderá não ser reprodutível para a generalidade do corpo docente, mesmo que recebendo a mesma formação e seguindo os mesmos manuais.

Sobre os manuais, é importante referir que eles foram elaborados pelos professores universitários da equipa da Faculdade de Ciências envolvida no projecto, com a colaboração de mais alguns colegas, e que o Conselho Consultivo se pronunciou sobre as primeiras versões e deu sugestões para a sua melhoria. São excelentes manuais, que servem os objectivos científicos e pedagógicos do projecto, fugindo à infantilização crescente dos manuais escolares disponíveis no mercado, não sacrificando o rigor e o raciocínio matemático, salientando as aplicações da Matemática, pondo problemas de grau de dificuldade variável para que o estudante possa enfrentar desafios crescentes e assim construir um conhecimento sólido e confiante e um vislumbre do encanto que é fazer Matemática. Naturalmente, haverá questões pontuais onde poderei discordar de certas opções didácticas ou de organização da matéria. Recordo, por exemplo, a definição de limites de funções reais de variável real, que é ligeiramente diferente da adoptada no Programa do secundário e que, em minha opinião, pode, sem vantagem real, trazer alguns problemas nos exames aos estudantes. Essas raras divergências pontuais, sempre discutíveis de acordo com as opiniões individuais, não enfraquecem a minha opinião altamente positiva sobre o inegável mérito dos manuais produzidos.

Ainda que o Projecto não tivesse servido para mais nada (o que não é certamente o caso), teria valido a pena pela qualidade dos manuais elaborados. A sua utilidade para os professores e estudantes do secundário é indiscutível, mas só se tornará eficaz se os manuais forem publicados e amplamente divulgados. Aqui fica a sugestão para os responsáveis da política editorial da Fundação.

Uma questão que também foi discutida é a necessidade de intervir o mais cedo possível na vida das crianças. Sendo a Matemática um corpus científico de natureza cumulativa, a intervenção numa etapa mais tardia da construção do conhecimento matemático tem um efeito relativamente limitado, ainda que importante. E já não apanha aqueles que se afastaram de forma praticamente definitiva da Matemática em virtude de escolhos encontrados e não superados ou de preconceitos muito disseminados na sociedade e que lhes foram inculcados.

Assim, ficou a sugestão, aliás já pensada pelo Dr. Carmelo Rosa, de intervir a nível do primeiro ciclo do ensino básico, inclusivamente a nível da formação de professores, já que neste grupo docente se encontram grandes carências de conhecimentos e, por vezes, o que é pior, grande desinteresse ou mesmo aversão à Matemática. É certo que, entretanto, o Ministério da Educação teve a mesma ideia e já está a dinamizar algumas acções de formação, dominadas pelos sectores de Ciências da Educação. Mas até que ponto é que a comunidade matemática tem sido chamada a contribuir e até que ponto o “eduquês” dominante não estará aí também a limitar os desejáveis progressos?

Enquanto membro da comunidade matemática, queria terminar com um agradecimento a todos os intervenientes pelo excelente esforço em prol da Matemática em Portugal. À Fundação Calouste Gulbenkian e à Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, os meus parabéns pela iniciativa.

### **Carlos Rocha (Universidade Técnica de Lisboa)**

É sempre muito difícil avaliar actividades de formação básica como a que foi desenvolvida através do Projecto REANIMAT porquanto os seus principais efeitos se manifestam essencialmente a longo prazo e por vezes em aspectos que não são facilmente contabilizados como sejam, por exemplo, os relativos ao despertar de vocações. Em áreas de ciência e tecnologia é essencial desenvolverem-se alternativas ao programa que possam proporcionar a motivação adicional necessária às vocações certamente existentes e que por vezes dificilmente são incentivadas com os programas actualmente existentes na área da Matemática.<sup>1</sup> Este projecto tem no entanto aspectos mais imediatos e facilmente referenciáveis que devem ser tomados em conta em qualquer avaliação. Desde logo é necessário referir os textos desenvolvidos pela equipa em apoio do projecto e cuja utilidade pode certamente transcender este programa. Considero este um dos aspectos mais relevantes do projecto sem o qual dificilmente um conjunto de docentes com actividades de investigação em Matemática reconhecida internacionalmente se dedicariam à tarefa de desenvolvimento de textos de nível pré-

---

<sup>1</sup> Basta referir que quase toda a Matemática apresentada aos estudantes portugueses antes de estes iniciarem o Ensino Superior é anterior ao terramoto de Lisboa.

universitário com a qualidade dos apresentados. Considero importante dar a estes textos uma ampla divulgação, em particular entre professores de Matemática, que permita reequilibrar a qualidade da oferta actualmente presente no mercado. Estes textos vêm precisamente contrariar a tendência actual para a eliminação, simplificação ou redução a representações figurativas de tópicos essenciais à compreensão da Matemática.<sup>2</sup>

Necessariamente há ainda que levar em conta os resultados alcançados pelos alunos no seu percurso posterior à entrada no Ensino Superior, quando são mais visíveis os resultados da sua preparação e formação básicas. Aqui, tenho conhecimento do acompanhamento que foi feito aos alunos que ingressaram em cursos de Engenharia no Instituto Superior Técnico. Os dados que consultei mostram que dos 12 alunos que ingressaram no IST, 10 já concluíram as 3 disciplinas de Álgebra e Análise do 1º ano tendo 6 obtido aprovação na primeira inscrição, um obteve aprovação em 2 disciplinas e um desistiu. Não sendo uma amostra representativa, não deixa no entanto de ser um resultado bastante positivo.

Considero que o desenvolvimento de projectos desta natureza, com o apoio de uma instituição com o prestígio da Fundação Gulbenkian, são essenciais para se manterem abertas alternativas de formação básica tendentes a melhorar a oferta pública do ensino de Matemática indispensável às áreas de Ciência e Tecnologia.

---

<sup>2</sup> Por gosto pessoal gostaria de destacar os textos relativos à “Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real”.

**Carlos Sá (Universidade do Porto)**

O projecto REANIMAT pareceu-me muito bem concebido e organizado. As turmas que participaram na experiência foram escolhidas de modo aleatório. Os professores envolvidos, pelo contrário, foram escolhidos muito criteriosamente. Se não me engano, todos eles tinham frequentado, em primeiro lugar, um mestrado da responsabilidade do Departamento de Matemática da FCUL (salvo erro, o nome era Mestrado em Matemática para o Ensino) e, posteriormente, uma acção de formação sobre as matérias a leccionar. Deveriam, portanto, estar particularmente bem preparados, do ponto de vista científico, para o desempenho das funções de que os incumbiram.

Tenho na memória que, no final, quando se analisaram os números (aprovações, reprovações, desistências, comparação de notas dadas por professores e obtidas em exame), foi defendida a ideia de que o projecto não tinha corrido bem, por os resultados não serem muito diferentes dos da generalidade das escolas do país. Eu não fui dessa opinião.

Em primeiro lugar, o projecto envolveu um número muito pequeno de turmas para se poderem tirar conclusões muito fortes.

Em segundo lugar, era de esperar que alunos que chegam aos 16 anos sem nunca terem feito um exame (nem sequer terem sentido a necessidade de fazer um pequeno esforço para serem aprovados) e que sempre estudaram (??) por livros infantilizantes sentissem

sérias dificuldades em ler os textos propostos. Os professores amorteceram certamente o choque, mas não se adquirem hábitos de leitura e reflexão em poucas semanas.

Por último, estou apesar de tudo convencido de que a experiência terá contribuído para os alunos participantes adquirirem maior solidez de conhecimentos e melhores hábitos de estudo do que se tivessem seguido os manuais (mas reconheço que não tenho dados de observação empírica que permitam defender esta opinião; seria preciso saber quais destes alunos prosseguiram os estudos e acompanhar o seu desempenho nas universidades ou nos politécnicos).

Para além da experiência pedagógica de inegável interesse, o projecto REANIMAT deixou-nos um legado palpável e extremamente útil: textos para a disciplina de Matemática do Ensino Secundário, alguns da autoria individual dos Professores Armando Machado e Luís Sanchez, outros da autoria de equipas de docentes do Departamento de Matemática da FCUL coordenadas por aqueles professores. Fizeram-se manuais para os alunos e textos de apoio para os professores. São textos excelentes, escritos num português acessível e sem artificialismos, mas que obrigam o leitor à concentração, convidam à reflexão e estimulam o cuidado com a linguagem. Sei que têm sido usados por outros professores; em particular, conheço casos de professores da FCUP que os tomaram como base para os trabalhos com os seus alunos de Estágio. Pelo menos nesta vertente, considero que o projecto REANIMAT foi um sucesso.

**Eduardo Marques de Sá (Universidade de Coimbra)**

1. Utilidade da iniciativa. É sempre útil, e mesmo essencial, mostrar que existem caminhos alternativos para ensinar matemática, especialmente quando os processos determinados por sucessivos ministérios, durante muitos anos, não deram os resultados prometidos, nem estiveram perto disso.

2. Coisas boas. A dinâmica do grupo de professores, de escolas secundárias e da UL, foi sempre excelente. Os textos de apoio produzidos são de excelente qualidade, tanto no aspecto técnico-matemático quanto no aspecto expositivo-linguístico; são, quanto a estes dois aspectos, o oposto dos manuais que dominam as nossas escolas secundárias. E o oposto, também, no respeitante ao aspecto gráfico-ilustrativo: a sobriedade e minimalidade contrasta fortemente com o excesso de cores e imagens dos manuais "oficiais". Destaco a ausência dos elementos infantilizantes de linguagem e "bonecada" que invadiram a literatura escolar.

3. Abstracção. Os textos inicialmente produzidos foram considerados excessivamente sóbrios e abstractos; este ponto foi destacado no acompanhamento e houve uma inflexão nesta matéria, com melhorias nas versões finais... mas penso que se poderá melhorar ainda mais neste difícil equilíbrio entre a abstracção e minimalidade e a conquista do jovem leitor.

4. Pontos críticos. O que mais critico nos programas do secundário, ou, melhor, em quem os faz, são os sucessivos cortes em programas já de si magros, para se atender à impreparação dos alunos à saída do básico. Esta questão é crucial, e não se trata da queixa usual dos professores do nível  $n$  de ensino a respeito dos professores do nível  $n-1$ ... é simplesmente impossível ensinar matemática ao nível do secundário a alunos que, na sua maioria, estão próximos da iliteracia matemática, que passaram pelo primário sem atingir os níveis mínimos de competências, e nessa espiral de incompetência e desânimo se mantêm durante todo o básico.

Foi criada, por responsabilidade de todos, e em última instância de políticos e ideólogos, uma espiral de incompetência e desânimo em todo o sistema, alimentada pelo desmantelar dos meios de avaliação processado até aos finais do século passado, um ciclo que se fecha pela costura da formação de professores. Não se trata de mudar programas ou metodologias do secundário, seria melhor intervir no ensino básico, nos seus programas, metodologias e formação de professores, e com grande urgência nos métodos e princípios de formação da próxima geração de professores primários.

É nesta óptica que, conforme defendi no acompanhamento, o Reanimat agiu em terreno minado.

**Fernando Dias Agudo (Academia das Ciências)**

0. Em 2001 a Fundação Calouste Gulbenkian, através do seu Serviço de Educação e Bolsas de Estudo e a Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, através do seu Departamento de Matemática, lançaram o Projecto REANIMAT – REANIMAção Científica de MATemática no Ensino Secundário – o qual se propunha acompanhar, com uma visão renovada do Programa em vigor e ao longo de três anos (com os alunos sucessivamente nos 10º, 11º e 12º de escolaridade), oito turmas de Matemática do Ensino Secundário, distribuídas por quatro Escolas Secundárias da Região de Lisboa escolhidas com a colaboração da Direcção Regional de Educação de Lisboa<sup>3</sup>.

A parte científica do projecto era da responsabilidade de um grupo de docentes da FCUL, maioritariamente do Departamento de Matemática, com a colaboração de um do Departamento de Estatística e Investigação Operacional, grupo coordenado pelos Professores Armando Machado e Luiz Sanchez e em diálogo constante com os docentes das Escolas Secundárias que aceitaram participar no projecto e que eram os responsáveis pela leccionação. A escolha dos estudantes a integrar nas turmas do projecto era da responsabilidade das Escolas Secundárias referidas, devendo recair em alunos destinados a cursos superiores com componente matemática importante. E a avaliação à posteriori da experiência levaria em conta os resultados obtidos por tais estudantes na prova do Exame Nacional do 12º ano e a forma como se viessem a adaptar ao estudo da Matemática no 1º ano desses cursos superiores. Tanto eles como os respectivos encarregados de educação deviam ter conhecimento da experiência e dar-lhe

---

<sup>3</sup> Foram envolvidas as Escolas Secundárias Gama Barros, do Cacém, Padre Alberto Neto, de Queluz, Pedro Nunes, de Lisboa e Prof. Herculano de Carvalho, de Lisboa.

o seu acordo. Haveria ainda, previamente, uma acção de formação de docentes do ensino secundário, com a duração de 25 horas, para apresentação das grandes opções do projecto. E os professores da FCUL escreveriam textos para servir de base à leccionação dos alunos envolvidos no REANIMAT.

Foi constituído um Conselho Consultivo – ou Comissão de Acompanhamento – pelos professores M<sup>a</sup> José Costa (do ensino Secundário) e Carlos Braumann, Carlos Rocha, Carlos Sá, Eduardo Marques de Sá e Fernando Dias Agudo (do ensino superior), comissão que teve cinco reuniões, respectivamente em 18 JUN 2001, 22 FEV 2002, 04 FEV 2003, 11 FEV 2004 e 12 OUT 2004, com os coordenadores científicos do projecto e responsáveis do Serviço de Educação e Bolsas da FCG.

1. Logo na primeira reunião, em 18.06.01, foi referido que tanto os alunos como os seus professores deviam ser os mesmos do 10<sup>o</sup> ao 12<sup>o</sup> anos; e que conviria que pelo menos alguns docentes tivessem outras turmas, além da experimentais.

Nessa altura já havia textos preliminares (versões provisórias) de *Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real – 10<sup>o</sup> Ano*, por M. Luísa Mascarenhas e Luiz Sanchez, *Geometria – 10<sup>o</sup> Ano* e *Introdução à Lógica Matemática* (versão para alunos e versão mais avançada para professores), estas últimas da autoria de Armando Machado – textos que a Comissão de Acompanhamento ia apreciando.

2. Na segunda reunião, em 22.02.02, foi-nos comunicado que na Escola Pedro Nunes, em resultado de uma consulta à Associação dos Pais, acabara por sair do projecto uma das turmas, sobretudo de alunos que se destinavam a Medicina.

Foram apresentados os resultados de testes de avaliação e as classificações do 1º período. E distribuídos novos textos de *Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real – 10º Ano* por Luiz Sanchez (com a colaboração de M. Luísa Mascarenhas), *Geometria 10º Ano* (incluindo uma versão mais completa destinada aos professores) e *Introdução à Lógica Matemática 10º Ano*; e também textos com a resolução dos exercícios de *Geometria 10º Ano* e de *Lógica*.

3. Na terceira reunião, em 04.02.03, foram apresentados textos de *Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real – 11º Ano*, por Luiz Sanchez (com a colaboração de M. Luísa Mascarenhas), *Trigonometria/Geometria –11º Ano*, por Armando Machado (incluindo um com a resolução dos exercícios); e também os enunciados de testes de 2001/2002 e 2002/2003 e alguns mapas com classificações.

Enquadrada no Projecto REANIMAT, realizou-se na tarde do dia 26 do mesmo mês de Fevereiro de 2003, na sede da FCG, uma conferência pública “O Milagre de Catalan”, pelo Prof. Jorge Buescu, com a presença dos coordenadores do projecto e professores e alunos das escolas que nele participavam.

4. Na quarta reunião, em 11.02.04, os textos apresentados foram *Iniciação ao Estudo das Funções Reais de Variável Real – 11º Ano* (2ª edição), por Luiz Sanchez (com a colaboração de M. Luísa Mascarenhas), *Introdução ao Estudo das Funções Reais de Variável Real – 12º Ano*, por Luiz Sanchez e *Números Complexos – 12º Ano*, por Armando Machado (texto destinado aos professores).

Nas várias reuniões iam sendo feitas algumas observações aos diferentes textos, reconhecendo-se a sua grande qualidade e apoiando-se a sua oportuna publicação e divulgação para benefício do ensino da Matemática no nível a que as obras se destinam.

Foram dados a conhecer testes do 11º ano (2002/2003) e 12º ano (2003/2004) e alguns mapas com classificações, fazendo-se uma apreciação geral do funcionamento do projecto e dos resultados obtidos até então, concluindo-se que a luta contra o insucesso escolar não estava a obter os resultados que os responsáveis pelo REANIMAT desejariam. Além de duas turmas terem abandonado o projecto no fim do 10º ano, apenas 35% dos estudantes existentes no começo continuavam a participar no início de 2004. Muitos (mas não todos) deixaram o projecto por terem reprovado; e, entre as turmas com rendimento menos satisfatório, contavam-se as duas de alunos que se destinavam a Economia.

5. Na quinta e última reunião da Comissão de Acompanhamento, em 12.10.04, foi apresentado o texto *Introdução à Probabilidade* e um seu complemento, *Cálculo Combinatório*, ambos de Luísa Canto e Castro Loura e Maria Eugénia Graça Martins.

Fez-se nova análise do projecto, continuando os responsáveis a afirmar que os resultados ficaram muito aquém do que desejariam. A Profª Mª José Costa referiu até que não encontrara grandes diferenças entre os alunos do projecto e os outros. Haveria a expectativa de diferente comportamento no primeiro ano dos seus cursos superiores, mas observou-se que o número de alunos desses primeiros anos vindos do projecto devia ser tão reduzido que dificilmente seria significativo o que se viesse a registar. Aguardemos, no entanto, o que nos dirá uma avaliação final que possa já levar em conta

o comportamento de tais estudantes depois de ingressarem nos respectivos cursos superiores.

**Maria José Costa (Escola Secundária de Augusto Gomes, Matosinhos)**

1. Quando ouvi o Doutor Armando Machado falar sobre o projecto, o que aconteceu numa sessão patrocinada (?) pelas Selecções Reader's Digest, não sabia ainda que iria fazer parte da comissão de acompanhamento (parece que inicialmente não tinha este nome!). Manifestei logo a minha opinião: estava contra! Não me parecia que os alunos que eu recebia no início do 10º ano tivessem capacidade de o acompanhar com sucesso, e não acreditava que os alunos que recebia fossem diferentes dos que frequentavam as escolas de Lisboa.

2. Ao tomar contacto mais profundo com o projecto, a minha opinião não se alterou: os apontamentos suporte do curso estavam bem escritos mas com uma apresentação demasiada compacta, eram de leitura difícil, usavam uma linguagem difícil e específica do projecto (até diferente da do programa!), insistia muito mais em Lógica do que o programa recomendava, não se apoiava na história da Matemática, no uso da tecnologia nem na resolução de problemas (isto não significa que não apostasse na resolução de exercícios mas os exercícios incidiam sempre e só na aplicação directa de uma definição).

3. A implementação do programa foi muito cuidada da parte da equipa responsável: faziam reuniões com os professores que tinham seleccionado para implementar o projecto e respondiam tanto às suas solicitações que chegaram a escrever a resolução de todos os exercícios que propunham aos alunos! Segundo fomos informados nas reuniões da tal comissão, os professores estavam também em contacto uns com os outros; mais tarde, isso foi confirmado por análise dos documentos entregues nas reuniões da comissão: havia testes com perguntas comuns, o que provavelmente não acontecia por mero acaso.

4. Os testes dados não eram um primor; por vezes estavam mesmo mal elaborados até do ponto de vista da apresentação (por exemplo: apresentavam as questões submetidas a um mesmo cabeçalho espalhadas pela frente e pelo verso da folha, tinham figuras mal feitas); além disso, havia enunciados inadequados e perguntas mal formuladas.

5. Os resultados dos testes estavam longe de serem invejáveis; por vezes, o professor repetia o teste uns dias depois e então havia melhores resultados, o que a meu ver correspondia mais a uma memorização das respostas do que a uma aprendizagem dos conteúdos. Também se verificou um ou outro teste com bons resultados numa turma, mas depois de o mesmo teste ter sido dado uns dias antes noutra turma!

6. Alguns dos pais e encarregados de educação contestaram o projecto logo no 10º ano, sobretudo numa escola que acabou por o abandonar.

7. No início as turmas tinham mais ou menos o número de alunos normal; no 11º, já isso não aconteceu: as turmas estavam com muito menos alunos que uma turma submetida à versão oficial do programa. No 12º ano, havia uma presença exagerada de alunos que nunca me foi esclarecida; penso que eram alunos repetentes do 12º ano que teriam frequentado sem aproveitamento outras turmas fora do projecto no ano anterior (esta suspeita nunca me foi confirmada, mas assim sendo terá sido um grave erro pedagógico! Ou seja: terão frequentado com aproveitamento um 10º e um 11º anos no programa oficial e um 12º também no programa oficial mas sem aproveitamento e depois terão sido integrados nas turmas do projecto! Isto sem qualquer apoio...)

8. As expectativas foram excedidas em exame, mas é frequente que no 12º ano os alunos procurem ajudas exteriores à escola! Além disso, alguns (todos?) professores foram aproximando os testes dos exames realizados noutros anos, incluíam muitas das perguntas que tinham sido lançadas nos exames anteriores. Não sei se isso também significou aproximar a leccionação do programa nacional.

9. Ao longo do projecto nunca conheci qualquer relatório elaborado por alunos ou professores; recebíamos os ecos da evolução por informação prestada pelos autores do projecto.

10. Foi prometido que os alunos seriam seguidos e analisados os seus percursos, procurando identificar comportamentos que o projecto tenha contribuído para desenvolver. De nada disso tenho conhecimento.

11. Não me parece que tenha sido uma boa experiência pedagógica nem tão pouco um sucesso: escolhidos os professores pelos autores do projecto, sendo os professores acompanhados pelos próprios autores, estávamos perante a situação ideal para todos os alunos terem classificações muito boas ao longo do ano! Isso não aconteceu. Poder-se-á dizer que os resultados não se desviaram muito do padrão nacional, no que respeita ao número de reprovações e à percentagem de negativas, quer ao longo do ano quer em exame final. Mas para obter os mesmos efeitos, não era necessário o projecto!