
Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Cálculo I

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Licenciatura em Tecnologia de Informação Visual

2003/2004

Folha 4

- Uma partícula move-se ao longo de uma recta de acordo com os dados que se seguem (onde $s(t)$, $v(t)$ e $a(t)$ designam a posição, velocidade e aceleração no instante t , respectivamente). Determine a posição da partícula no instante t .
 - $v(t) = \sin t - \cos t$, $s(0) = 0$;
 - $a(t) = \cos t + \sin t$, $s(0) = 0$, $v(0) = 5$;
 - $a(t) = 10 + 3t - 3t^2$, $s(0) = 0$, $s(2) = 10$.
- Sabendo que o gráfico de f passa pelo ponto $(1, 6)$ e que tem em $(x, f(x))$ uma recta tangente de inclinação $2x + 1$, calcule $f(2)$.
- Sejam F e G primitivas de f e g , respectivamente. É verdade que:
 - $F + G$ é uma primitiva de $f + g$?
 - FG é uma primitiva de fg ?
 - F/G é uma primitiva de f/g ?
- Seja F uma primitiva de f . Mostre que:
 - Se F é uma função par, então f é uma função ímpar.
 - Se F é uma função ímpar, então f é uma função par.
- Calcule as primitivas das funções indicadas:

i) Primitivas Imediatas

(a) $x^2 - 3x^{\frac{1}{2}}$

(b) $\frac{x^2 + x + 2}{\sqrt{x}}$

(c) $e^x \sqrt{1 + e^x}$

(d) $\frac{3}{\sqrt{9 - x}}$

(e) $\frac{x^3}{\sqrt{9 - x^4}}$

(f) $\frac{1}{x} - \sin x$

(g) $\sin^2 x \cos x$

(h) $\sin^2 x$

(i) $\frac{1}{x} \ln x$

(j) $\frac{\arctg x}{1 + x^2}$

(k) $\frac{\arcsen x}{\sqrt{1 - x^2}}$

(l) $\frac{x}{\sqrt{9 - x^4}}$

(m) $\frac{3x + 5}{x^2 + 1}$

(n) $\frac{x}{9 + x^4}$

(o) $\frac{\cosh(\ln x)}{x}$

(p) $\frac{\operatorname{argtgh}^2 x}{1 - x^2}$

(q) $\frac{e^x \operatorname{argsenh}(e^x)}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$

(r) $\frac{\sinh x}{4 + \cosh^2 x}$

ii) Primitivas por Partes

- | | | |
|--|--|--|
| (a) $x \cos x$ | (b) $2xe^{1+2x}$ | (c) $\ln x$ |
| (d) $x^2 \ln x$ | (e) $\ln^2 x$ | (f) $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$ |
| (g) $\frac{x \operatorname{arcsen} x}{\sqrt{1-x^2}}$ | (h) $\operatorname{senh} x \ln(1 + \operatorname{senh} x)$ | (i) $\frac{\ln^2 x}{x^3}$ |
| (j) $e^x \cos x$ | (k) $\cos(\ln x)$ | (l) $x^2 \cos x \operatorname{sen} x$ |

iii) Primitivas de Potências de Funções Trigonômicas

- | | | |
|---|-----------------------------|--|
| (a) $\operatorname{sen}^3 x$ | (b) $\cos^5 x$ | (c) $\cos^4 x$ |
| (d) $\operatorname{tg}^4 x$ | (e) $\operatorname{tg}^5 x$ | (f) $\operatorname{sen}^5 x \sqrt{3} \cos x$ |
| (g) $\frac{\operatorname{senh} x + \cosh x}{\cosh^3 x}$ | (h) $\cosh^2 x$ | (i) $\operatorname{senh}^3 x \cosh^2 x$ |

iv) Primitivas de Frações Racionais

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| (a) $\frac{2x}{(x+2)(x-3)}$ | (b) $\frac{x^2+1}{x^2+4}$ | (c) $\frac{x+2}{x^2(x^2+1)}$ |
| (d) $\frac{4x^2+6}{x^3+3x}$ | (e) $\frac{x+1}{x^3-x^2}$ | (f) $\frac{x+2}{x^2(x^4-1)}$ |
| (g) $\frac{3x+2}{x^3+x^2-2x}$ | (h) $\frac{x^2-2x+4}{x^2(x-2)^2}$ | (i) $\frac{x^2+1}{(x-1)^3}$ |

v) Primitivas por Substituição

- | | | |
|----------------------------------|---|--|
| (a) $\frac{1}{(x^2+4)^2}$ | (b) $\frac{x^2}{\sqrt{25-x^2}}$ | (c) $\frac{(\operatorname{sen}^3 x + 1) \cos x}{1 + \operatorname{sen}^2 x}$ |
| (d) $\frac{e^x}{1 + \cosh x}$ | (e) $\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{x}}$ | (f) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-9}}$ |
| (g) $\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ | (h) $\frac{\operatorname{tgh}^3 x}{1 + \operatorname{tgh}^2 x}$ | (i) $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}\sqrt{x+2}}$ |

vi) Problemas Mistos

Escolha um método adequado para calcular as primitivas das funções:

- | | | |
|--|--------------------------------|---|
| (a) $\frac{\operatorname{arctg} x}{(x-1)^2}$ | (b) $x \operatorname{arctg} x$ | (c) $x^2 \operatorname{sen}^2 x \cos x$ |
| (d) $\frac{x e^{\operatorname{arcsen} x^2}}{\sqrt{1-x^4}}$ | (e) $\frac{\ln(\ln x)}{x}$ | (f) $\sqrt{\frac{e^{2x}-1}{e^x+1}}$ |
| (g) $\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x \cos x}$ | (h) $\frac{\ln(x^3+x)}{x^2}$ | (i) $\ln(\sqrt{1+x^2})$ |