



Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra	
2007/2008	Lógica Avançada
13/1/2005	Folha 7

Axiomas de Peano

- $\forall x.x' \neq 0$,
- $\forall x, y.x' = y' \rightarrow x = y$,
- $\forall x.x + 0 = x$,
- $\forall x, y.x + y' = (x + y)'$,
- $\forall x.x \cdot 0 = 0$,
- $\forall x.x \cdot y' = (x \cdot y) + x$.

Axioma de indução

$$\phi(0) \wedge (\forall y.\phi(y) \rightarrow \phi(y')) \rightarrow \forall x.\phi(x)$$

1. Prove os seguintes lemas:

- (a) $\forall x.0 + x = x$,
- (b) $\forall x, y, z.(x + y) + z = x + (y + z)$, (associatividade de +)
- (c) $\forall x, y.(x' + y) = (x + y)'$,
- (d) $\forall x, y.x + y = y + x$, (comutatividade de +)
- (e) $\forall x, y, z.x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot y$,
- (f) $\forall x, y, z.(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$, (associatividade de ·)
- (g) $\forall x.0 \cdot x = 0$,
- (h) $\forall x, y.x \cdot y = y \cdot x$. (comutatividade de ·)

Teoria dos corpos

2. Defina uma linguagem de primeira ordem para *o teoria dos corpos*.
3. Dê uma lista de axiomas para *o teoria dos corpos*.
4. Prove a segunda versão de distribuição (com a adição noutro lado da multiplicação).
5. Defina pelo menos duas estruturas que são modelos do teoria dos corpos.