Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Álgebra Linear/Álgebra Linear e Geometria Analítica

Ano lectivo 2000/01 Folha 4

46. Resolva os seguintes sistemas, quando possíveis, usando o método de eliminação. Registe os pivots utilizados e as operações que efectuou com as equações.

(g) $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3+5x_4 &= 0\\ 3x_1-x_2+2x_3-7x_4 &= 0\\ 4x_1+x_2-3x_3+6x_4 &= 0\\ x_1-2x_2+4x_3-7x_4 &= 0 \end{cases}$ (h) $\begin{cases} 3x_1+4x_2-5x_3+7x_4 &= 0\\ 2x_1-3x_2+3x_3-2x_4 &= 0\\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4 &= 0\\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4 &= 0 \end{cases}$

(i) $\begin{cases} x_1 + x_2 &= 1\\ x_1 + x_2 + x_3 &= 4\\ x_2 + x_3 + x_4 &= -3\\ x_3 + x_4 + x_5 &= 2\\ x_4 + x_5 &= -1 \end{cases}$ (j) $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4+2x_5 &= -2\\ x_1+2x_2-x_3-x_5 &= -3\\ x_1-x_2+2x_3-3x_4 &= 10\\ x_2-x_3+x_4-2x_5 &= -5\\ 2x_1+3x_2-x_3+x_4+4x_5 &= 1 \end{cases}$

47. Mesmo exercício para os sistemas das alíneas (a) a (f). (Observe as relações existentes entre esses sistemas e utilize-as para resolver o exercício.)

(a) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 0\\ x_1+x_2+3x_3 &= 0\\ 3x_1+5x_2+7x_3 &= 0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4 &= 1\\ x_1+x_2+3x_3+2x_4 &= 3\\ 3x_1+5x_2+7x_3+3x_4 &= 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 11\\ x_1+x_2+3x_3 &= 23\\ 3x_1+5x_2+7x_3 &= 30 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 &= 10\\ x_1+x_2+3x_3 &= 23\\ 3x_1+5x_2+7x_3 &= 30 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4 &= 1\\ x_1+x_2+3x_3+2x_4 &= 3\\ 3x_1+5x_2+7x_3+3x_4 &= 0\\ 3x_1+5x_2+9x_3+4x_4 &= 3 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4 &= 1\\ x_1+x_2+3x_3+2x_4 &= 3\\ 3x_1+5x_2+7x_3+3x_4 &= 0\\ 3x_1+5x_2+9x_3+4x_4 &= 2 \end{cases}$

(g) Acrescente uma equação ao sistema da alínea (b) de modo que o novo sistema seja possível e determinado.

48. Determine os números complexos z e w que satisfazem

$$\begin{cases} iz+(1+i)w = 3+i\\ (1-i)z-(6-i)w = 4 \end{cases}$$

49. Determine os valores de α para os quais o sistema

$$\begin{cases} \alpha x+y = 1\\ x+\alpha y = 1 \end{cases}$$

(i) não tem solução; (ii) tem uma solução; (iii) tem uma infinidade de soluções.

50. Considere o sistema de equações onde β é um parâmetro real:

$$\begin{cases} x+\beta y+\beta z=0 \\ \beta x+y+z=0 \\ x+y+\beta z=\beta^2 \end{cases}$$

(a) Discuta o sistema em função de β.

(b) Considere o sistema homogéneo associado a $\beta = 0$ e determine a solução (ou soluções) do sistema.

51. Considere o sistema de equações nos parâmetros reais a, b e c:

$$\begin{cases} ax_1 & +bx_2 & & = & c \\ & bx_2 & -x_3 & = & 1 \\ x_1 & & +x_3 & = & 2 \end{cases}$$

Determine a relação entre a, b e c de forma que o sistema só tenha uma variável livre.

52. Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x_1+4x_2 & = & 16 \\ 5x_1-2x_2 & = & 4 \\ 3x_1+ax_2 & = & 9 \\ 4x_1+bx_2 & = & -7 \end{cases}$$

Determine a e b de forma que o sistema seja possível e determine a solução nesse caso.

53. Efectue os seguintes produtos de matrizes

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; (b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$;

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$; (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

54. Usando o exercício 53 indique um sistema de equações lineares

(a) com três equações e três incógnitas que tenha $[-2 \quad 1 \quad -1]^T$ como solução;

(b) com duas equações e três incógnitas que tenha $[1 \quad -1 \quad 0]^T$ como solução;

(c) com três equações e três incógnitas que tenha $[1 \quad 1 \quad 1]^T$ como solução;

(d) com três equações e duas incógnitas que tenha $[1 \quad 2]^T$ como solução.