

46. Resolva os seguintes sistemas, quando possíveis, usando o método de eliminação. Registe os pivots utilizados e as operações que efectuou com as equações.

$$(g) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases} \quad (h) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = -1 \end{cases} \quad (j) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1 \end{cases}$$

47. Mesmo exercício para os sistemas das alíneas (a) a (f). (Observe as relações existentes entre esses sistemas e utilize-as para resolver o exercício.)

$$(a) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 23 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 30 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 23 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 30 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases} \quad (f) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

(g) Acrescente uma equação ao sistema da alínea (b) de modo que o novo sistema seja possível e determinado.

48. Determine os números complexos  $z$  e  $w$  que satisfazem

$$\begin{cases} iz + (1+i)w = 3+i \\ (1-i)z - (6-i)w = 4 \end{cases}$$

49. Determine os valores de  $\alpha$  para os quais o sistema

$$\begin{cases} \alpha x + y = 1 \\ x + \alpha y = 1 \end{cases}$$

(i) não tem solução;      (ii) tem uma solução;      (iii) tem uma infinidade de soluções.

50. Considere o sistema de equações onde  $\beta$  é um parâmetro real:

$$\begin{cases} x + \beta y + \beta z = 0 \\ \beta x + y + z = 0 \\ x + y + \beta z = \beta^2 \end{cases}$$

(a) Discuta o sistema em função de  $\beta$ .

(b) Considere o sistema homogêneo associado a  $\beta = 0$  e determine a solução (ou soluções) do sistema.

51. Considere o sistema de equações nos parâmetros reais  $a$ ,  $b$  e  $c$ :

$$\begin{cases} ax_1 + bx_2 & = c \\ & bx_2 - x_3 = 1 \\ x_1 & + x_3 = 2 \end{cases}$$

Determine a relação entre  $a$ ,  $b$  e  $c$  de forma que o sistema só tenha uma variável livre.

52. Considere o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 16 \\ 5x_1 - 2x_2 = 4 \\ 3x_1 + ax_2 = 9 \\ 4x_1 + bx_2 = -7 \end{cases}$$

Determine  $a$  e  $b$  de forma que o sistema seja possível e determine a solução nesse caso.

53. Efectue os seguintes produtos de matrizes

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix};$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad (d) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

54. Usando o exercício 53 indique um sistema de equações lineares

(a) com três equações e três incógnitas que tenha  $[-2 \ 1 \ -1]^T$  como solução;

(b) com duas equações e três incógnitas que tenha  $[1 \ -1 \ 0]^T$  como solução;

(c) com três equações e três incógnitas que tenha  $[1 \ 1 \ 1]^T$  como solução;

(d) com três equações e duas incógnitas que tenha  $[1 \ 2]^T$  como solução.