Álgebra Linear e Geometria Analítica — Teste 1 — Modelo — 2000/01

Licenciaturas em Bioquímica (opção), Química e Química Industrial e em Engenharias Geológica, Minas e Química

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE COIMBRA

Duração: 30m

ATENÇÃO: Justifique todas as suas respostas.

1. Considere a matriz
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}.$$
Indique, se for possível, valores reais para a_{13}, a_{22}, a_{31} e a_{33} tais que a matriz A seja:
   (a) diagonal;
   (b) simétrica e triangular inferior;
   (c) uma matriz elementar do tipo $E_{ij}(\alpha)$ para algum $\alpha \in \mathbb{R}$;
   (d) singular com característica igual a 1.

   (e) Efectue, quando possível, as seguintes operações:

   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \end{bmatrix}^T$. (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Resolva, através do algoritmo de eliminação de Gauss, o sistema de equações lineares
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$
determinando primeiro a factorização $PA = LU$ da matriz A do sistema.