

Complementos de Álgebra Linear e Geometria Analítica

Ano Lectivo 2003/04 — Exercícios sobre curvas e superfícies do 2º grau

Licenciatura em Tecnologias de Informação Visual

1. Para cada uma das seguintes formas quadráticas em \mathbb{R}^2 ache uma mudança ortogonal de coordenadas que a transforme numa forma quadrática diagonal:

(a) $f(x, y) = 2x^2 + xy + 2y^2$; (b) $f(x, y) = x^2 - 4xy - 2y^2$; (c) $f(x, y) = 3xy$.

Em cada alínea identifique a figura geométrica de equação $f(x, y) = 1$.

2. Mesmo exercício que o anterior para as seguintes formas quadráticas em \mathbb{R}^3 :

(a) $f(x, y, z) = 7x^2 + 4xy + 6y^2 + 4yz + 5z^2$; (b) $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + 6yz - z^2$.

3. Esboce a figura geométrica do plano real \mathbb{R}^2 dada por cada uma das seguintes equações quadráticas.

(a) $3x^2 + 2xy + 3y^2 - \sqrt{2}x = 0$;

(b) $4x^2 + 4xy + y^2 - x = 0$;

(c) $xy + x + y = 0$;

(d) $x^2 + xy + y^2 - 3 = 0$;

(e) $3x^2 - 4\sqrt{3}xy - y^2 + 20y - 25 = 0$;

(f) $4xy + 3y^2 + 2\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y = 0$;

(g) $x^2 + y^2 - 3x - 3y + xy = 0$;

(h) $xy - 2x - 4 = 0$;

(i) $x^2 - 2x + 1 = 0$;

(j) $x^2 + y^2 - xy - 3 = 0$;

(k) $4x^2 + 4xy + y^2 - 4y - 9x + 4 = 0$.

4. Identifique a figura geométrica do espaço real \mathbb{R}^3 dada por cada uma das seguintes equações quadráticas.

(a) $-5y^2 + 2xy - 8xz + 2yz = 0$;

(b) $y^2 + 2z^2 + 2\sqrt{3}yz = 0$;

(c) $x^2 + y^2 - 1 = 0$;

(d) $x^2 + y^2 + z^2 = -1$;

(e) $9x^2 + 16y^2 + 25z^2 + 24xy - 40x + 30y = 0$;

(f) $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz = 2$;

(g) $x^2 + 2xy + y^2 = 0$;

(h) $y^2 + 3y + 2 = 0$;

(i) $y^2 + 2z^2 + 2\sqrt{3}yz = 0$.

Estes exercícios foram retirados da Folha 11 da disciplina de ALGA 2 (Licenciatura em Matemática do DM da FCTUC).