

Programação Não Linear

Ano Lectivo 2003/04

Trabalho 2: Métodos de procura unidireccional.

Data de recepção: **04/03/2004**; Data de entrega: **23/03/2004**

Exercícios sobre métodos de procura unidireccional

1. Considere as hipóteses do Teorema 3.2 (convergência global para procura unidireccional).
 - (a) Mostre que se existir $\delta \in (0, 1]$ tal que $\cos \theta_k \geq \delta$ para todo o k então $\{\nabla f(x_k)\}$ converge para zero.
 - (b) O que poderá dizer sobre os possíveis pontos de acumulação de $\{x_k\}$?
 - (c) Se a condição $\cos \theta_k \geq \delta$ se verificar apenas para uma subsucessão, $\{k_j\}$, o que poderá dizer sobre os possíveis pontos de acumulação de $\{x_k\}$?
 - (d) O método da descida máxima, com procura unidireccional a satisfazer as condições de Wolfe, é globalmente convergente nas condições deste teorema? Porquê?
 - (e) Faça, agora, $p_k = -B_k^{-1}\nabla f(x_k)$, com B_k simétrica e definida positiva para todo o k . Suponha que existe $M \geq 1$ tal que $\kappa(B_k) \leq M$ para todo o k . Conclua que tal método, com procura unidireccional a satisfazer as condições de Wolfe, é globalmente convergente nas condições deste teorema.
2. Descreva graficamente uma situação que evidencie a possível não verificação das CW quando $0 < c_2 < c_1 < 1$.
3. Seja x^* um ponto de \mathbb{R}^n e f uma função de \mathbb{R}^n para \mathbb{R} tais que a Hessiana de f é contínua à Lipschitz num aberto contendo x^* e definida positiva em x^* ($n \in \mathbb{N}$).
Seja $\{x_k\}$ uma sucessão de \mathbb{R}^n a convergir para x^* , gerada da seguinte forma:

$$x_{k+1} = x_k + p_k \quad \text{com} \quad \nabla^2 f(x_k)p_k = -\nabla f(x_k) + r_k,$$

em que r_k é um vector não nulo de \mathbb{R}^n e $p_k \neq 0$ para todo o k .

- (a) Mostre que p_k satisfaz:

$$\left(\nabla^2 f(x_k) - \frac{r_k p_k^\top}{p_k^\top p_k} \right) p_k = -\nabla f(x_k).$$

- (b) Recorrendo ao resultado da alínea anterior, prove que $\{x_k\}$ converge q-superlinearmente para x^* se e só se

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{\|r_k\|}{\|p_k\|} = 0.$$

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.

Exercícios de MATLAB

Os códigos mencionados em baixo foram escritos pelo professor da disciplina, em Matlab, e com uma finalidade pedagógica no âmbito da disciplina.

Para cada exercício, entregue as funções que forem pedidas e o diário da sua sessão de MATLAB. O diário pode ser gravado num ficheiro através do comando `diary`. Utilize `format compact` para poupar espaço.

1. Leia, tente compreender e execute os códigos escritos em MATLAB para a minimização da função de Rosenbrock (ver os exercícios 2.1 e 3.1 do livro Nocedal e Wright). Comente os resultados para os dois pontos iniciais dados em `Rosenbrock.m`. Os códigos e instruções para os instalar estão disponíveis em

<http://www.mat.uc.pt/~lnv/pnl/Rosenbrock.html>