

Programação Não Linear

Ano Lectivo 2003/04

Trabalho 3: Métodos de região de confiança

Data de recepção: **18/03/2004**; Data de entrega: **01/04/2004**

Considere o problema de região de confiança $\text{PRC}(\Delta)$:

$$\min_{p \in \mathbb{R}^n} m(p) \stackrel{\text{def}}{=} f + g^\top p + \frac{1}{2} p^\top B p \quad \text{s.a.} \quad \|p\| \leq \Delta,$$

em que Δ é um real positivo, f é um real, g é um vector em \mathbb{R}^n e B é uma matriz $n \times n$ real e simétrica.

O **Teorema 4.3** diz que p^* é minimizante global do $\text{PRC}(\Delta)$ se e só se existir um parâmetro $\lambda \geq 0$ tal que

$$(B + \lambda I)p^* = -g,$$

$$\lambda(\Delta - \|p^*\|) = 0 \quad \text{e}$$

$$B + \lambda I \quad \text{é semi-definida positiva.}$$

Se $B + \lambda I$ for não singular (neste caso, definida positiva) então o minimizante global é único.

Prova-se também que o problema $\text{PRC}(\Delta)$ não tem nenhum minimizante p^* com $\|p^*\| = \Delta$ se e só se B for definida positiva e $\|B^{-1}g\| < \Delta$.

As condições necessárias do **Teorema 4.3** serão demonstradas quando forem introduzidas as condições necessárias de primeira e de segunda ordem gerais para problemas de optimização não linear com restrições. Chama-se a atenção para o facto das condições do **Teorema 4.3** serem também suficientes, mesmo num contexto não convexo, uma vez que nada é assumido sobre o sinal dos valores próprios de B .

1. Caracterize p^* .
2. Suponha que $B + \lambda I$ é sempre não singular para todo o $\lambda \geq 0$. Prove que

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} p(\lambda) = 0 \quad \text{e}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{d^\top p(\lambda)}{\|p(\lambda)\|} = 0 \quad \text{quando} \quad d^\top g = 0.$$

Represente geometricamente o arco descrito por $p(\lambda)$ de 0 a $+\infty$.

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.