

Programação Não Linear

Ano Lectivo 2001/02

Trabalho 4: Métodos de quasi-Newton

Data de recepção: **19/04/2002**; Data de entrega: **10/05/2002**

1. Considere a actualização do método de quasi-Newton BFGS, dada por

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^\top B_k}{s_k^\top B_k s_k} + \frac{y_k y_k^\top}{y_k^\top s_k},$$

em que B_k é uma matriz simétrica e definida positiva e $y_k^\top s_k > 0$.

- (a) Prove que B_{k+1} é simétrica e definida positiva e satisfaz a equação da secante $B s_k = y_k$.
(b) Nesta alínea pretende-se chegar à actualização BFGS por um processo alternativo ao da aula.

Considere, para o efeito, a factorização de Cholesky de B_k , dada por $B_k = L_k L_k^\top$. Considere, também, a equação da secante $B s_k = y_k$ escrita na forma

$$L v_k = y_k \quad \text{e} \quad L^\top s_k = v_k,$$

em que v_k é um vector auxiliar.

- i. Determine $L = L_{k+1}$, em função de L_k , y_k e v_k de tal forma que a equação $L v_k = y_k$ seja satisfeita e que L_{k+1} difira de L_k numa matriz de característica 1.
- ii. Utilize a expressão calculada na alínea anterior e $L^\top s_k = v_k$ com $L = L_{k+1}$ para concluir que $v_k = \alpha_k L_k^\top s_k$, em que α_k é um escalar real.
- iii. Determine α_k .
- iv. Prove que L_{k+1} assim determinada é não singular.
- v. Confirme que obteve a actualização BFGS, ou seja que $B_{k+1} = L_{k+1} L_{k+1}^\top$.

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.

Exercícios de MATLAB

Os códigos mencionados em baixo foram escritos pelo professor da disciplina, em Matlab, e com uma finalidade pedagógica no âmbito da disciplina.

Para cada exercício, entregue as funções que forem pedidas e o diário da sua sessão de MATLAB. O diário pode ser gravado num ficheiro através do comando `diary`. Utilize `format compact` para poupar espaço.

1. Leia, tente compreender e execute os códigos escritos em MATLAB para a minimização da função do exercício 4.3 do livro Nocedal e Wright). Os códigos estão disponíveis em

`http://www.mat.uc.pt/~lvicente/pnl/e4ponto3.tar.gz`

- (a) Compare o método de Newton e o método BFGS, ambos implementados no código, para $n = 10$, $n = 100$ e $n = 200$ e explique os resultados obtidos.
- (b) Para $n = 10$, corra o método BFGS e o método BFGS com procura unidireccional, com e sem a alteração (8.20). Explique os resultados obtidos.