

# Programação Não Linear

Ano Lectivo 2001/02

## Trabalho 4: Métodos de quasi-Newton

Data de recepção: **19/04/2002**; Data de entrega: **10/05/2002**

---

1. Considere a actualização do método de quasi-Newton BFGS, dada por

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k s_k s_k^\top B_k}{s_k^\top B_k s_k} + \frac{y_k y_k^\top}{y_k^\top s_k},$$

em que  $B_k$  é uma matriz simétrica e definida positiva e  $y_k^\top s_k > 0$ .

- (a) Prove que  $B_{k+1}$  é simétrica e definida positiva e satisfaz a equação da secante  $B s_k = y_k$ .  
(b) Nesta alínea pretende-se chegar à actualização BFGS por um processo alternativo ao da aula.

Considere, para o efeito, a factorização de Cholesky de  $B_k$ , dada por  $B_k = L_k L_k^\top$ . Considere, também, a equação da secante  $B s_k = y_k$  escrita na forma

$$L v_k = y_k \quad \text{e} \quad L^\top s_k = v_k,$$

em que  $v_k$  é um vector auxiliar.

- i. Determine  $L = L_{k+1}$ , em função de  $L_k$ ,  $y_k$  e  $v_k$  de tal forma que a equação  $L v_k = y_k$  seja satisfeita e que  $L_{k+1}$  difira de  $L_k$  numa matriz de característica 1.
- ii. Utilize a expressão calculada na alínea anterior e  $L^\top s_k = v_k$  com  $L = L_{k+1}$  para concluir que  $v_k = \alpha_k L_k^\top s_k$ , em que  $\alpha_k$  é um escalar real.
- iii. Determine  $\alpha_k$ .
- iv. Prove que  $L_{k+1}$  assim determinada é não singular.
- v. Confirme que obteve a actualização BFGS, ou seja que  $B_{k+1} = L_{k+1} L_{k+1}^\top$ .

---

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.

---

## Exercícios de MATLAB

Os códigos mencionados em baixo foram escritos pelo professor da disciplina, em Matlab, e com uma finalidade pedagógica no âmbito da disciplina.

Para cada exercício, entregue as funções que forem pedidas e o diário da sua sessão de MATLAB. O diário pode ser gravado num ficheiro através do comando `diary`. Utilize `format compact` para poupar espaço.

1. Leia, tente compreender e execute os códigos escritos em MATLAB para a minimização da função do exercício 4.3 do livro Nocedal e Wright). Os códigos estão disponíveis em

<http://www.mat.uc.pt/~lvicente/pnl/e4ponto3.tar.gz>

- (a) Compare o método de Newton e o método BFGS, ambos implementados no código, para  $n = 10$ ,  $n = 100$  e  $n = 200$  e explique os resultados obtidos.
- (b) Para  $n = 10$ , corra o método BFGS e o método BFGS com procura unidireccional, com e sem a alteração (8.20). Explique os resultados obtidos.